Aufgabe 1 (20 Punkte)
Ein Unternehmen 1 agiert als alleiniger Anbieter auf einem Markt, der durch die inverse Nachfragefunktion

$$p(X) = 12 - X$$

charakterisiert wird. Dabei bezeichnet X die auf dem Markt gehandelte Menge und $p(X)$ den Preis des Gutes. Dem Unternehmen entstehen Kosten in Höhe $C(X) = aX^2$, wobei gilt $a > 0$.
a) Bestimmen Sie die Monopolmenge und den Monopolpreis!
b) Gehen Sie davon aus, dass es ein weiteres Unternehmen 2 gibt, dessen konstante Stückkosten 8 betragen. Für welche Parameterwerte von a ist der Eintritt von 2 blockiert?
c) Nun sei $a = 1$. Die Stückkosten von Unternehmen 2 sind nach wie vor konstant 8. Bestimmen Sie die Ausbringungsmengen im Stackelberg-Modell, wobei Unternehmen 1 vor Unternehmen 2 seine Ausbringungsmenge festsetzt.

a) Die Gewinnfunktion des Monopolisten lautet:

$$\Pi(X) = p(X)X - C(X) = (12 - X)\,X - aX^2$$

Notwendige Bedingung für eine Gewinnmaximum:

$$12 - 2X - 2aX \overset{!}{=} 0$$

Durch Auflösen nach X erhält man die Monopolmenge:

$$X = \frac{6}{1+a} =: X^M$$

Setzt man X^M in die inverse Nachfragefunktion ein, erhält man den Monopolpreis:

$$p(X^M) = 12 - \frac{6}{1+a} = \frac{12 + 12a - 6}{1+a} = \frac{6 + 12a}{1+a}$$

b) Der Eintritt von Unternehmen B ist blockiert, falls gilt:

$$p(X^M) \leq 8,$$

was erfüllt ist für:

$$a \leq \frac{1}{2}.$$

c) Wir lösen das Spiel durch Rückwärtsinduktion und beginnen mit der Mengenwahl von Unternehmen 2.

2. Stufe: Die Gewinnfunktion von Unternehmen 2 lautet:

$$\Pi_2\,(x_1, x_2) = (12 - x_1 - x_2)\,x_2 - 8x_2.$$

Notwendige Bedingung:

$$(12 - x_1 - x_2) - x_2 - 8 \overset{!}{=} 0$$

Durch Auflösen nach x_2 erhält man folgende Reaktionsfunktion von Unternehmen 2:

$$x_2^R\,(x_1) = 2 - \frac{1}{2}x_1.$$

1. Stufe: Durch Einsetzen von x_2^R in die Gewinnfunktion von Unternehmen 1 erhält man:

$$\Pi_1\left(x_1, x_2^R\,(x_1)\right) = \left(12 - x_1 - \left(2 - \frac{1}{2}x_1\right)\right) x_1 - x_1^2,$$

bzw nach Vereinfachung:

$$\Pi_1\left(x_1, x_2^R\,(x_1)\right) = \left(10 - \frac{1}{2}x_1\right) x_1 - x_1^2.$$

Notwendige Bedingung:

$$10 - \frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{2}x_1 - 2x_1 \stackrel{!}{=} 0$$

Durch Auflösen nach x_1 erhält man:

$$x_1^S = \frac{10}{3}.$$

Setzt man x_1^S in x_2^R ein, so ergibt sich:

$$x_2^S = 2 - \frac{1}{2}\frac{10}{3} = 2 - \frac{5}{3} = \frac{1}{3}.$$

Aufgabe 2 (10 Punkte)
Zwei Unternehmen 1 und 2 konkurrieren in Preisen und sehen sich der inversen Nachfrage $p(X) = 12 - 2X$ gegenüber. Gehen Sie von identischen und konstanten Stückkosten in Höhe von 4 aus.
a) Bestimmen Sie den optimalen Kartellpreis!
b) Gehen Sie davon aus, dass die Einhaltung der Kartelabsprache überwacht wird. Bei Einhaltung der Kartellabsprache erhält jedes Unternehmen die Hälfte des Kartellgewinns. Wie hoch muss die Strafe bei Nichteinhaltung der Kartellabsprache sein, damit es zu keinem Kartellbruch kommt?

a) Durch Umformung der inversen Nachfragefunktion erhält man die Nachfragefunktion:

$$p = 12 - 2X \Rightarrow X(p) = 6 - \frac{1}{2}p.$$

Der Kartellgewinn beträgt dann:

$$\Pi^K(p) = pX(p) - 4X(p) = p\left[6 - \frac{1}{2}p\right] - 4\left[6 - \frac{1}{2}p\right]$$

und nach Vereinfachung:

$$\Pi^K(p) = 8p - \frac{1}{2}p^2 - 24.$$

Notwendige Bedingung:

$$8 - p \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow p^K = 8.$$

b) Der Kartellgewinn beträgt beim Kartellpreis von 8:

$$\Pi^K(8) = 64 - \frac{1}{2}64 - 24 = 32 - 24 = 8.$$

Damit erhält jedes Unternehmen 4 (jeder erhält die Hälfte des Kartellgewinns). Verlangt ein Unternehmen einen marginal geringeren Preis als 8 (einseitige Abweichung), zieht es die gesamte Nachfrage auf sich und erzielt einen Gewinn in Höhe von 8 (Grenzwert). Um ein Einseitiges Abweichen zu verhindern, muss die Strafe demnach 4 sein.

Aufgabe 3 (7 Punkte)
Auf einem Markt agieren 4 Unternehmen. Die Absatzmengen x_i für die Unternehmen $i = 1, 2, 3, 4$ betragen $x_1 = 5$, $x_2 = 1$, $x_3 = 3$ und $x_4 = 1$.
a) Bestimmen Sie das Konzentrationsmaß C_2!
b) Bestimmen Sie den Herfindahl-Index!

a) Die zwei größten Unternehmen sind $i = 1$ und $i = 3$, da sie die größte bzw. zweit größte Absetzmenge aufweisen. Die aggregierte Absatzmenge beträgt $X = \sum_{i=1}^{4} x_i = 10$. Dadurch erhält man:

$$C_2 = \frac{x_1}{X} + \frac{x_3}{X} = \frac{5}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4}{5}.$$

b) Der Herfindahl-Index lautet:

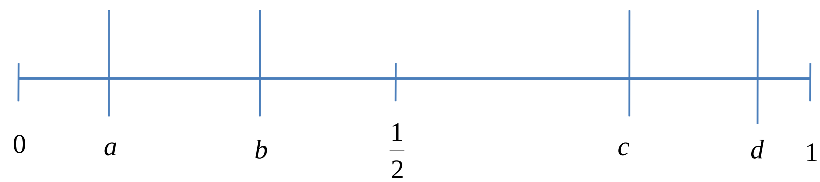
$$H = \left(\frac{5}{10}\right)^2 + \left(\frac{1}{10}\right)^2 + \left(\frac{3}{10}\right)^2 + \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{36}{100} = \frac{9}{25}.$$

Aufgabe 4 (3 Punkte)
In welchen Einheiten werden der Preis P, die Menge X, die Konsumentenrente CR und der Erlös R gemessen? Kreuzen Sie an! ($GE = Geldeinheit, ME = Mengeneinheit$)

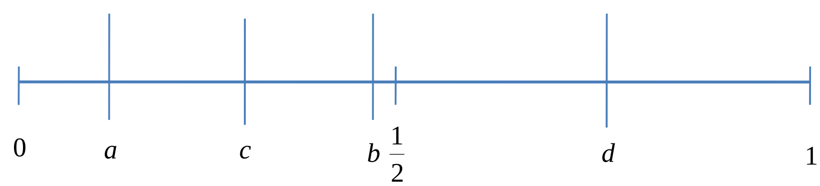
	GE	$\frac{GE}{ME}$	$GE * GE$	ME
P		X		
X				X
CR	X			
R	X			

Aufgabe 5 (10 Punkte)
In dieser Aufgabe werden 2 Varianten des Hotelling-Modells betrachtet (siehe Abbildung). Gehen Sie davon aus, dass die Konsumenten jeweils (in beiden Varianten) im Straßendorf gleichverteilt sind. Es gibt 2 Unternehmen, die ihre Standorte simultan festlegen. Bei der Standortwahl gelten folgende Einschränkungen. Unternehmen 1 kann seinen Standort nur im Intervall $[a, b]$ und Unternehmen 2 seinen Standort nur im Intervall $[c, d]$ festlegen. Jeder Konsument konsumiert genau eine Einheit des nächstgelegenen Unternehmens. Gehen Sie von Absatzmaximierung der Unternehmen aus.

Variante 1



Variante 2



a) Verfügt Unternehmen 1 bei Variante 1 über eine dominante Strategie?
b) Bestimmen Sie alle Nash-Gleichgewichte für Variante 1.
c) Ist die Standortkombination (b, c) (Unternehmen 1 wählt den Standort b und Unternehmen 2 wählt den Standort c) ein Nash-Gleichgewicht in Variante 2?

a) Unternehmen 1 verfügt über die dominante Strategie b, denn unabhängig von der Standortwahl des zweiten Unternehmens maximiert Unternehmen 1 seinen Absatz, indem es seinen Standort soweit wie möglich (innerhalb des Intervalls) nach rechts setzt.
b) Das einzige Nash-Gleichgewicht ist die Standortkombination (b, c). Für Unternehmen 1 lohnt es sich nicht einseitig nach links abzuweichen (rechts ist nicht möglich), da es dadurch einen Teil der Konsumenten verliert, der sich zwischen dem neuen Standort und Standort c (Standort von Unternehmen 2) befindet. Auch für Unternehmen 2 lohnt es sich nicht einseitig nach rechts abzuweichen, das es dadurch einen Teil der Konsumenten verliert, der sich zwischen dem neuen Standort und dem Standort b (Standort von Unternehmen 1) befindet. Dieses Gleichgewicht ist auch das einzige, da die Standortwahl b für Unternehmen 1 und die Standortwahl c für Unternehmen 2 eine strikt dominante Strategie ist.
c) Nein, Unternehmen 2 könnte z.B. einen höheren Absatz erzielen, wenn es seinen Standort näher an b rücken würde.