Universität Leipzig

Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät

BACHELOR – PRÜFUNG

DATUM:	**08. Februar 2018**
FACH:	**Unternehmensstrategien im Wettbewerb**
KLAUSURDAUER:	60 Min
PRÜFER:	**Prof. Dr. Harald Wiese**

MATRIKEL-NR.:

STUDIENGANG:

NAME, VORNAME:

UNTERSCHRIFT DES STUDENTEN:

ERLÄUTERUNGEN:

Maximal erreichbare Punkte: 50
Lesen Sie die Aufgabenstellung vor dem Bearbeiten gründlich!
Schreiben Sie, bitte, leserlich!
Begründen Sie Ihre Antworten!
Machen Sie jeweils Ihren Rechenweg deutlich!
Sollte der Platz unter den Fragen nicht ausreichen,
verwenden Sie bitte jeweils die Rückseite!
Hilfsmittel: keine

	1	2	3	4	$\sum$	
PUNKTE:						**NOTE:**

Unterschrift des Prüfers/der Prüfer:

Aufgabe 1 (9 Punkte)

Unternehmen 1 und Unternehmen 2 sind alleinige Anbieter eines homogenen Produkts und befinden sich im Preiswettbewerb. Beide Unternehmen haben identische Grenz- und Durchschnittskosten in Höhe von c. Nehmen Sie zusätzlich an, dass die Unternehmen nur Preise oberhalb der Stückkosten wählen können, d.h., $p_1, p_2 \in (c, \infty)$. Unternehmen 1 bietet die folgende Niedrigstpreisgarantie an:

„Sollten Sie unser Produkt bei einem anderen Anbieter zum gleichen oder einem niedrigeren Preis finden, erhalten Sie das Produkt bei uns nochmals 10% günstiger als bei der Konkurrenz“.

Der effektive Preis von Unternehmen 1 ist demnach

$$p_1^{eff} = \begin{cases} p_1, & p_1 < p_2 \\ 0.9p_2, & p_1 \geq p_2. \end{cases}$$

(a) Skizzieren Sie die Gewinnfunktion von Unternehmen 1 in Abhängigkeit von p_1 für $p_2 > p_1^M$ und für $p_2 \leq p_1^M$.

(b) Wie lautet der Gewinn von Unternehmen 2? Begründen Sie!

Problem 1 (9 points)

Firm 1 and firm 2 are the only producers of a homogeneous good. There is pricing competition. Both firms have identical marginal and average costs of c. Moreover, assume that firms can only choose prices above the marginal cost, i.e., $p_1, p_2 \in (c, \infty)$. Firm 1 offers the following minimum price guarantee:

„If you find our product offered by another firm at the same or a lower price, then we will give you 10% discount on the competitor's price.“

Firm 1's effective price is thus given by

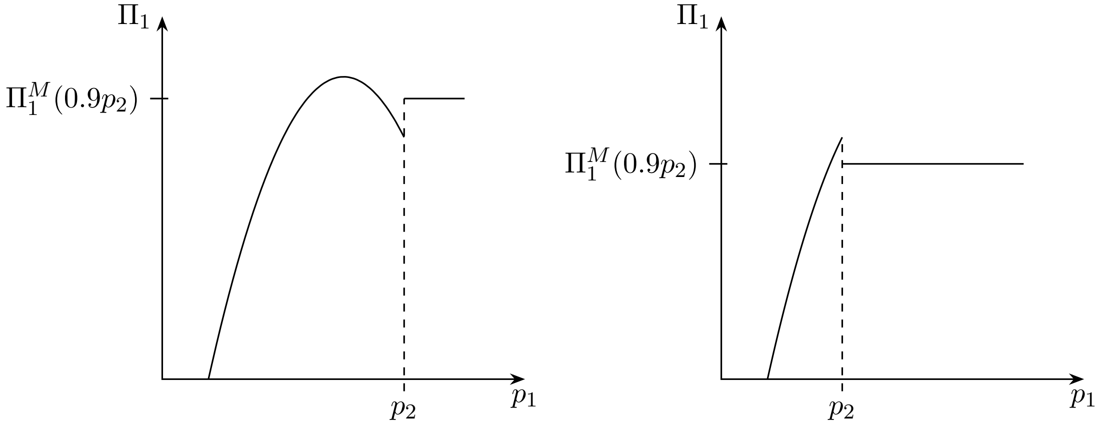
$$p_1^{eff} = \begin{cases} p_1, & p_1 < p_2 \\ 0.9p_2, & p_1 \geq p_2. \end{cases}$$

(a) Sketch firm 1's profit function depending on p_1 for $p_2 > p_1^M$ and for $p_2 \leq p_1^M$.

(b) State the profit for firm 2. Explain!

Lösungsvorschlag

(a) In der linken Grafik gilt $p_2 > p_1^M$, in der rechten Grafik $p_2 \leq p_1^M$.



(b) Wenn $p_2 > p_1$ gilt, hat Unternehmen 2 keine Nachfrage und der Gewinn ist 0. Wenn $p_2 \leq p_1$ gilt, ist der effektive Preis von Unternehmen 1 trotzdem unterhalb des Preises von Unternehmen 2 ($p_1^{eff} = 0.9p_2 < p_2$). Damit ist Nachfrage und Gewinn ebenfalls 0.

Aufgabe 2 (14 Punkte)

Auf einem Markt konkurrieren zwei Unternehmen mit konstanten Grenz- und Durchschnittskosten $c_1 = c_2 = 15$ im Preiswettbewerb. Die Nachfragefunktion ist gegeben durch

$$X(p) = 20 - p.$$

Unternehmen 2 kann seine Stückkosten durch eine Innovation auf $c_2^{neu} = 6$ senken.

(a) Zeigen Sie, dass es sich um eine drastische Innovation handelt.

(b) Nehmen Sie an, dass die Innovation mit Kosten verbunden ist. Wenn Unternehmen 2 einen Betrag F_2 in Forschung investiert, betragen die Kosten $C(F_2) = F_2$ und die Erfolgswahrscheinlichkeit

$$\frac{F_2}{F_0 + F_2},$$

wobei $F_0 > 0$ die Schwierigkeit der Innovation darstellt. Die Wahrscheinlichkeit, dass keine Innovation stattfindet, ist dementsprechend $\frac{F_0}{F_0+F_2}$.

Stellen Sie die Gewinnfunktion von Unternehmen 2 auf. Für welche Werte von F_0 investiert Unternehmen 2 einen positiven Betrag in Forschung?

Hinweis: Sie dürfen ohne Beweis verwenden, dass im Bertrand-Wettbewerb mit gleichen Stückkosten c das Gleichgewicht (c, c) ist.

Problem 2 (14 points)

Two firms with constant marginal and average cost of $c_1 = c_2 = 15$ compete in prices. The demand function is given by

$$X(p) = 20 - p.$$

By innovating, firm 2 can decrease its marginal cost down to $c_2^{neu} = 6$.

(a) Show that this is a drastic innovation.

(b) Assume that innovation is costly. If firm 2 invests an amount F_2 into research, costs are given by $C(F_2) = F_2$ and the probability of a successful innovation equals

$$\frac{F_2}{F_0 + F_2}$$

where $F_0 > 0$ denotes the difficulty of innovation. Hence, with probability $\frac{F_0}{F_0+F_2}$ there is no innovation.

Derive firm 2's profit function. Find those values of F_0 for which firm 2 invests a positive amount into research.

Hint: You can use without proof that the equilibrium in Bertrand-competition with identical marginal cost c is given by (c, c).

Lösungsvorschlag

(a) Es gilt $p(X) = 20 - X$. Zunächst wird der Monopolpreis von Unternehmen 2 nach der Innovation berechnet:

$$MR = 20 - 2X \overset{!}{=} 6 = MC^{neu}$$

$$X^M = 7, p_2^M = 13.$$

Da $p_2^M = 13 < 15 = c_1$ gilt, ist der Eintritt von Unternehmen 1 blockiert.

(b) Im Falle einer Innovation ist Unternehmen 2 Monopolist und erhält einen Gewinn von Π_2^M=$(13 - 6) \cdot 7 = 49$. Wenn Unternehmen 2 keine Innovation erreicht, resultiert das Bertrand-Paradox mit $\Pi_2^B = 0$. Die Gewinnfunktion von Unternehmen 2 in Abhängigkeit von F_2 ist daher gegeben durch

$$\Pi_2 = \frac{F_2}{F_0 + F_2} \cdot 49 + \frac{F_0}{F_0 + F_2} \cdot 0 - F_2.$$

Gewinnmaximierung ergibt

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial F_2} = \frac{F_0}{(F_0 + F_2)^2} \cdot 49 - 1 \overset{!}{=} 0$$

$$F_2^* = \sqrt{49F_0} - F_0.$$

Es gilt $F_2^* > 0$ genau dann, wenn

$$\begin{aligned} \sqrt{49F_0} &> F_0 \\ 49 &> F_0. \end{aligned}$$

Alternativer Lösungsweg: Für $F_2 = 0$ resultiert ein Gewinn von 0. $F_2 > 0$ kann daher nur resultieren, wenn ein $F_2 > 0$ existiert, so dass

$$\Pi_2 = \frac{F_2}{F_0 + F_2} \cdot 49 + \frac{F_0}{F_0 + F_2} \cdot 0 - F_2 > 0$$

gilt. Die Bedingung ist equivalent zu

$$49 - F_0 > F_2.$$

Damit kann $F_2 > 0$ nur gelten, wenn auch $49 > F_0$ gilt.

Aufgabe 3 (21 Punkte)

Betrachten Sie zwei Unternehmen im simultanen Mengenwettbewerb. Die inverse Nachfragefunktion ist gegeben durch

$$p(X) = 16 - X.$$

Die Unternehmen haben die folgenden Kostenfunktionen:

$$C_1(x_1) = \begin{cases} F + 12x_1, & x_1 > 0 \\ 0, & x_1 = 0 \end{cases} \text{ und } C_2(x_2) = \begin{cases} F + 10x_2, & x_2 > 0 \\ 0, & x_2 = 0 \end{cases}$$

mit quasifixen Kosten $F \geq 0$.

(a) Bestimmen Sie die Monopolmenge von Unternehmen 2 in Abhängigkeit von F.

(b) Berechnen Sie das Cournot-Nash-Gleichgewicht für $F = 0$.

(c) Gehen Sie nun von $F = 1$ aus. Ist der Markteintritt für Unternehmen 1 blockiert?

Problem 3 (21 points)

Consider two firms which simultaneously compete in quantities. The inverse demand function is given by

$$p(X) = 16 - X.$$

Firms' cost functions are as follows:

$$C_1(x_1) = \begin{cases} F + 12x_1, & x_1 > 0 \\ 0, & x_1 = 0 \end{cases} \text{ and } C_2(x_2) = \begin{cases} F + 10x_2, & x_2 > 0 \\ 0, & x_2 = 0 \end{cases}$$

with quasifix costs $F \geq 0$.

(a) Determine the monopoly quantity of firm 2 depending on F.

(b) Derive the Cournot-Nash equilibrium for $F = 0$.

(c) Assume $F = 1$. Is market entry for firm 1 blocked?

Lösungsvorschlag

(a) Im Monopolfall gilt $MR = 16 - 2X$ und $MC = 10$. Über den Ansatz $MR \stackrel{!}{=} MC$ ergeben sich als Kandidaten für Monopolmenge und -preis $X_2^M = 3$ und $p^M = 13$. Wir prüfen, ob der Gewinn positiv ist:

$$\Pi_2\left(3\right) = 3 \cdot \left(13 - 10\right) - F = 9 - F$$

Daher gilt

$$X_2^M = \begin{cases} 3, & F < 9 \\ 0, & F \geq 9. \end{cases}$$

(b) Die Gewinnfunktionen beider Unternehmen sind gegeben durch

$$\Pi_1\left(x_1, x_2\right) = \left(16 - x_1 - x_2\right) x_1 - 12x_1,$$
$$\Pi_2\left(x_1, x_2\right) = \left(16 - x_1 - x_2\right) x_2 - 10x_2.$$

Über das Nullsetzen der partiellen Ableitungen erhalten wir die Reaktionsfunktionen:

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial x_1} = 4 - 2x_1 - x_2 \stackrel{!}{=} 0$$
$$\Rightarrow x_1^R\left(x_2\right) = 2 - \frac{x_2}{2}$$

und

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial x_2} = 6 - x_1 - 2x_2 \stackrel{!}{=} 0$$
$$\Rightarrow x_2^R\left(x_1\right) = 3 - \frac{x_1}{2}.$$

Das Cournot-Nash Gleichgewicht liegt im Schnittpunkt der Reaktionsfunktionen:

$$x_1^C = 2 - \frac{3}{2} + \frac{x_1^C}{4}$$
$$\Rightarrow x_1^C = \frac{2}{3}, x_2^C = 3 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3}.$$

(c) Für $F = 1$ gilt $X_2^M = 3$ und laut (b) $x_1^R\left(3\right) = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \Pi_1\left(\frac{1}{2}, 3\right) &= \left(13 - \frac{1}{2}\right)\frac{1}{2} - 12 \cdot \frac{1}{2} - 1 \\ &= -\frac{3}{4} \\ &< 0 \end{aligned}$$

Damit ist der Eintritt blockiert.

Alternativer Lösungsweg: Für $F = 1$ gilt $X_2^M = 3$ und falls $x_1 > 0$

$$\begin{aligned} \Pi_1\left(x_1, 3\right) &= \left(13 - x_1\right) x_1 - 12x_1 - 1 \\ &= \left(1 - x_1\right) x_1 - 1 \\ &< 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Auf einer Hotelling-Strecke von Standort 0 zu Standort 1 sind unendlich viele Konsumenten mit Masse 1 gleichverteilt. Die Unternehmen können ihren Standort frei wählen. Der Preis für das verkaufte Produkt ist staatlich vorgegeben und liegt über den Grenz- und Durchschnittskosten der Unternehmen. Jeder Konsument kauft genau eine Einheit beim nächstgelegenen Unternehmen.

(a) Gehen Sie davon aus, dass es zwei Unternehmen gibt. Zeigen Sie, dass $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ein Nash-Gleichgewicht im simultanen Standortwettbewerb ist.

(b) Betrachten Sie nun den Fall, dass es drei Unternehmen gibt. Ist $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ein Nash-Gleichgewicht?

(c) Gehen Sie weiterhin von drei Unternehmen aus. Die Standortwahl ist nun auf die folgenden drei Möglichkeiten begrenzt: $a_i \in \left\{0, \frac{1}{2}, 1\right\}$, wobei a_i den Standort von Unternehmen i bezeichnet. Ändert sich Ihre Antwort aus (b) unter dieser Einschränkung?

Problem 4 (6 points)

Infinitely many consumers of mass 1 are equally distributed on a Hotelling street between location 0 and location 1. Firms can freely choose their location. The product's price is dictated by the state and is larger than the firms' marginal and average cost. Every consumer buys exactly one unit from the nearest firm.

(a) Assume that there are two firms. Show that $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ is a Nash equilibrium of the simultaneous location competition.

(b) Consider the case that there are three firms. Is $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ a Nash equilibrium?

(c) Assume again that there are three firms. Location choice is now restricted to $a_i \in \left\{0, \frac{1}{2}, 1\right\}$ where a_i denotes firm i's location. Does your answer from (b) change with this restriction?

Lösungsvorschlag

Da der Preis staatlich vorgegeben ist, maximieren die Unternehmen ihren Gewinn, indem sie die Konsumentenanzahl maximieren.

(a) Für die gegebene Standortkombination erhalten beide Unternehmen 50% der Nachfrage. Weicht eines der Unternehmen nach rechts oder links ab, verringert sich die Konsumentenanzahl und damit der Gewinn. Die Kombination $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ist somit ein Nash-Gleichgewicht.

(b) Für die gegebene Kombination erhalten alle drei Unternehmen rund 33% der Nachfrage. Weicht eines der Unternehmen um $\varepsilon > 0$ nach links ab erhöht sich seine Nachfrage auf knapp 50%. Die gegebene Kombination stellt damit kein Nash-Gleichgewicht dar.

(c) Abweichen lohnt sich nun nicht mehr, da sich die Nachfrage von rund 33% auf 25% verkleinert.