Universität Leipzig

Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät

# BACHELOR – PRÜFUNG

**DATUM:** **09. Februar 2017**

**FACH:** **Unternehmensstrategien im Wettbewerb**
KLAUSURDAUER: 60 Min

**PRÜFER:** **Prof. Dr. Harald Wiese**

**MATRIKEL-NR.:**

STUDIENGANG:

NAME, VORNAME:

UNTERSCHRIFT DES STUDENTEN:

**ERLÄUTERUNGEN:**

**Maximal erreichbare Punkte: 50**
**Lesen Sie die Aufgabenstellung vor dem Bearbeiten gründlich!**
**Schreiben Sie, bitte, leserlich!**
**Begründen Sie Ihre Antworten!**
**Machen Sie jeweils Ihren Rechenweg deutlich!**
**Sollte der Platz unter den Fragen nicht ausreichen,**
**verwenden Sie bitte jeweils die Rückseite!**
**Hilfsmittel: keine**

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $\sum$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **PUNKTE:** | | | | | | | **NOTE:** |

**Unterschrift des Prüfers/der Prüfer:**

**Aufgabe 1 (15 points)**
Gegeben sei ein Markt, der durch die inverse Nachfragefunktion

$$p(X) = 8 - X$$

charakterisiert ist. Ein monopolistischer Produzent vertreibt das produzierte Konsumgut über einen monopolistischen Händler. Dem Händler entstehen dabei keine Kosten durch die Handelstätigkeit mit dem Produkt. Zunächst wählt der Produzent den Preis, den er vom Händler verlangt. Danach wählt der Händler die Menge, die er dem Produzenten zu diesem Preis abkauft und anschließend an die Konsumenten weiterverkauft. Der Produzent kann entweder den Preis 6 oder 5 vom Händler verlangen, der Händler kann sich zwischen den Mengen 1, 3 und 5 entscheiden. Die konstanten Grenz- und Durchschnittskosten des Produzenten betragen 2. Zeichnen Sie den zugehörigen Spielbaum und bestimmen Sie die jeweiligen Gewinne des Händlers bzw. Produzenten. Wie lauten die Gewinne bei Rückwärtsinduktion? Wie lautet der Preis, den die Konsumenten zahlen?

**Problem 1 (15 points)**
A market is characterized by its inverse demand function

$$p(X) = 8 - X.$$

A monopolistic producer sells its good via a monopolistic retailer. For the retailer, there are no additional costs resulting from its trading activity. First, the producer chooses the retail price. Then, the retailer chooses the quantity that he buys at this price and subsequently sells to the consumers. The producer can demand a price of either 6 or 5. The retailer can decide on the quantities 1, 3, or 5. The producer faces constant marginal and average costs of 2. Draw the related game tree and determine the profits of the retailer and the producer. State the profits resulting from backward induction. Determine the price that is paid by the consumers.

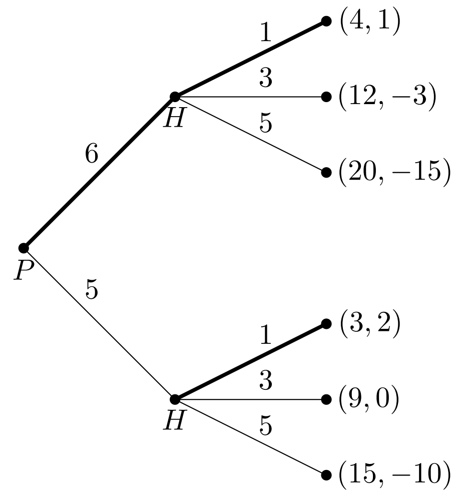
**Lösungsvorschlag:**
Die Gewinnfunktionen des Produzenten $P$ und des Händlers $H$ sind gegeben durch

$$\begin{aligned}\Pi_P(p_P, X) &= (p_P - 2)\, X \\ \Pi_H(p_P, X) &= (p(X) - p_p)\, X,\end{aligned}$$

wobei $p_P$ dem gewählten Preis des Produzenten entspricht. Es gibt 6 verschiedene Preis-Mengen-Kombinationen, woraus folgendende Gewinne

$$\begin{aligned}
\Pi_P(6,1) &= (6-2)1 = 4, & \Pi_H(6,1) &= (8-1-6)1 = 1 \\
\Pi_P(6,3) &= (6-2)3 = 12, & \Pi_H(6,3) &= (8-3-6)3 = -3 \\
\Pi_P(6,5) &= (6-2)5 = 20, & \Pi_H(6,5) &= (8-5-6)5 = -15 \\
\Pi_P(5,1) &= (5-2)1 = 3, & \Pi_H(5,1) &= (8-1-5)1 = 2 \\
\Pi_P(5,3) &= (5-2)3 = 9, & \Pi_H(5,3) &= (8-3-5)3 = 0 \\
\Pi_P(5,5) &= (5-2)5 = 15, & \Pi_H(5,5) &= (8-5-5)5 = -10
\end{aligned}$$

und folgender Spielbaum resultieren:




Durch Rückwärtsinduktion (dicke Linien) erhält man die Preis-Mengen-Kombination $(p_P^*, X^*) = (6, 1)$ und die Gewinne $\Pi_P^* = 4$ und $\Pi_H^* = 1$. Ein Konsumentenpreis in Höhe von $p(X^*) = 7$ resultiert.

**Aufgabe 2 (8 Punkte)**
Zwei Unternehmen, $A$ und $B$, befinden sich im simultanen Mengenwettbewerb. Die inverse Nachfragekurve ist gegeben durch

$$p(X) = 10 - 2X,$$

wobei $X = x_A + x_B$ die gesamte Ausbringungsmenge beider Unternehmen beschreibt. Unternehmen $A$ hat konstante Grenz- und Durchschnittskosten in Höhe von 2. Die Kostenfunktion von Unternehmen $B$ ist durch $C_B(x_B) = \frac{1}{2}x_B^2$ gegeben.
Bestimmen Sie die Reaktionsfunktionen beider Unternehmen und zeichnen Sie diese in ein geeignetes Diagramm. Bestimmen Sie das Nash-Gleichgewicht graphisch!

**Problem 2 (8 points)**
Two firms, $A$ and $B$, compete simultaneously in quantities. The inverse demand function is given by

$$p(X) = 10 - 2X,$$

where $X = x_A + x_B$ denotes the quantitity of both firms. Firm $A$ has constant average and marginal costs 2. The cost function of firm $B$ is given by $C_B(x_B) = \frac{1}{2}x_B^2$.
Determine the reaction functions of both firms and draw them into a suitable diagramm. Determine graphically the Nash equilibrium!

**Lösungsvorschlag**
Die Gewinnfunktionen beider Unternehmen sind gegeben durch

$$\begin{aligned}
\Pi_A(x_A, x_B) &= (10 - 2x_A - 2x_B)x_A - 2x_A \\
\Pi_B(x_A, x_B) &= (10 - 2x_A - 2x_B)x_B - \frac{1}{2}x_B^2.
\end{aligned}$$

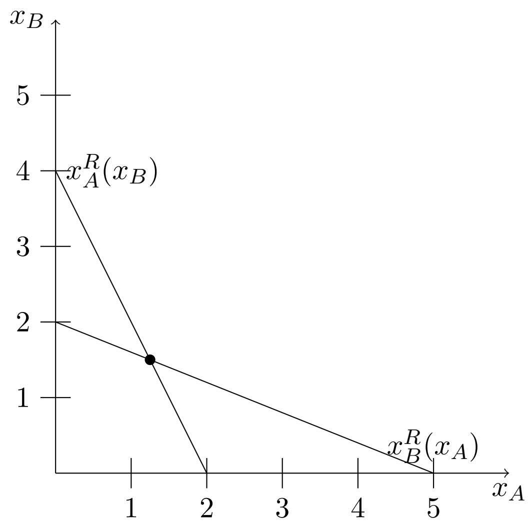
Beide Unternehmen betreiben Gewinnmaximierung, wodurch sich die Reaktionsfunktionen von Unternehmen $A$

$$\begin{aligned}
\frac{d\Pi_A(x_A, x_B)}{dx_A} &= 8 - 4x_A - 2x_B \overset{!}{=} 0 \\
&\Rightarrow x_A^R(x_B) = 2 - \frac{1}{2}x_B
\end{aligned}$$

und von Unternehmen $B$

$$\begin{aligned}
\frac{d\Pi_B(x_A, x_B)}{dx_B} &= 10 - 2x_A - 5x_B \overset{!}{=} 0 \\
&\Rightarrow x_B^R(x_A) = 2 - \frac{2}{5}x_A
\end{aligned}$$

bestimmen lassen. Das Nash-Gleichgewicht befindet sich im Schnittpunkt beider Reaktionsfunktionen.

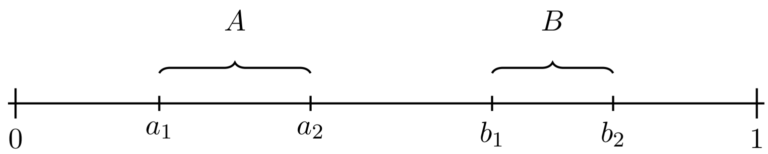

$x_B$
5
4
3
2
1
$x_A^R(x_B)$
$x_B^R(x_A)$
1
2
3
4
5
$x_A$

**Aufgabe 3 (4 Punkte)**
Zwei Unternehmen befinden sich im sequentiellen Mengenwettbewerb, wobei Unternehmen $A$ als Zeitführer und $B$ als Zeitfolger agiert. Begründen Sie, ob die folgende Aussage richtig oder falsch ist: „Unternehmen $A$ stellt sich aufgrund seiner Zeitführerschaft auf keinen Fall schlechter als im simultanen Wettbewerb."

**Problem 3 (4 points)**
Two firms compete sequentially in quantities, where firm $A$ is the time leader and firm $B$ the time follower. Explain whether the following statement is correct or false: „In no case, firm $A$ will be worse off compared to the case of simultaneous competetition due to its time leadership."

**Lösungsvorschlag**
Die Aussage ist korrekt. Unternehmen $A$ kann sich aufgrund seiner Zeitführerschaft einen beliebigen Punkt auf der Reaktionsfunktion von Unternehmen $B$ aussuchen. Hierzu gehört auch der Gleichgewichtspunkt des simultanen Wettbewerbs. Unternehmen $A$ kann sich demnach mindestens so gut stellen wie im simultanen Wettbewerb und steht damit auf keinen Fall schlechter dar.

**Aufgabe 4 (8 Punkte)**




Betrachten Sie die folgende Variante des Hotelling Modells (siehe Abbildung). Es gibt zwei gewinnmaximierende Unternehmen, die ihre Standorte simultan festlegen. Der Preis ist staatlich vorgegeben und liegt über den Grenz- und Durchschnittskosten der Unternehmen. Jeder Konsument kauft genau eine Einheit beim nächstgelegenen Unternehmen. Auf der Hotelling-Strecke befinden sich zwei Städte. In der gößeren Stadt $A$, im Intervall $(a_1, a_2)$, befinden sich gleichverteilt 60% der Konsumenten, in der kleineren Stadt B, im Intervall $(b_1, b_2)$, sind die übrigen 40% gleichverteilt. Außerhalb der Städte sind keine Konsumenten. Die Unternehmen können nur Standorte außerhalb der Städte, in den Intervallen $[0, a_1]$, $[a_2, b_1]$ oder $[b_2, 1]$, wählen.

Bestimmen Sie alle Nash-Gleichgewichte. Begründen Sie, warum die von Ihnen gefundenen Strategiekombinationen Nash-Gleichgewichte sind und warum es keine weiteren gibt.

**Problem 4 (8 points)**

Consider the following variant of the Hotelling model (see Figure). There are two profit-maximizing firms that choose their locations simultaneously. The price is fixed by the government and above the average and marginal costs of the firms. Each consumer consumes exactly one unit at the nearest firm. There are two cities. In city $A$, in the interval $(a_1, a_2)$, 60% of the consumers are distributed equally. In city $B$, in the interval $(b_1, b_2)$, 40% of the consumers are distributed equally. There are no consumers located outside the cities. The two firms can only choose locations outside the cities, in the intervals $[0, a_1]$, $[a_2, b_1]$, or $[b_2, 1]$.

Determine all Nash equilibria. Give reasons why these strategy combinations are Nash equilibria and why there are no others.

**Lösungsvorschlag**

Es exisitiert genau ein Nash-Gleichgewicht $(a_2, a_2)$ am rechten Stadtrand von A. Beide Unternehmen teilen sich dort die Nachfrage. Weicht eines der Unternehmen nach rechts ab, reduziert dieses Unternehmen seine Nachfrage auf $\leq 40\%$. Weicht es auf die linke Seite von A aus, reduziert sich seine Nachfrage auf $\leq 30\%$. Es existieren keine weiteren Gleichgewichte. Sitzen beide Unternehmen nicht am rechten Stadtrand von A, sitzen diese entweder $(b)$ im gleichen Ort oder $(c)$ an verschiedenen Orten. Im Fall $(b)$ teilen sich beide Unternehmen die Nachfrage; setzt sich ein Unternehmen an den rechten Stadtrand von A, in $a_2$, erhöht es seine Nachfrage auf $\geq 60\%$, was eine Verbesserung darstellt. Im Fall $(c)$ beträgt die Nachfrage des schlechtergestellten Unternehmens maximal 50%; durch einseitiges Abweichen an den rechten Stadtrand von $A$, in $a_2$, erhöht sich die Nachfrage des zuvor schlechtergestellten Unternehmens auf $\geq 60\%$. Daher stellen $(b)$ und $(c)$ keine Gleichgewichte dar. Da es keine weiteren Positionierungen gibt, ist $(a_2, a_2)$ das einzige Nash-Gleichgewicht.

**Aufgabe 5 (15 Punkte)**
Zwei Unternehmen, $A$ und $B$, befinden sich im simultanen Preiswettbewerb. Die Nachragekurve ist gegeben durch

$$X(p) = 16 - p,$$

wobei $X$ die bei beiden Unternehmen nachgefragte Menge beschreibt. Die Konsumenten befriedigen ihre Nachfrage bei dem Unternehmen, welches den günstigeren Preis bietet. Sind beide Preise gleich, teilen sich die Unternehmen die Nachfrage. Die konstanten Grenz- und Durchschnittskosten der Unternehmen betragen $c_A = 4$ und $c_B = 12$.

**a)** Zeigen Sie, dass der Markteintritt von Unternehmen $B$ blockiert ist.

**b)** Unternehmen $B$ innoviert, wodurch sich seine konstanten Grenz- und Durchschnittskosten auf $c_B = 3$ reduzieren. Begründen Sie, dass $(p_A, p_B) = (4, 4-\epsilon)$, mit $\epsilon > 0$ aber „ganz klein", ein Nash-Gleichgewicht ist.

**Problem 5 (15 points)**
Two firms, A and B, compete simultaneously in prices. The demand curve is given by

$$X(p) = 16 - p,$$

where $X$ describes the total quantity demanded at both firms. Consumers buy at the firm that offers the lower price. If prices are equal, demand is shared equally among the firms. Constant marginal and average costs are given by $c_A$ =4 and $c_B = 12$.

**a)** Show that firm $B$'s entry is blockaded.

**b)** Firm $B$ innovates which reduces its constant marginal and average costs to $c_B = 3$. Explain why $(p_A, p_B) = (4, 4 - \epsilon)$, with $\epsilon > 0$ but „very small", is a Nash equilibrium.

**Lösungsvorschlag**

**a)** Der Monopolgewinn von $A$ ist gegeben durch

$$\Pi_A(p) = (p - 4)\,(16 - p)\,.$$

Unternehmen $A$ betreibt Gewinnmaximierung, woraus der Monopolpreis $p_A^M$ resultiert:

$$\begin{aligned} \frac{d\Pi_A(p)}{dp} &= 16 - p - p + 4 \stackrel{!}{=} 0 \\ &\Rightarrow p_A^M = 10. \end{aligned}$$

Dieser liegt unterhalb der Grenzkosten von Unternehmen $B$, $p_A^M = 10 < 12 = c_B$, daher ist der Eintritt von Unternehmen $B$ blockiert.

b) Im Punkt $(p_A, p_B) = (4, 4-\epsilon)$ beträgt der Gewinn beider Unternehmen

$$\Pi_A(4, 4-\epsilon) = 0$$
$$\Pi_B(4, 4-\epsilon) = (4-\epsilon-3)(16-4+\epsilon) = (1-\epsilon)(12+\epsilon) \approx 12.$$

Erhöht Unternehmen $A$ seinen Preis auf $p'_A > p_A$, liegt sein Preis oberhalb von $p_B$ und damit seine Nachfrage sowie Gewinn bei 0, was keine Verbesserung darstellt. Reduziert Unternehmen $A$ seinen Preis auf $p'_A = p_B$, erhält es die Hälfte der Nachfrage und einen Gewinn in Höhe von $\Pi_A(4-\epsilon, 4-\epsilon) = -\epsilon(12+\epsilon)/2 < 0$, was einer Verschlechterung entspricht. Reduziert es seinen Preis auf $p'_A = 4-\gamma < p_B$, beträgt der Gewinn $\Pi_A(4-\gamma, 4-\epsilon) = -\gamma(12+\gamma) < 0$, was ebenfalls einer Verschlechterung entspricht. Demnach kann sich Unternehmen $A$ nicht besser stellen. Erhöht Unternehmen $B$ seinen Preis auf $p_B > p_A$, liegt sein Preis oberhalb von $p_A$ und damit seine Nachfrage sowie Gewinn bei 0, was einer Verschlechterung entspricht. Erhöht Unternehmen $B$ seinen Preis auf $p'_B = p_A$, erhält es die Hälfte der Nachfrage und einen Gewinn in Höhe von $\Pi_B(4,4) = 1 \cdot (12)/2 = 6 < 12$, was einer Verschlechterung entspricht. Reduziert es seinen Preis auf $p'_B < p_B$, verringert es seinen Gewinn aufgrund

$$\frac{d\Pi_B(4, 4-\epsilon)}{d\epsilon} = -12 - \epsilon + 1 - \epsilon = -11 - 2\epsilon < 0.$$

Demnach kann sich Unternehmen $B$ nicht besser stellen und $(p_A, p_B) = (4, 4-\epsilon)$, mit $\epsilon > 0$ aber „ganz klein“, ist ein Nash-Gleichgewicht.