Vorbereitendes Skript zur Vorlesung

Mikroökonomik

Prof. Dr. Harald Wiese
Professur für Mikroökonomik
Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät
Universität Leipzig

Vorbemerkungen

Dieses Skript dient dazu, Ihnen zwischen dem ersten und dem zweiten Semester Gelegenheit zu geben, über einige mikroökonomische Aspekte nachzudenken, die Gegenstand der Vorlesung Mikroökonomik im zweiten Semester sind. Wir hoffen, dass diese vorbereitende Beschäftigung Sie neugierig auf den Inhalt der Vorlesung macht und Ihnen so einen besseren Einstieg ermöglicht. Wir legen Ihnen sehr ans Herz, sich mit den kurzen Texten und den dann folgenden Aufgaben zu beschäftigen. Kurze (und manchmal auch längere) Lösungen finden Sie am Ende dieses Skriptes.

Die im Skript angegebenen Kapitel beziehen sich auf das Lehrbuch von Harald Wiese, Mikroökonomik: Eine Einführung in 379 Aufgaben, 4. Auflage, Springer Verlag 2005. Die Vorlesung orientiert sich sehr eng an diesem Lehrbuch. Auch das Skript ist an das Lehrbuch angelehnt. Bisweilen wollen Sie vielleicht schon jetzt mehr wissen. Dann schauen Sie in das Lehrbuch. Die Idee dieses Skriptes ist jedoch eine andere.

- Zum einen sollen Sie die Gelegenheit haben, sich einen ersten Zugang zu einigen mikroökonomischen Themen zu erarbeiten.
- Zum anderen geben Ihnen die Aufgaben Anlass, ihre Rechenfertigkeiten zu überprüfen:
  - Differenzieren und Optimieren
  - Auflösen von Gleichungen

- Gleichungssysteme (insbesondere zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten)
- Kenntnis spezieller Funktionen (Logarithmus, Wurzel, ...)

Das Skript ist noch sehr neu. Wir bitten Sie daher darum, uns (Tobias Hiller unter hiller@wifa.uni-leipzig.de) Kritik und Anregungen zu schicken. Auch sind Sie uns am Lehrstuhl mit konkreten Fragen jederzeit willkommen.

Übrigens: Mindestens zwei Klausurfragen werden große Ähnlichkeit mit den Fragen in diesem Skript haben. Leider wissen wir noch nicht, welche.

Teil I. Haushaltstheorie

Die Haushaltstheorie beschäftigt sich mit den Entscheidungen von Haushalten, typischerweise mit Kaufentscheidungen. Einerseits beruhen solche Entscheidungen auf dem so genannten Budget. Es sagt aus, was sich der Haushalt leisten kann (Kap. B). Andererseits sind für die Entscheidungen die Präferenzordnungen wichtig. Diese geben an, welche Güterbündel der Haushalt anderen Güterbündeln vorzieht (Kap. C). Man benötigt beide Informationen zusammen, um das konsumierte Güterbündel vorhersagen zu können (Kap. D).

B. Das Budget

Wir bezeichnen als Budget das Einkommen oder den Geldbetrag m eines Haushaltes, mit dessen Hilfe bestimmte Güter gekauft werden können. Mit Budgetmenge bzw. Budget bezeichnen wir auch die Menge der Güterbündel, die mit Hilfe des Geldeinkommens erstanden werden können. Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass die betrachteten Haushalte sich nur für zwei Güter, Gut 1 und Gut 2, interessieren. Die Mengen dieser beiden Güter werden mit x_1 und x_2 (oder mit y_1 und y_2) bezeichnet, die Preise mit p_1 bzw. p_2. Gibt der Haushalt sein gesamtes Budget, m, für die beiden Güter aus, so erhält man die Budgetgleichung:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m. \tag{1}$$

Exercise 1 Sie verfügen über ein Einkommen von $m = 100$ und konsumieren Pizza und Chips. Für den Pizzakonsum geben Sie schon 40 Euro aus. Wenn der Preis für eine Tüte Chips bei 3 liegt, wie viele Tüten können Sie konsumieren?

Man kann die Budgetgleichung graphisch darstellen, mit x_1 an der x-Achse (Abszisse) und x_2 an der y-Achse (Ordinate). Machen Sie sich eine Skizze!

Exercise 2 Wenn der Haushalt sein gesamtes Budget für Gut 1 ausgibt (x_2 ist null), wie viele Einheiten kann er dann, ausgehend von Gl. (1), von Gut 1 konsumieren.

Je mehr der Haushalt von Gut 1 konsumiert, um so weniger kann er von Gut 2 konsumieren.

Exercise 3 Die Preise der zwei Güter 1 und 2 betragen $p_1 = 6$ und $p_2 = 2$. Wenn der Haushalt eine Einheit von Gut 1 zusätzlich konsumieren möchte, auf wie viele Einheiten von Gut 2 hat er dann zu verzichten?

Jetzt bitte nochmal die vorangehende Aufgabe und diesmal allgemein für Preise p_1 und p_2 :

Exercise 4 Die Preise der zwei Güter 1 und 2 betragen p_1 und p_2. Wenn der Haushalt eine Einheit von Gut 1 zusätzlich konsumieren möchte, auf wie viele Einheiten von Gut 2 hat er dann zu verzichten?

Sie können sicherlich auch die Lage der Budgetgeraden analysieren:

Exercise 5 Wie verändert sich die Budgetgerade, falls das Einkommen zunimmt?

Exercise 6 Wie muss man die Budgetgerade verändern, falls der Preis von Gut 1 steigt?

Zum Abschluss des Kapitels, testen Sie sich und Ihr Wissen an folgenden Aufgaben:

Exercise 7 Gegeben sind folgende Budgetgeraden:

- $2x_1 + 4x_2 = 40$
- $2x_1 + 4x_2 = 20$
- $x_1 + 4x_2 = 20$

a) Zeichnen Sie die Budgetgeraden!

b) Bestimmen Sie die Anstiege der Budgetgeraden!

c) Bestimmen Sie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen!

Und jetzt einige praktische Aufgaben für die Bewältigung Ihres Alltags:

Exercise 8 Sie verfügen über ein Budget von 12 Euro. Dafür kaufen Sie sich Rotwein (Gut 1) und, wegen der Vitamine, zusätzlich Salat (Gut 2). Wein kostet 4 Euro pro Flasche, Salat 2 Euro pro Salatkopf.

1. Stellen Sie die Budgetgleichung auf und zeichnen Sie diese!

2. Bestimmen Sie die Steigung der Budgetgeraden. Können Sie diese ökonomisch interpretieren?

3. Der Staat erhebt nun auf jede Flasche Rotwein eine Steuer in Höhe von 2 Euro. Können Sie Aussagen darüber treffen, wie dies die Budgetgerade verändert?

4. In Folge einer guten Ernte sinken die Preise für Salat um 50%.Wie wirkt sich dies auf die Budgetgerade aus?

Exercise 9 Susann ist eine strebsame Studentin und eine leidenschaftliche Kinogängerin. Ihr Geburtstagsgeld möchte sie für Bücher (Gut 1) und Kinobesuche (Gut 2) ausgeben; sie kann sich 5 Bücher und 4 Kinobesuche oder 3 Bücher und 12 Kinobesuche leisten. Wie viele Bücher könnte sie sich kaufen, wenn sie nicht ins Kino geht?

Das Budget kann auch als Anfangsausstattung gegeben sein. Beispielsweise hat ein Bauer Salat geerntet und überlegt nun, ob er einige Salatköpfe gegen Rotwein eintauschen soll.

Exercise 10 Ein Bauer erntet 6 Salatköpfe und möchte Salat und Rotwein konsumieren. Wie in Aufgabe 8 kostet eine Flasche Wein 4 Euro und ein Salatkopf 2 Euro.

1. Zeichnen Sie die Budgetgerade!

2. Der Staat erhebt nun auf jede Flasche Rotwein eine Steuer in Höhe von 2 Euro. Können Sie Aussagen darüber treffen, wie dies die Budgetgerade verändert?

3. In Folge einer guten Witterung erntet der Bauer 12 Salatköpfe. Wie wirkt sich dies auf die Budgetgerade aus?

4. In Folge einer guten Witterung erntet der Bauer 12 Salatköpfe, der Preis für Salat sinkt jedoch um 50%. Wie müssen Sie die Budgetgerade nun zeichnen?

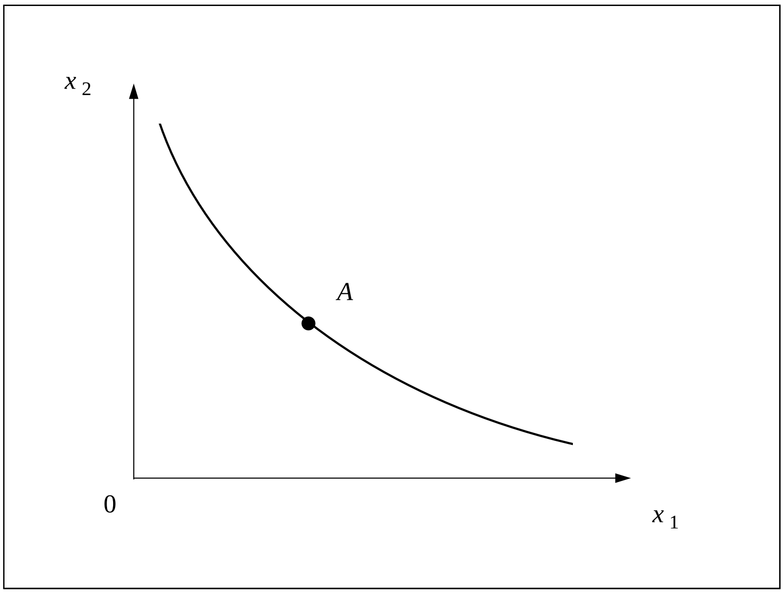

Abbildung 1: Eine Indifferenzkurve

C. Präferenzen

Im vorangegangenen Kapitel haben wir das Budget analytisch und graphisch bestimmt. Damit haben wir eine Antwort auf die Frage gegeben: Welche Güterbündel kann sich der Haushalt leisten? Nun geht es um die Frage: Welche Güterbündel zieht er anderen Güterbündeln vor?

Wir können alle die Güterbündel zusammenfassen, die einem Haushalt gleich viel wert sind. Im Falle von zwei Gütern, Gut 1 und Gut 2, kann man diese Güterbündel wie in Abb. 1 zeichnen. Die dargestellte Kurve heißt Indifferenzkurve. Sie verbindet all diejenigen Güterbündel, die dem Haushalt genau so viel wert sind wie Güterbündel A.

Exercise 11 Claudette ist eine Schuhfetischistin. Ihre Zufriedenheit hängt nur von der Anzahl ihrer Schuhpaare ab. Schreiben Sie an die x-Achse eines Diagramms "linke Schuhe" und an die y-Achse "rechte Schuhe". Betrachten Sie nun den Punkt $(4, 2)$. Claudette hat also 4 linke und 2 rechte Schuhe. Gibt es noch weitere Bündel (Kombinationen rechter und linker Schuhe), die Claudette gleich viel bedeuten?

Exercise 12 Die Präferenzen eines anderen Individuums lassen sich durch "je mehr, desto besser" beschreiben. Wo liegen die Güterbündel, die dieses Individuum dem Punkt $(4, 2)$ vorzieht?

Im Allgemeinen mischen wir uns als Wissenschaftler nicht in die Präferenzen der Individuen ein. Geschmäcker sind eben verschieden. Aber was ist mit Egon los?

Exercise 13 Egon betrachtet die drei Güterbündel A, B und C und sagt sich:

1. Ich finde A besser als B.
2. Ich finde B besser als C.
3. Ich finde C besser als A.

Was sagen Sie dazu?

Exercise 14 Bei lexikographischen Präferenzen wird Güterbündel (x_1, x_2) gegenüber (y_1, y_2) strikt vorgezogen, falls entweder $x_1 > y_1$ gilt oder $x_1 = y_1$ und $x_2 > y_2$. Gut 1 ist also viel wichtiger als Gut 2. Beim Vergleich von Bündeln ist zunächst nur die Menge von Gut 1 wichtig. Ordnen Sie die Güterbündel $(3, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 3)$, $(4, 2)$, $(4, 3)$ an. Dazu können Sie das Präferenzzeichen $\succ$ verwenden. $A \succ B$ heißt: Güterbündel A ist dem Haushalt lieber als Güterbündel B.

D. Haushaltsoptimum

Die Haushalte wählen das für sie beste Güterbündel (im Sinne ihrer Präferenzen), das sie sich leisten können.

Exercise 15 Wir betrachten nochmals Claudette, die Schuhfetischistin. Nehmen Sie an, der Preis für linke Schuhe sei $p_1 = 20$ und für rechte Schuhe $p_2 = 10$. Claudette hat ein Budget von 120 für Schuhe (pro Monat!). Wie viele linke und wie viele rechte Schuhe wird sie kaufen?

Exercise 16 Die Präferenzen eines anderen Individuums lassen sich durch "je mehr, desto besser" beschreiben. Gehen Sie von den Preisen $p_1 = 0$ und $p_2 = 2$ aus. Bestimmen Sie das optimale Konsumbündel!

Exercise 17 Betrachten Sie lexikographische Präferenzen, bei denen Gut 1 viel wichtiger ist als Gut 2. Gehen Sie zudem von einem Einkommen m und den Preisen p_1 und p_2 aus. Welches Güterbündel wird der Haushalt kaufen?

E. Komparative Statik

Den graphischen Zusammenhang zwischen dem Preis eines Gutes und der von einem Haushalt nachgefragten Menge des Gutes (bei festem Einkommen und unverändertem Preis des anderen Gutes) heißt (individuelle) Nachfragekurve.

Exercise 18 Skizzieren Sie die Nachfragekurve für Gut 1 des in Aufgabe 17 betrachteten Haushalts. Bezeichnen Sie dabei die $x-$Achse mit x_1 und die $y-$Achse mit p_1.

Güter heißen gewöhnlich, wenn die Nachfrage bei steigendem Preis sinkt. Güter heißen normal, wenn die Nachfrage bei steigendem Einkommen steigt.

Exercise 19 Bei lexikographischen Präferenzen haben wir die optimale Konsummenge

$$x_1 = \frac{m}{p_1}$$

ermittelt. Ist Gut 1 gewöhnlich und/oder normal? Leiten Sie für Ihre Antwort x_1 nach p_1 bzw. m ab!

F. Entscheidungen über Arbeitsangebot und Sparen

Haushaltstheorie hat damit zu tun, dass ein Haushalt von Gut 1 nur dann mehr konsumieren kann, wenn er auf den Konsum von Gut 2 verzichtet. Wir betrachten jetzt die Freizeit, die ein Haushalt genießt, als ein Gut. Worauf verzichtet der Haushalt, wenn er seine Freizeit erhöht?

Exercise 20 Annegret arbeitet jeden Dienstag 8 Stunden zu einem Stundenlohn von $\frac{4 \text{ Euro}}{h}$. Sie beschließt, ihre Arbeitszeit auf 6 Stunden zu reduzieren. Worauf verzichtet sie für den Mehrkonsum von 2 Stunden Freizeit?

Konsum dieses Jahr und Konsum nächstes Jahr stehen auch in einer solchen Beziehung. Wenn der Haushalt in diesem Jahr mehr konsumiert, muss er im nächsten Jahr auf Konsum verzichten.

Exercise 21 Gerd schafft sich einen Kühlschrank auf Kredit an. Der Kühlschrank kostet 2000 Euro (Luxusanfertigung mit eingebauter Joghurt-Zählmaschine). Die Bank berechnet 10 Prozent Zinsen und der Kredit muss im nächsten Jahr getilgt werden. Um wie viel muss Gerd seinen Konsum im Folgejahr reduzieren?

G. Unsicherheit

Wie verhalten sich Individuen bei Unsicherheit, in Anbetracht von so genannten Lotterien? Formal ist eine Lotterie durch

$$L = [x_1, ..., x_n; p_1, ..., p_n]$$

gegeben: Die Auszahlung x_i ergibt sich mit der Wahrscheinlichkeit p_i. Eine wichtige Kennzahl der Lotterie L ist der Erwartungswert

$$E_L = p_1 x_1 + ... + p_n x_n.$$

Insbesondere ist der Erwartungswert der risikolosen Verteilung $[x; 1]$, die mit der Wahrscheinlichkeit 1 das Ergebnis x ergibt, gleich x.

Exercise 22 Bestimmen Sie die Erwartungswerte für die Lotterien $L_1 = \left[110, 0; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ und $L_2 = \left[60, 40; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$! Welcher Lotterie würden Sie den Vorzug geben?

Exercise 23 Wie hoch muss x sein, sodass Sie indifferent zwischen den Lotterien $L_1 = \left[x, 0; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ und $L_2 = [50; 1]$ sind?

Exercise 24 Wie hoch muss y sein, sodass Sie indifferent zwischen den Lotterien $L_1 = \left[100, 0; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ und $L_2 = [y; 1]$ sind?

Exercise 25 Julia wird aufgefordert, sich an dem folgenden Spiel zu beteiligen: Eine ideale Münze mit "Wappen" und "Zahl" wird dreimal geworfen.

- Liegt dreimal Wappen oben, so soll sie 5 Euro erhalten.
- Liegt genau zweimal Wappen oben, dann erhält sie 2 Euro.
- Liegt genau einmal Wappen oben, dann hat sie 4 Euro zu zahlen und
- falls keinmal Wappen oben liegt, soll sie 1 Euro zahlen.

Sollte Julia an diesem Spiel teilnehmen, wenn es ihr nur auf den Erwartungswert ankommt?

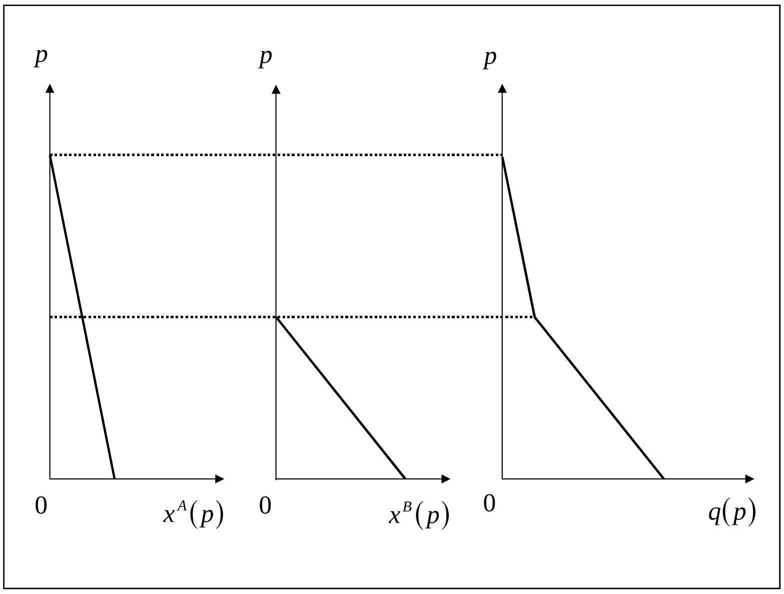

Abbildung 2: Aggregation individueller Nachfragekurven

H. Marktnachfrage und Erlöse

Exercise 26 Auf einem Markt sind nur die Haushalte A und B als Nachfrager aktiv. Die Nachfragemengen dieser Haushalte sind in der folgenden Tabelle angegeben. Wie viel fragen die Haushalte zusammen nach?

	individuelle Nachfragen		Marktnachfrage
Preise	Haushalt A	Haushalt B	
5	10	20	
6	8	15	
7	3	9	

Exercise 27 Zeichnen und aggregieren Sie die beiden Nachfragefunktionen $x^A(p) = 20 - 2p$ und $x^B(p) = 15 - 3p$! Orientieren Sie sich dabei an Abb. 2.

Exercise 28 Auf einer Insel im Pazifik gibt es einen Stamm, dessen Angehörige blaue oder grüne Augen haben. Bei einen Preis von p werden von den blauäugigen Bewohnern der Insel $100-4p$ Straußeneier erworben. Hingegen erwerben die grünäugigen Stammesangehörigen (wiederum alle zusammen) gerade $50-p$ Straußeneier. Natürlich werden weder von der einen noch von der anderen Stammesgruppe negative Mengen erworben.

1. Bei welchem Preis erwerben die blauäugigen Stammesangehörigen gerade keine Straußeneier mehr? (Diesen Preis nennt man Prohibitivpreis.)

2. Und bei welchen die grünäugigen?

3. Stellen Sie die aggregierte (aggregiert über blau- und grünäugige Straßeneier-Konsumenten) Nachfrage analytisch dar. Die vorangehenden Fragen helfen Ihnen dabei, die notwendigen Fallunterscheidungen zu treffen.

4. Fertigen Sie eine passende Zeichnung an!

Exercise 29 Wie würden Sie das Produkt aus Preis und Menge bezeichnen?

Exercise 30 Gegeben ist folgende Nachfragefunktion $q(p) = 30 - 3p$. Bei welchem Preis und bei welcher Menge ist der Erlös maximal? Zeichnen Sie die Nachfrage-, die Erlös- und die Grenzerlösfunktion in ein Preis-Mengen-Diagramm.

Teil II. Unternehmenstheorie

Nun zu den Unternehmen. Diese produzieren (Produktionsfunktion), was einerseits Kosten (Kostenfunktion) verursacht und andererseits zu Umsatz (Erlös- oder Umsatzfunktion) führt. Wir gehen davon aus, dass die Unternehmen so klein sind, dass sie die Güter- und Faktorpreise nicht beeinflussen (Preisnehmerschaft).

Exercise 31 Wie würden Sie den Gewinn eines Unternehmens definieren?

I. Produktionstheorie

Eine Produktionsfunktion f gibt an, wie viel von einem Gut durch den Einsatz von Produktionsfaktoren maximal hergestellt werden kann. Abb. 3 veranschaulicht dies für den Fall eines Produktionsfaktors graphisch. Bezeichnet man die Menge des herzustellenden Gutes mit y und die Einsatzmengen der (beispielsweise zwei) Produktionsfaktoren mit x_1 und x_2, so schreibt man

$$y = f(x_1, x_2).$$

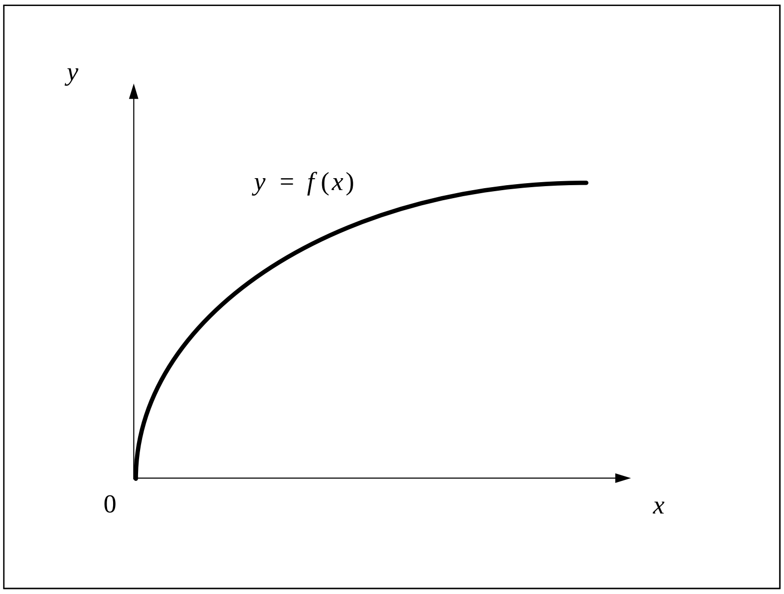

Abbildung 3: Produktionsfunktion mit einem Produktionsfaktor

Exercise 32 Ein Unternehmen kann durch den Einsatz von $x \geq 0$ Einheiten Tomaten $y = f(x) = x^2$ Einheiten Tomatenduft herstellen. Wie viele Tomaten benötigt das Unternehmen zur Herstellung von y Einheiten Tomatenduft?

Wie produktiv ist ein Faktor? Auf diese Frage gibt es mehrere sinnvolle Antworten. Zunächst einmal kann man die Durchschnittsproduktivität (AP = average productivity) ermitteln. Zu ihrer Berechnung teilt man die produzierte Outputmenge y durch die jeweilige Faktoreinsatzmenge und erhält für Faktor 1

$$AP_1 = \frac{y}{x_1}.$$

Exercise 33 Bestimmen Sie die Durchschnittsproduktivität des Faktors 1 für die folgenden Produktionsfunktionen:

1. $y = f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2$
2. $y = f(x_1, x_2) = x_1^2 x_2 + 2$
3. $y = f(x_1, x_2) = 10x_1 x_2 + 4x_1$

Exercise 34 Wenn 1000 Automobilarbeiter 5000 Autos in einem Monat fertigen, wie hoch ist dann die Durchschnittsproduktivität? Welche Einheit hat sie?

Eine andere, auch wichtige Frage ist, wie eine Erhöhung des Faktoreinsatzes auf das Produktionsergebnis wirkt. Um wie viel steigt die produzierte Menge, falls eine Einheit von Faktor 1 zusätzlich eingesetzt wird? Die Antwort liefert die so genannte Grenzproduktivität (MP = marginal productivity). Zu ihrer Berechnung leitet man die Produktionsfunktion partiell nach dem jeweiligen Faktor ab. Die Grenzproduktivität des Faktors 1 lautet

$$MP_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1}.$$

Exercise 35 Bestimmen Sie die Grenzproduktivität des Faktors 1 für die folgenden Produktionsfunktionen:

1. $y = f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2$
2. $y = f(x_1, x_2) = x_1^2 x_2 + 2$
3. $y = f(x_1, x_2) = 10x_1x_2 + 4x_1$
4. $y = f(x_1, x_2) = \ln(x_1x_2 + 1)$ (Kettenregel!)

Analog zu den Indifferenzkurven in Kapitel C können nun die Kombinationen der Faktoreinsatzmengen betrachtet werden, die zur gleichen Ausbringungsmenge führen. Man bezeichnet diese als Isoquanten (siehe Abb. 4).

Exercise 36 Nadine verkauft benutzerfreundliche Software. Ihre Produktionsfunktion lautet $y = f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$, wobei x_1 die Anzahl der ungelernten Arbeitskräfte und x_2 die Anzahl der hochqualifizierten Arbeitskräfte bezeichnet.

1. Zeichnen Sie alle Inputkombinationen, die Nadine die Produktion von genau 20 Softwareeinheiten ermöglichen.
2. Wenn sie nur ungelernte Arbeitskräfte einsetzt, wie viele muss sie einsetzen, um einen Output von 100 zu erzielen?
3. Wenn sie nur hochqualifizierte Arbeitskräfte einsetzt, wie viele muss sie einsetzen um einen Output von 40 zu erzielen?
4. Wenn Nadine eine hochqualifizierte Arbeitskraft ausfällt, wie viele ungelernte Arbeitskräfte muss sie zusätzlich einstellen, wenn sie die Produktion konstant halten möchte?

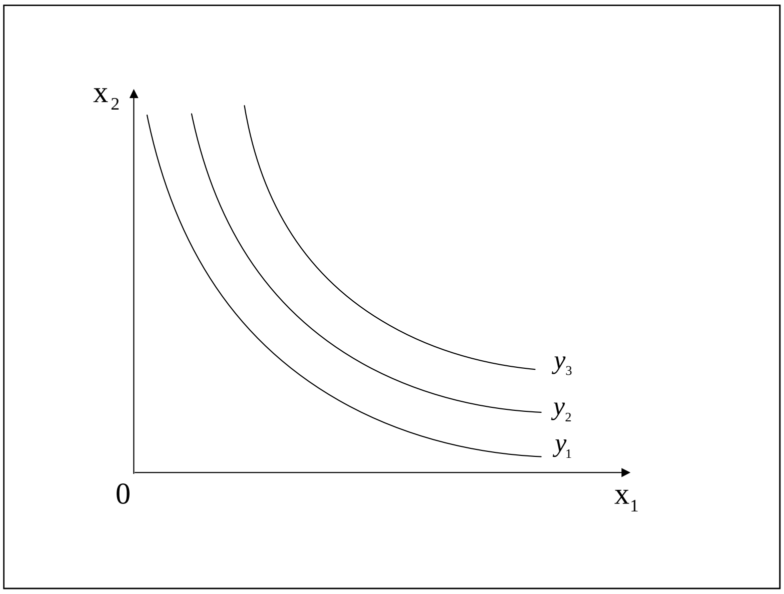

Abbildung 4: Isoquanten

J. Kosten

Ein Unternehmen setzt zur Produktion einer Menge y die Faktoren 1 und 2 in den Mengen x_1 und x_2 derart ein, dass $y = f(x_1, x_2)$ gilt. Bezeichnet man mit w_1 und w_2 die Faktorpreise, so kostet die Faktoreinsatzmengenkombination (x_1, x_2)

$$c = w_1 x_1 + w_2 x_2.$$

Unternehmen interessieren sich auch dafür, welche Kosten mit der Produktion einer bestimmten Ausbringungsmenge verbunden sind. Die dazugehörige Funktion heißt Kostenfunktion.

Exercise 37 Gegeben sei die Produktionsfunktion $y = f(x) = \sqrt{x}$. Die Kosten für den Produktionsfaktor betragen 2. Wie viel kostet die Herstellung von y (allgemein) Einheiten. Mit anderen Worten: Bestimmen Sie die Kostenfunktion!

In der Produktionstheorie hatten wir die Grenz- und die Durchschnittsproduktivität kennengelernt. In der Kostentheorie sind die Grenzkosten (MC = marginal costs) und die Durchschnittskosten (AC = average costs) analog definiert.

Exercise 38 Definieren Sie Grenzkosten und Durchschnittskosten für die durch $c(y)$ gegebene Kostenfunktion. Bestimmen Sie sodann die Grenz- und Durchschnittskosten der folgenden Kostenfunktionen:

1. $c_1(y) = 4y^2 + 16$.

2. $c_2(y) = 10y + 5$.

Exercise 39 Bestimmen Sie für die Funktion $c_1(y) = 4y^2 + 16$ aus der vorigen Aufgabe, bei welcher Produktionsmenge die Durchschnittskosten minimal sind. Berechnen Sie außerdem die Produktionsmenge y, bei der die Grenzkosten gleich den Durchschnittskosten sind. Ob das wohl ein Zufall ist?

Exercise 40 Ein Unternehmen stellt ein Produkt in zwei Betriebsstätten, A und B, her. Folgende Tabelle gibt die Grenzkosten der beiden Betriebsstätten in diskreter Weise an.

	Betriebsstätte A	Betriebsstätte B
Kosten der 1. Einheit	1	2,5
Kosten der 2. Einheit	2	3,5
Kosten der 3. Einheit	3	4,5
Kosten der 4. Einheit	4	5,5

Wie sollte das Unternehmen die Produktion von 4 Einheiten verteilen?

K. Gewinnmaximierung

Der Gewinn Π kann in Abhängigkeit von den Faktoreinsatzmengen so notiert werden:

$$\Pi(x_1, x_2) = \underbrace{p \cdot f(x_1, x_2)}_{\text{Umsatz}} - \underbrace{(w_1 x_1 + w_2 x_2)}_{\text{Ausgaben für die Faktoren}}.$$

Versuchen Sie sich zunächst an einer einfachen Variante des Problems mit nur einem Produktionsfaktor:

Exercise 41 Ein Unternehmen erzielt einen Gewinn von $\Pi(x) = 10 \cdot \sqrt{x} - w \cdot x$, wenn es $x \geq 0$ Einheiten eines Rohstoffes einsetzt. Welche Menge des Faktors sollte das Unternehmen einsetzen?

Die folgende Aufgabe ist etwas schwieriger. Sie haben zweimal partiell abzuleiten und anschließend ein Gleichungssystem mit den zwei Unbekannten x_1 und x_2 zu lösen.

Exercise 42 Die Gewinnfunktion eines Unternehmens lautet $\Pi(x_1, x_2) = 3x_1^{\frac{1}{3}} x_2^{\frac{1}{3}} - w_1 x_1 - w_2 x_2$. Bestimmen Sie die gewinnmaximalen Faktoreinsatzmengen!

Alternativ kann man den Gewinn auch als Funktion des Outputs y aufschreiben:

$$\Pi(y) = r(y) - c(y) = p \cdot y - c(y).$$

Das Ableiten nach y und anschließendes Nullsetzen führt zur optimalen Ausbringungsmenge.

Exercise 43 Ein Unternehmen kann ein Gut zu einem Preis von 6 verkaufen. Die Herstellung von y Einheiten dieses Gutes verursacht Kosten in Höhe von y^2 Wie viele Einheiten dieses Gutes sollte das Unternehmen herstellen und verkaufen?

Exercise 44 Der Staat verschärft nun die Umweltvorschriften, so dass die Kosten im Vergleich zur vorigen Aufgabe um 2 je produzierter Einheit steigen. Bestimmen Sie erneut, wie viele Einheiten das Unternehmen herstellen und verkaufen soll?

Teil III. Vollkommene Konkurrenz und Wohlfahrtstheorie

L. Vollkommene Konkurrenz

Das Marktgleichgewicht ist durch den Schnittpunkt von Angebots- und Nachfragekurve charakterisiert.

Exercise 45 Die Marktnachfrage ist durch $D(p) = 40 - p$ und die Angebotsfunktion durch $S(p) = 10 + p$ gegeben.

1. Zeichnen Sie die Angebots-und Nachfragefunktion in ein Preis-Mengen-Diagramm!
2. Bei welchem Preis und bei welcher Menge stellt sich das Gleichgewicht ein?
3. Welche Menge wird auf dem Markt gehandelt, wenn der Staat einen Höchstpreis von $p = 10$ festlegt?

Exercise 46 Die Marktnachfragefunktion lautet $D(p) = 18 - 2p$.

1. Zeichnen Sie diese Funktion und berechnen Sie die Fläche zwischen ihr und der Preisgeraden $p = 7$. Nutzen Sie zur Berechnung die Dreiecksflächenformel: Dreiecksfläche = Grundfläche mal Höhe geteilt durch 2.

2. Wie groß ist die Fläche, wenn der Preis auf $p = 4$ fällt?

Exercise 47 Die Angebotsfunktion auf einem Markt sei gegeben durch $S(p) = 2p - 4$.

1. Wie groß ist die Fläche zwischen der gegebenen Angebotsfunktion und der Preisgeraden $p = 6$?

2. Der Preis steigt auf $p = 10$. Um wie viel ändert sich dadurch die Fläche?

M. Das erste Wohlfahrtstheorem

Exercise 48 Drei Personen A, B und C verfügen im status quo über 10, 30 bzw. 30 Tausend Euro. Stellen Sie sich vor, Sie könnten als Wirtschaftspolitiker alternative Verteilungen bewirken. Können Sie sagen, welche dieser Maßnahmen Sie gegenüber dem status quo vorziehen würden?

Wirtschaftspolitik	Person A	Haushalt B	Person C
Status quo	10	20	30
Politik 1	10	21	31
Politik 2	11	21	31
Politik 3	10	20	1000
Politik 4	10	10	10
Politik 5	20	20	20

N. Monetäre Bewertung von Umwelteinflüssen

Es ist nicht ganz leicht, gute oder schlechte Änderungen der Umwelt zu bewerten. Allerdings kann man die Menschen fragen, welcher Geldbetrag ihnen genau so viel wert ist wie die entsprechende Änderung.

Exercise 49 Stellen Sie sich vor, in der Nähe Ihrer Wohnung soll ein schöner Park angelegt werden, den Sie dann bei Bedarf kostenlos zum Joggen und Spazierengehen nutzen können. Beantworten Sie dazu folgende Fragen:

1. Wie viel Geld wären Sie bereit dafür zu zahlen, dass der Park angelegt wird?
2. Wie viel Geld müsste man Ihnen geben als Ausgleich dafür, dass der Park nicht entsteht?
3. Nun soll der schöne Park geschlossen werden und durch eine Wohnanlage ersetzt werden. Wie viel Geld wären Sie bereit dafür zu zahlen, dass der Park weiterhin besteht?
4. Wie viel Geld müsste man Ihnen geben, damit Sie den Rückbau des Parks akzeptieren könnten.

Teil IV. Marktformenlehre

O. Monopol und Monopson

Wir betrachten nun den Fall, dass nur ein Unternehmen im Markt agiert. Während wir im Teil II von Preisnehmerschaft ausgegangen sind, beeinflusst dieses eine Unternehmen durch die Wahl der Absatzmenge auch den Marktpreis.

Exercise 50 Ein Unternehmen ist einziger Anbieter auf einem Markt. Die Nachfragefunktion lautet $p(q) = 50 - q$, die Kostenfunktion des Unternehmens $c(q) = 30q$.

1. Welche Ausbringungsmenge minimiert die anfallenden Kosten?
2. Welche Ausbringungsmenge führt zu maximalen Erlösen?
3. Bestimmen Sie die gewinnmaximierende Ausbringungsmenge!

Exercise 51 Ein Unternehmen ist einziger Nachfrager nach einem Produktionsfaktor L, d.h. ein Monopsonist. Die Angebotsfunktion für den Faktor lautet $w(L) = 6 + 2L$, wobei w für den Preis des Faktors steht. Die Produktionsfunktion lautet $f(L) = 4L$. Das Produkt des Unternehmens wird zu einem Marktpreis von 2 gehandelt.

Bestimmen Sie das gewinnmaximierende L!

P. Spieltheorie

Exercise 52 Zwei Spieler nehmen an einem Spiel teil. Spieler A kann zwischen den Strategien "oben" und "unten" wählen; Spieler B hat "links" und "rechts" zur Auswahl. Es ergeben sich also 4 Kombinationen. Die Auszahlungen des Spiels können der nachfolgenden Abbildung entnommen werden. Die erste Zahl gibt die Auszahlung von Spieler A an, die zweite die Auszahlung von Spieler B. Wählt Spieler A die Strategie "unten" und Spieler B die Strategie "links", so erhält Spieler A eine Auszahlung in Höhe von 7 und Spieler B erhält 1.

		Spieler B	
		links	rechts
Spieler A	oben	3,2	4,1
	unten	7,1	6,2

1. Was bekommt Spieler B, wenn Spieler A "oben" wählt und Spieler B "rechts" spielt?
2. Ist eine der Strategien von Spieler A dominant in dem Sinne, dass die Strategie nicht schlechter als die andere Strategie abschneidet - egal was Spieler B macht?
3. Man stelle sich vor, Spieler A wählt "unten" und Spieler B spielt "links". Kann sich dann ein Spieler verbessern, wenn er annimmt, dass der andere nicht von seiner gespielten Strategie abweicht?
4. Zeigen Sie, dass sich bei der Kombination ("unten", "rechts") keiner der Spieler durch eine andere Strategie besserstellen kann, wenn er annimmt, der jeweils andere bleibe bei seiner Strategiewahl. Wir sagen dazu: Einseitiges Abweichen lohnt nicht. Welche Zahlenpaare benötigen Sie dazu?

Exercise 53 Werfen Sie einen Blick auf die folgende Auszahlungsmatrix – hier handelt es sich um die Auszahlungen zweier Angestellter. Der Chef befragt sie nach deren Meinung über eine seiner "genialen" Ideen:

		Spieler B	
		widersprechen	abnicken
Spieler A	nein-sagen	3,4	1,5
	ja-sagen	4,0	2,2

1. Gibt es für einen der Angestellten eine dominante Strategie, d.h. steht er bei einer der Strategien immer besser da, unabhängig von der Wahl seines Gegenübers?

2. Was wäre, wenn sich die zwei Spieler verabreden, "nein-sagen" bzw. "widersprechen" zu wählen? Woran könnte die Verabredung scheitern?

Q. Oligopoltheorie

Oligopoltheorie behandelt den Fall mehrerer Unternehmen. Wir setzen nun n Unternehmen mit Absatzmengen y_i voraus. Die Summe der Absatzmengen aller Unternehmen bezeichnen wir mit $Y := \sum_{i=1}^{n} y_i$.

Exercise 54 Wie würden Sie $\frac{y_i}{Y}$ nennen?

Im Monopolfall ist der Markt sehr konzentriert, bei sehr vielen Unternehmen ist er wenig konzentriert. Ein Maß für die Konzentration auf Märkten ist der Herfindahl-Index. Er ist durch

$$H = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{y_i}{Y} \right)^2$$

definiert.

Exercise 55 Berechnen Sie den Herfindahl-Index für $n = 1$ (Monopolfall), $n = 5$ und $y_1 = ... = y_5$!

Teil V. Externe Effekte

R. Externe Effekte und Umweltökonomik

Wir betrachten in den nächsten beiden Aufgaben externe Effekte am Beispiel von zwei Unternehmen. In der ersten produziert Unternehmen 1 eine bestimme Menge y_1 und diese Produktion ist mit Umweltverschmutzung verbunden, die dann die Produktion von Unternehmen 2 erschwert. Hier haben wir also einen negativen externen Effekt vorliegen.

Exercise 56 Die Gewinnfunktionen von zwei Unternehmen, 1 und 2, sind durch

$$\begin{aligned}\Pi_1(y_1, y_2) &= 12 \cdot y_1 - y_1^2, \\ \Pi_2(y_1, y_2) &= 12 \cdot y_2 - y_2^2 - y_1 y_2\end{aligned}$$

gegeben, wobei y_1 die von Unternehmen 1 und y_2 die von Unternehmen 2 produzierte Menge bezeichnet.

1. Welcher Term in den Gewinnfunktionen repräsentiert den negativen externen Effekt, den Unternehmen 1 auf Unternehmen 2 ausübt?

2. Gehen Sie davon aus, dass beide Unternehmen unabhängig voneinander ihren Gewinn maximieren. Welche Mengen werden sie produzieren? Wie hoch ist dann jeweils der Gewinn? Hinweis: Beginnen Sie mit Unternehmen 1!

3. Gehen Sie nun davon aus, dass die beiden Unternehmen Teile eines Konzerns sind, der den Gesamtgewinn maximiert. Welche Mengen werden jetzt produziert? Wie hoch ist dann der gemeinsame Gewinn? Hinweis: Addieren Sie die Gewinnfunktionen und berechnen Sie die partiellen Ableitungen von $\Pi(y_1, y_2) := \Pi_1(y_1, y_2) + \Pi_2(y_1, y_2)$ in Bezug auf y_1 und y_2!

Versuchen Sie sich auch an dieser etwas schwierigeren Variante der vorigen Aufgabe.

Exercise 57 Zwei Unternehmen, 1 und 2, produzieren in unmittelbarer Nähe voneinander und haben die folgenden Gewinnfunktionen:

$$\begin{aligned}\Pi_1(y_1, y_2) &= 5y_1 - y_1^2 - y_1 y_2, \\ \Pi_2(y_1, y_2) &= 5y_2 - y_2^2 + y_1 y_2,\end{aligned}$$

wobei y_1 die von Unternehmen 1 und y_2 die von Unternehmen 2 produzierte Menge bezeichnet.

1. Können Sie externe Effekte identifizieren?

2. Gehen Sie davon aus, dass beide Unternehmen unabhängig voneinander ihren Gewinn maximieren. Welche Mengen werden sie produzieren? Wie hoch ist dann jeweils der Gewinn?

3. Gehen Sie nun davon aus, dass die beiden Unternehmen Teile eines Konzerns sind, der den Gesamtgewinn maximiert. Welche Mengen werden jetzt produziert? Wie hoch ist dann der gemeinsame Gewinn?

S. Öffentliche Güter

Ada und Onno leben in einer Zweier-WG. Neben dem Konsum von Tiefkühlpizza, die 4 Euro das Stück kostet, ist die Goldfischzucht in der gemeinsamen Küche ihre einzige Freude. Das Halten eines Goldfisches verursacht Ausgaben in Höhe von 1 Euro. Wie viele Goldfische sollten in der WG gehalten werden?

Solchen Fragen gehen wir im letzten Kapitel der Vorlesung nach. Zwischen Pizza und Goldfischen bestehen gewichtige ökonomische Unterschiede, die darüber hinausgehen, dass die Goldfische noch leben. Die von Onno konsumierte Menge Pizza tut nämlich nur diesem gut, während von einem weiteren Goldfisch beide profitieren. Man sagt auch, dass Pizza ein privates Gut ist und Goldfische ein öffentliches. Eine Pizza kann nur von einer Person gegessen werden; an einem Goldfisch können sich beide gleichermaßen erfreuen. Nun, dazu später mehr gegen Ende der Vorlesung.

Mathematische Grundlagen

Exercise 58 Vereinfachen Sie die Ausdrücke!

1. $\left(\frac{a^5}{a^2}\right)^2$
2. $\frac{b^2+b^4}{a^{-2}}$
3. $^3\sqrt{a^3}$
4. $a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{6}}$
5. $\frac{a x_1^{a-1} x_2^{1-a}}{(1-a) x_2^{-a} x_1^{a}}$

Exercise 59 Bestimmen Sie die erste und die zweite Ableitung der folgenden Funktionen:

1. $f_1(x) = 2x^{-4} + 5x^2$
2. $f_2(x) = \ln x$
3. $f_3(x) = e^x$
4. $f_4(x) = 2e^{-2x}$
5. $f_5(x) = 2\sqrt{x^2+3}$

Exercise 60 Leiten sie die nachstehenden Funktionen partiell ab!

1. $f_1(x, y) = 2xy + x^2 + y^2 + x^3$
2. $f_2(x, y) = \ln x + y$
3. $f_3(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$
4. $f_4(x_1, x_2) = x_1 x_2$
5. $f_5(x_1, x_2) = (x_1^a + x_2^a)^b$
6. $f_6(x_1, x_2) = (x_1 + 1)(x_2 + 3)$
7. $f_7(x_1, x_2) = ax_1 + b\sqrt{x_2}$

Lösungen

B. Das Budget

Aufgabe 1

Es verbleiben noch 60 Euro für den Konsum von Chips, d.h. 20 Tüten können konsumiert werden.

Aufgabe 2

$\frac{m}{p_1}$.

Aufgabe 3

3.

Aufgabe 4

$\frac{p_1}{p_2}$.

Aufgabe 5

Eine Einkommenserhöhung schiebt die Budgetgerade parallel nach außen.

Aufgabe 6

Wenn der Preis von Gut 1 steigt, dreht sich die Budgetgerade um den Schnittpunkt mit der Ordinate („y-Achse“) nach innen ($\frac{m}{p_2}$ bleibt unverändert).

Aufgabe 7

a) Vielleicht lösen Sie zunächst nach x_2 auf?

b) $-\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$, $-\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{4}$.

c) $(0,10)$ und $(20,0)$, $(0,5)$ und $(10,0)$, $(0,5)$ und $(20,0)$.

Aufgabe 8

1. Die Budgetgerade ist die Strecke zwischen den Punkten $(3,0)$ und $(0,6)$.
2. Die Steigung der Budgetgeraden beträgt -2. Wenn der Haushalt eine Flasche Wein (Gut 1) zusätzlich konsumieren möchte, so muss er auf den Konsum von 2 Salaten verzichten.
3. Der Preis einer Flasche Rotwein erhöht sich um 2 Einheiten, so dass die Budgetgleichung nun $12 = 6x_1 + 2x_2$ lautet. Der Schnittpunkt mit der x_2-Achse bleibt unverändert, auf der x_1-Achse dreht sich die Gerade nach innen.
4. $12 = 6x_1 + 0,5 \cdot 2x_2 = 6x_1 + x_2$, der x_2-Achsenabschnitt verdoppelt sich.

Aufgabe 9

Sie haben folgende zwei Gleichungen gegeben:

$$m = 5p_1 + 4p_2 \text{ und } m = 3p_1 + 12p_2.$$

Gesucht ist $\frac{m}{p_1}$, der Schnittpunkt mit der x_1-Achse. Umstellen der ersten Gleichung nach p_2 ergibt $p_2 = \frac{1}{4}m - \frac{5}{4}p_1$. Setzt man dies in die zweite Gleichung ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} m &= 3p_1 + 12\left(\frac{1}{4}m - \frac{5}{4}p_1\right) \\ 6 &= \frac{m}{p_1}, \end{aligned}$$

d.h. Susann kann sich 6 Bücher kaufen, wenn sie nicht ins Kino geht.

Aufgabe 10

1. $6 \cdot 2 = 4x_1 + 2x_2$. Die Schnittpunkte mit den Achsen lauten $(0,6)$ und $(3,0)$.
2. Rotwein kostet jetzt 6 Euro. Die Budgetachse dreht sich um den Punkt $(0,6)$; die Anfangsausstattung bleibt im Budget. Zweiter Schnittpunkt ist $(2,0)$.
3. Die Budgetgerade verschiebt sich parallel nach außen $(12 \cdot 2 = 4x_1 + 2x_2)$. Die Schnittpunkte mit den Achsen lauten $(0,12)$ und $(6,0)$.
4. Es gilt: $12 \cdot 1 = 4x_1 + 1x_2$. Die Schnittpunkte mit den Achsen lauten $(0,12)$ und $(3,0)$.

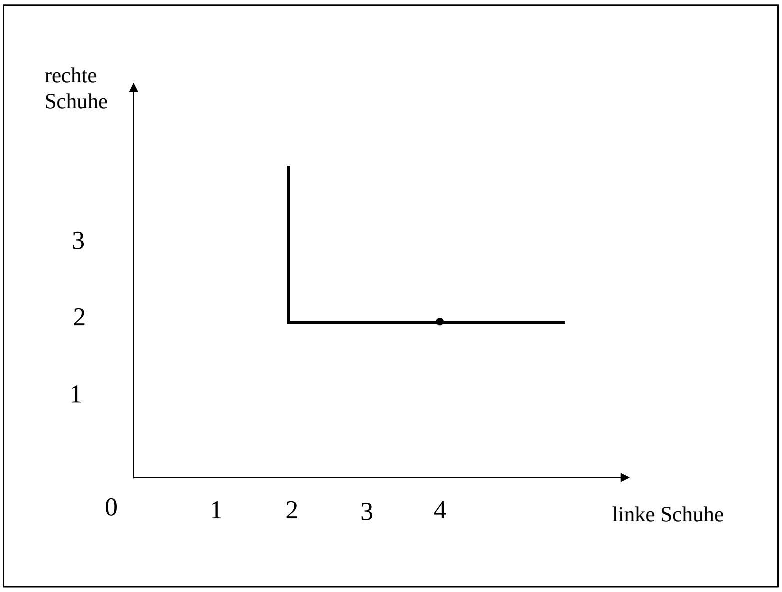

Abbildung 5: Claudette

C. Präferenzen

Aufgabe 11

Alle Schuhpaare auf der Indifferenzkurve in Abb. 5 sind Claudette gleich viel wert.

Aufgabe 12

Nordöstlich von $(4, 2)$, wenn Sie verstehen, was wir meinen.

Aufgabe 13

Das klingt widersprüchlich. Wenn Egon A gegenüber B und B gegenüber C vorzieht, sollte er auch A gegenüber C vorziehen. Wenn Ihnen das nicht einleuchtet: In der Vorlesung kommt eine lange Begründung.

Aufgabe 14

$(4, 3) \succ (4, 2) \succ (3, 3) \succ (3, 2) \succ (2, 4)$

D. Haushaltsoptimum

Aufgabe 15

4 linke und 4 rechte.

Aufgabe 16

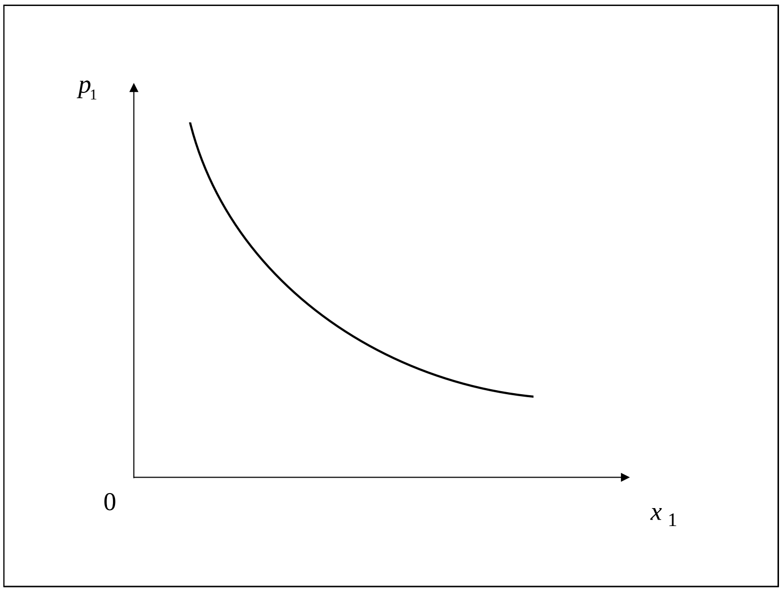

Abbildung 6: Nachfragekurve für Gut 1

Der Haushalt konsumiert $x_2 = \frac{m}{2}$ Einheiten von Gut 2. Bei Gut 1 kann er den Hals nicht vollbekommen.

Aufgabe 17

Der Haushalt konsumiert $x_1 = \frac{m}{p_1}$ Einheiten von Gut 1. Gut 2 konsumiert er nicht.

E. Komparative Statik

Aufgabe 18

Siehe Abbildung 6.

Aufgabe 19

Beides. Denn wir erhalten

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_1}{\partial p_1} &= \frac{\partial \left(m p_1^{-1} \right)}{\partial p_1} = m\,(-1)\,p_1^{-2} = -\frac{m}{p_1^2} < 0 \text{ und} \\ \frac{\partial x_1}{\partial m} &= \frac{1}{p_1} > 0. \end{aligned}$$

F. Entscheidungen über Arbeitsangebot und Sparen

Aufgabe 20

Sie verzichtet auf den Lohn von 8 Euro bzw. auf die Güter, die sie damit kaufen kann.

Aufgabe 21

Gerd muss den Kredit zurückzahlen und die Zinsen auf den Kredit. Das macht zusammen

$$2000 + 0,1 \cdot 2000 = 2000 \cdot 1,1 = 2200$$

Euro.

G. Unsicherheit

Aufgabe 22

$E_{L_1} = \frac{1}{2} \cdot 110 + \frac{1}{2} \cdot 0 = 55$, $E_{L_2} = \frac{1}{2} \cdot 60 + \frac{1}{2} \cdot 40 = 50$

Aufgabe 23

Tja, wenn Ihr persönliches x größer als 100 ist, sind Sie als risikoavers einzustufen (das ist keine Krankheit).

Aufgabe 24

Bei Risikoaversion ist Ihr persönliches y kleiner als 50. Man nennt y übrigens Sicherheitsäquivalent der Lotterie L_1.

Aufgabe 25

$L = \left[5,\ 2,\ -4,\ -1; \left(\frac{1}{2}\right)^3,\ 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3,\ 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3,\ \left(\frac{1}{2}\right)^3\right]$, $E_L = \frac{1}{8} \cdot 5 + \frac{3}{8} \cdot 2 + \frac{3}{8} \cdot (-4) + \frac{1}{8} \cdot (-1) = -\frac{1}{4}$. Julia sollte nicht an dem Spiel teilnehmen.

H. Marktnachfrage und Erlöse

Aufgabe 26

Ganz einfach: Man addiert die individuellen Nachfragen zur Marktnachfrage.

	individuelle Nachfragen		Marktnachfrage
Preise	Haushalt A	Haushalt B	
5	10	20	**30**
6	8	15	**23**
7	3	9	**12**

Aufgabe 27

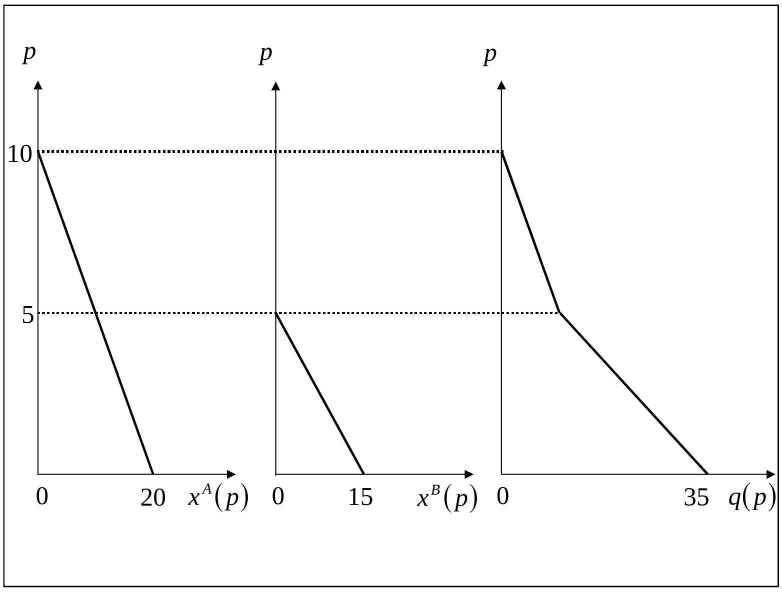

Abbildung 7: Aggregierte Nachfrage

Für $p > 5$ ist die Nachfrage von B gleich null, d.h. in diesem Bereich ist die aggregierte Nachfrage gleich der Nachfrage von A. Im Bereich $0 \leq p \leq 5$ fragen beide Konsumenten das Gut nach (siehe Abb. 7), d.h. die aggregierte Nachfrage ist die Summe der beiden Nachfragefunktionen. Somit gilt

$$q(p) = \begin{cases} 0, & p > 10, \\ 20 - 2p, & 5 < p \leq 10, \\ 35 - 5p, & 0 \leq p \leq 5. \end{cases}$$

Aufgabe 28

1. $100 - 4p = q_b(p) = 0$; $p_b^{proh} = 25$.
2. $50 - p = q_g(p) = 0$; $p_g^{proh} = 50$.
3.

$$q(p) = \begin{cases} 0, & p > 50, \\ 50 - p, & 25 < p \leq 50, \\ 150 - 5p, & 0 \leq p \leq 25. \end{cases}$$

4. Siehe Abbildung 8.

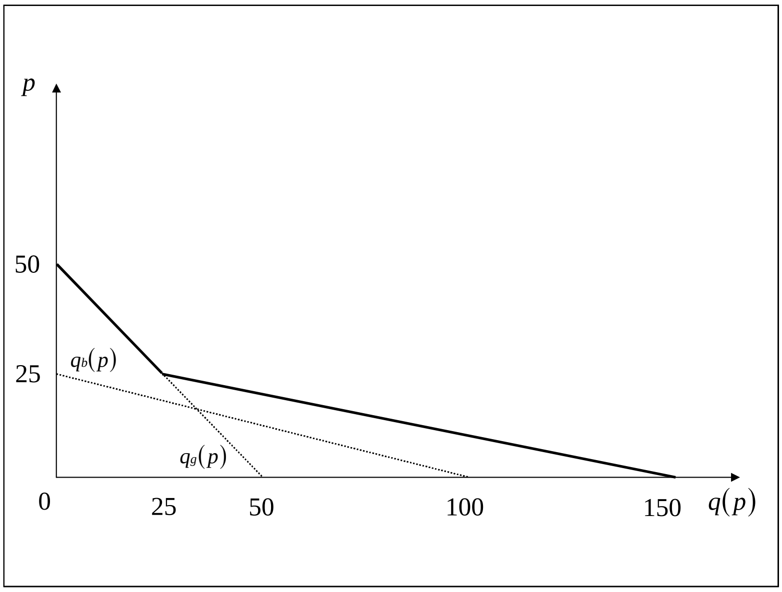

Abbildung 8: Aggregierte Nachfrage

Aufgabe 29

Erlös oder Umsatz, nicht Absatz.

Aufgabe 30

$p = 5$, $q = 15$. In Abb. 9 sind die Funktionen eingezeichnet, insbesondere die Grenzerlösfunktion MR.

I. Produktionstheorie

Aufgabe 31

Der Gewinn eines Unternehmens ist als Differenz von Erlös und Kosten definiert.

Aufgabe 32

$\sqrt{y}$ Tomaten.

Aufgabe 33

1. $AP_1 = \frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{x_2}{x_1}$.
2. $AP_1 = x_1 x_2 + \frac{2}{x_1}$.
3. $AP_1 = 10x_2 + 4$.

Aufgabe 34

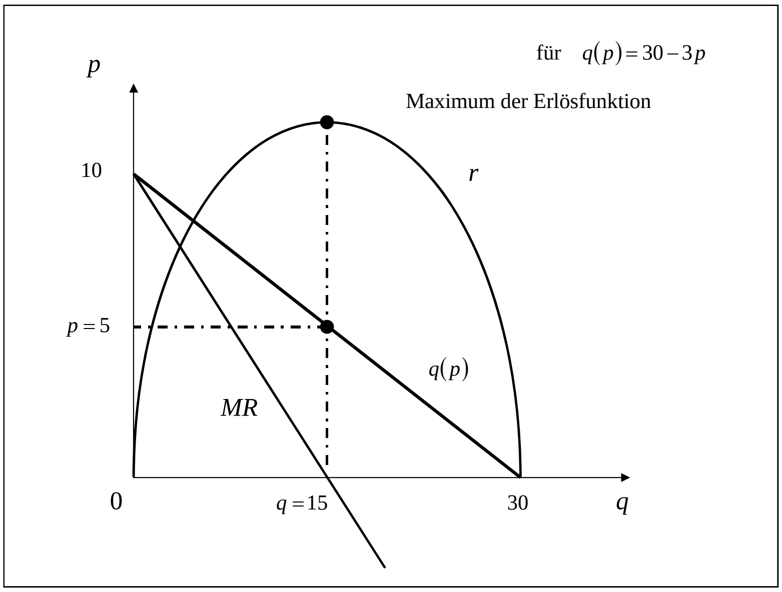

Abbildung 9: Erlösmaximum

Die Durchschnittsproduktivität beträgt 5 Automobile je Mann (und Monat).

Aufgabe 35

1. $MP_1 = \frac{1}{2}x_1^{-\frac{1}{2}}$.
2. $MP_1 = 2x_1x_2$.
3. $MP_1 = 10x_2 + 4$.
4. $MP_1 = \frac{1}{x_1x_2+1}x_2$.

Aufgabe 36

1. Die zu zeichnende Gerade lautet: $20 = x_1 + 2x_2$. Umstellen nach x_2 ergibt $x_2 = 10 - \frac{1}{2}x_1$. Das Zeichnen sollte kein Problem sein.
2. $f(100, 0) = 100$.
3. $f(0, 20) = 40$.
4. 2.

J. Kosten

Aufgabe 37

Man erhält zunächst $c(x) = 2x$. Zudem gilt $x(y) = y^2$, d.h. für die Produktion von y Outputeinheiten werden y^2 Einheiten des Produktionsfaktors x benötigt. Damit ergibt sich $c(y) = 2y^2$.

Aufgabe 38

Die Grenzkosten sind die Ausgaben für die zusätzlich notwendigen Produktionsfaktoren, wenn man eine (kleine) Einheit zusätzlich produzieren möchte. Es gilt also $MC = \frac{dc}{dy}$. Die Durchschnittskosten werden auch als Stückkosten bezeichnet und durch $AC = \frac{c(y)}{y}$ berechnet.

1. $MC_1(y) = \frac{dc_1}{dy} = 8y$, $AC_1(y) = \frac{c_1(y)}{y} = 4y + \frac{16}{y}$.
2. $MC_2(y) = \frac{dc_2}{dy} = 10$, $AC_2(y) = \frac{c_2(y)}{y} = 10 + \frac{5}{y}$.

Aufgabe 39

Sie haben die Durchschnittskostenfunktion nach y abzuleiten und gleich null zu setzen:

$$\begin{aligned} \frac{dAC_1(y)}{dy} &= \frac{d(4y + 16y^{-1})}{dy} = 4 - \frac{16}{y^2} \stackrel{!}{=} 0 \\ &\Rightarrow \quad y_{\min} \stackrel{!}{=} 2. \end{aligned}$$

Aus $AC_1(y) = MC_1(y)$ folgt zunächst

$$\begin{aligned} 4y + \frac{16}{y} &= 8y \text{ und} \\ 16 &= 4y^2 \end{aligned}$$

und dann ebenfalls

$$y = 2.$$

Vielleicht möchten Sie mal auf S. 196 und S. 214/215 im Lehrbuch nachlesen, um zu verstehen, warum das Ergebnis nicht zufällig gleich ist.

Aufgabe 40

Die erste Einheit sollte in Betriebsstätte A hergestellt werden $(1 < 2,5)$. Gleiches gilt für die zweite Einheit ($2 < 2,5$; sie wäre in Betriebsstätte A die zweite, in Betriebsstätte B jedoch die erste produzierte Einheit). Die dritte Einheit wird dann in Betriebsstätte B $(3 > 2,5)$; die vierte in Betriebsstätte A $(3 < 3,5)$ hergestellt.

K. Gewinnmaximierung

Aufgabe 41

Die Optimalitätsbedingung lautet:

$$\frac{d\Pi(x)}{dx} = 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} - w \overset{!}{=} 0.$$

Daraus resultiert der optimale Faktoreinsatz $x(w) = \frac{25}{w^2}$.

Aufgabe 42

Die Optimalitätsbedingungen lauten:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Pi(x_1, x_2)}{\partial x_1} &= x_1^{-\frac{2}{3}} x_2^{\frac{1}{3}} - w_1 \overset{!}{=} 0 \text{ und} \\
\frac{\partial \Pi(x_1, x_2)}{\partial x_2} &= x_1^{\frac{1}{3}} x_2^{-\frac{2}{3}} - w_2 \overset{!}{=} 0
\end{aligned}$$

Die erste Gleichung liefert

$$x_1^{\frac{2}{3}} = \frac{x_2^{\frac{1}{3}}}{w_1}$$

sodass dann die zweite auf

$$\begin{aligned}
\left(x_1^{\frac{1}{3}} x_2^{-\frac{2}{3}}\right)^2 &= (w_2)^2, \\
x_1^{\frac{2}{3}} x_2^{-\frac{4}{3}} &= w_2^2, \\
\frac{x_2^{\frac{1}{3}}}{w_1} x_2^{-\frac{4}{3}} &= w_2^2 \text{ und} \\
\frac{x_2^{\frac{1}{3}-\frac{4}{3}}}{w_1} &= w_2^2
\end{aligned}$$

führt. Daraus resultieren die optimalen Faktoreinsatzmengen $x_1^*(w_1, w_2) = \frac{1}{w_1^2 w_2}$ und $x_2^*(w_1, w_2) = \frac{1}{w_1 w_2^2}$.

Aufgabe 43

$$\begin{aligned}
\Pi(y) &= 6y - y^2 \\
\frac{d\Pi(y)}{dy} &= 6 - 2y \overset{!}{=} 0 \\
y &= 3.
\end{aligned}$$

Aufgabe 44

$$\begin{aligned} \Pi(y) &= 6y - y^2 - 2y \\ \frac{d\Pi(y)}{dy} &= 6 - 2y - 2 \stackrel{!}{=} 0 \\ y &= 2. \end{aligned}$$

L. Vollkommene Konkurrenz

Aufgabe 45

1. Dies dürfte Ihnen nicht schwer fallen.

2. $$\begin{aligned} S(p) &= D(p) \\ p^* &= 15,\ q^* = 25 \end{aligned}$$

3. Bei diesem Höchstpreis werden 20 Einheiten angeboten und 30 Einheiten nachgefragt. Die kürzere Marktseite entscheidet, sodass 20 Einheiten auf dem Markt gehandelt werden.

Aufgabe 46

1. Der Schnittpunkt der Funktion mit der p-Achse liegt bei 9, bei einem Preis von 7 werden 4 Einheiten nachgefragt. Damit sind alle Werte zur Berechnung der Fläche gegeben:
$$\Delta = \frac{1}{2} \cdot (9-7) \cdot 4 = 4.$$

2. 25.

Aufgabe 47

1. 16.

2. $64 - 16 = 48$.

M. Das erste Wohlfahrtstheorem

Aufgabe 48

In Ihren Antworten werden die Begriffe Gleichheit oder Neid eine Rolle spielen. Wenn man möchte, dass sich alle verbessern, müsste man Politik 2 gegenüber dem status quo vorziehen. Bei Politik 3 geht es zwar nur C besser verglichen mit dem status quo, aber in der Summe geht es der "Gesellschaft" besser.

N. Monetäre Bewertung von Umwelteinflüssen

Aufgabe 49

Tja, hier gibt es natürlich viele richtige Antworten. Allerdings sollten Sie wohl bei den Fragen 1 und 3 einen gleichen Geldbetrag nennen. Auch die Fragen 2 und 4 verlangen im Grunde nach einer identischen Antwort.

O. Monopol und Monopson

Aufgabe 50

1. 0.
2. Für den Erlös gilt: $r(q) = (50 - q)\,q$. Dieser ist maximal bei $q = 25$.
3. Die Gewinnfunktion lautet: $\Pi(q) = (50 - q)\,q - 30q$. Ableiten und Nullsetzen ergibt $q^* = 10$.

Aufgabe 51

Die Gewinnfunktion / Optimalitätsbedingung lautet:

$$\begin{aligned}
\Pi(L) &= 2 \cdot 4L - (6 + 2L) \cdot L \\
\frac{d\Pi(L)}{dL} &= 8 - 6 - 4L \stackrel{!}{=} 0 \\
L^* &= \frac{1}{2}.
\end{aligned}$$

P. Spieltheorie

Aufgabe 52

1. 1
2. "unten" ist dominant, wegen $7 > 3$ (wenn B "links" spielt) und $6 > 4$ (wenn B "rechts" spielt).
3. A kann sich nicht verbessern, weil er bei Wahl der Strategie "oben" nur 3 anstelle von 7 erhielte. B kann sich dagegen durch Änderung seiner Strategiewahl verbessern. Seine Auszahlung steigt von 1 (bei Wahl von "links") auf 2 (bei Wahl von "rechts").
4. Wir benötigen die Vergleiche $6 > 4$ (A will nicht auf "oben" wechseln, wenn B bei "rechts" bleibt) und $2 > 1$ (B will nicht auf "links" wechseln, wenn A bei "unten" bleibt).

Aufgabe 53

1. Für Spieler A ist "ja-sagen" dominant (wegen $4 > 3$ und $2 > 1$), während für Spieler B "abnicken" dominant ist (wegen $5 > 4$ und $2 > 0$).
2. Wenn die Spieler ihre jeweils dominante Strategie wählen, erhalten beide die Auszahlung 2. Bei ("nein-sagen", "widersprechen") erhalten sie jedoch $3 > 2$ bzw. $4 > 2$. Sie stellen sich also beide besser. Problematisch ist jedoch, dass beide Spieler Anreiz haben, sich nicht an die Verabredung zu halten. Sehen Sie das?

Q. Oligopoltheorie

Aufgabe 54

Marktanteil von Unternehmen i.

Aufgabe 55

1 bzw. $\frac{1}{5}$.

R. Externe Effekte und Umweltökonomik

Aufgabe 56

1. Der Gewinn des Unternehmens 1 hängt nur von der eigenen Aktivität (Menge y_1) ab. Der Gewinn von Unternehmen 2 hingegen wird nicht nur von der eigenen Menge y_2, sondern auch von der von Unternehmen 1 beeinflußt. Je mehr

Unternehmen 1 produziert, desto geringer ist der Gewinn von Unternehmen 2. Dies wird durch den Schadensterm $-y_1 y_2$ in der Gewinnfunktion von Unternehmen 2 bewirkt. Wir haben also einen negativen externen Effekt vorliegen, den Unternehmen 1 auf Unternehmen 2 ausübt.

2. $y_1 = 6$, $y_2 = 3$, $\Pi_1 = 36$, $\Pi_2 = 9$, $\Pi = 45$.

3. $y_1 = 4$, $y_2 = 4$, $\Pi = 48$.

Aufgabe 57

1. Je mehr Unternehmen 1 produziert, desto höher ist der Gewinn von Unternehmen 2 (Term $+y_1 y_2$). Wir sprechen von einem positiven externen Effekt, den Unternehmen 1 auf Unternehmen 2 ausübt. Umgekehrt senkt eine Erhöhung der Produktion von Unternehmen 2 den Gewinn von Unternehmen 1, dies ist ein negativer externer Effekt (Schadensterm $-y_1 y_2$).

2. $y_1 = 1$, $y_2 = 3$, $\Pi_1 = 1$, $\Pi_2 = 9$, $\Pi = 10$.

3. $y_1 = \frac{5}{2}$, $y_2 = \frac{5}{2}$, $\Pi = \frac{25}{2} = 12,5$. Nach der Fusion könnten die Ausbringungsmengen wie vorher gewählt werden. Der Gewinn des fusionierten Unternehmens (jeweils 3. Aufgabenteil) ist daher mindestens so groß wie die Gewinnsumme beider Unternehmen bei unabhängiger Gewinnmaximierung (jeweils 2. Aufgabenteil). Da nun jedoch die externen Effekte Berücksichtigung finden, erreicht das fusionierte Unternehmen einen echt höheren Gewinn.

S. Öffentliche Güter

Nix.

Mathematische Grundlagen

Aufgabe 58

1. a^6

2. $a^2 b^2 (1 + b^2)$

3. a

4. $\sqrt[6]{a} \cdot (1 + \sqrt[6]{a})$

5. $\frac{a}{1-a} \frac{x_2}{x_1}$

Aufgabe 59

1. $f_1' = -8x^{-5} + 10x,\ f'' = 40x^{-6} + 10$

2. $f_2' = \frac{1}{x},\ f_2'' = -\frac{1}{x^2}$

3. $f_3' = e^x,\ f_3'' = e^x$

4. $f_4' = -4e^{-2x},\ f_4'' = 8e^{-2x}$

5. $f_5' = \frac{2}{\sqrt{(x^2+3)}}x,\ f_5'' = \frac{6}{\left(\sqrt{(x^2+3)}\right)^3}$

Aufgabe 60

1. $\frac{\partial f_1}{\partial x} = 2y + 2x + 3x^2,\ \frac{\partial f_1}{\partial y} = 2x + 2y$

2. $\frac{\partial f_2}{\partial x} = \frac{1}{x},\ \frac{\partial f_2}{\partial y} = 1$

3. $\frac{\partial f_3}{\partial x_1} = ax_1^{a-1}x_2^b,\ \frac{\partial f_3}{\partial x_2} = bx_1^a x_2^{b-1}$

4. $\frac{\partial f_4}{\partial x_1} = x_2,\ \frac{\partial f_4}{\partial x_2} = x_1$

5. $\frac{\partial f_5}{\partial x_1} = abx_1^{a-1}\left(x_1^a + x_2^a\right)^{b-1},\ \frac{\partial f_5}{\partial x_2} = abx_2^{a-1}\left(x_1^a + x_2^a\right)^{b-1}$

6. $\frac{\partial f_6}{\partial x_1} = x_2 + 3,\ \frac{\partial f_6}{\partial x_2} = x_1 + 1$

7. $\frac{\partial f_7}{\partial x_1} = a,\ \frac{\partial f_7}{\partial x_2} = \frac{b}{2\sqrt{x_2}}$