Mikroökonomik

Spieltheorie

Harald Wiese

Universität Leipzig

Gliederung

Einführung

- Haushaltstheorie
- Unternehmenstheorie
- Vollkommene Konkurrenz und Wohlfahrtstheorie
- Marktformenlehre
  - Monopol und Monopson
  - **Spieltheorie**
  - Oligopoltheorie
- Externe Effekte und öffentliche Güter

Pareto-optimaler Rückblick

Überblick „Spieltheorie“

- Entscheidungstheorie und Spieltheorie/Nobelpreise
- Spiele in strategischer Form
  - Beispiele
  - Lösungskonzepte
- Drei weitere Spiele
  - Auktionstheorie
  - Das Versicherungsspiel
  - Wahlkampf: Parteien und Programme
- Darstellungen
- Spiele in extensiver Form:
  Spielbaum und Rückwärtsinduktion
- Kritischer Blick auf die Spieltheorie

Entscheidungstheorie und Spieltheorie

- Beide Theorien haben es mit Entscheidungen zu tun.
- Entscheidungstheorie: Entscheidungen einzelner Agenten, die sich einer eventuell unsicheren Umwelt gegenübersehen.
- Spieltheorie befasst sich mit einem Geflecht von Entscheidungen mehrerer Agenten:
  - Spieler
  - Strategien
  - Auszahlungen

Nobelpreise für Spieltheorie

1994 und 2005

1994

1/3 John C. Harsanyi (University of California, Berkeley),

1/3 John F. Nash (Princeton University), und

1/3 Reinhard Selten (Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität, Bonn).

2005

1/2 Robert J. Aumann (Hebrew University of Jerusalem), und

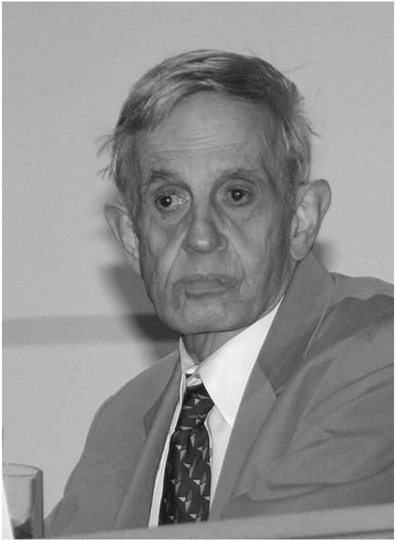
1/2 Thomas C. Schelling (University of Maryland, USA).

Die Buchstaben NASH sind die Anfangsbuchstaben aller dieser Spieltheoretiker.

Kluger Kopf: John Forbes Nash, Jr. I

- John Forbes Nash, Jr. (1928-2015) war ein US-amerikanischer Mathematiker.
- Nach einem vielversprechenden Start seiner mathematischen Karriere erkrankte er mit dreißig Jahren an Schizophrenie und erholte sich erst wieder in den 1990er Jahren davon.

Kluger Kopf: John Forbes Nash, Jr. II



- Nashs Geschichte ist Ende 2001 einem breiteren Publikum durch den preisgekrönten Hollywood-Film „A beautiful mind" bekanntgeworden.
- Nash promovierte 1950 an der Universität von Princeton mit einer Arbeit über Spieltheorie. Ohne Kenntnis der Arbeit Cournots definiert er das später so genannte Nash-Gleichgewicht. Er beweist, dass es für strategische Spiele (die um gemischte Strategien erweitert werden) immer existiert.

Beispiele

Hirschjagd

		Jäger 2: Hirsch	Jäger 2: Hase
Jäger 1	Hirsch	5, 5	0, 4
	Hase	4, 0	4, 4

Zum Erlegen eines Hirsches benötigt man 2 Jäger.
Kooperation ist lohnend, kann aber scheitern.

Beispiele

Kopf oder Zahl

		Spieler 2: Kopf	Spieler 2: Zahl
Spieler 1	Kopf	$1, -1$	$-1, 1$
	Zahl	$-1, 1$	$1, -1$

Polizist und Dieb

- Kopf = Einbruch bzw. Kontrollfahrt zum Standort K
- Zahl = Einbruch bzw. Kontrollfahrt zum Standort Z

Beispiele

Kampf der Geschlechter

		Er: Theater	Er: Fußball
Sie	Theater	4, 3	2, 2
	Fußball	1, 1	3, 4

- Unterschiedliche Standards
- Harmonisierung von Gesetzen in Europa

Beispiele

Hasenfußspiel

		Fahrer 2: geradeaus fahren	Fahrer 2: aus-weichen
Fahrer 1	geradeaus fahren	0, 0	4, 2
	aus-weichen	2, 4	3, 3

- 1 und 2 nähern sich einer Kreuzung/Parklücke. Einer gibt Gas und „gewinnt“.
- 1 und 2 überlegen, eine Apotheke in einer Kleinstadt zu eröffnen. Für beide ist der Markt zu klein.

Hasenfußspiel

Produktionsspiel

		Unternehmen 2	
		wenig produzieren	viel produzieren
Unternehmen 1	wenig produzieren	$(100, 100)$	$(25, 150)$
	viel produzieren	$(150, 25)$	$(-10, -10)$

Hasenfußspiel?

Beispiele

Gefangenendilemma

		Täter 2: leugnen	Täter 2: gestehen
Täter 1	leugnen	$3, 3$	$1, 4$
	gestehen	$4, 1$	$2, 2$

- beide leugnen: relativ geringe Strafe (relativ hohe Auszahlung)
- beide gestehen: relativ hohe Strafe 2
- einer gesteht, der andere leugnet: Kronzeugenregelung

Gefangenendilemma

Beispiele

1. Katalysator einbauen
2. Autos stehlen
3. Steuern zahlen

Gesetze können häufig als Lösungen von Gefangenendilemmata verstanden werden:

1. Umweltauflagen oder Pigousteuern
2. Strafgesetzbuch
3. Steuergesetze

Andere Lösungen:

- Wiederholte Spiele
- Reputation
- Altruismus

Gefangenendilemma

Preisspiel

		Unternehmen 2	
		hoher Preis	niedriger Preis
Unter-nehmen 1	hoher Preis	$(100, 100)$	$(25, 150)$
	niedriger Preis	$(150, 25)$	$(30, 30)$

Gefangenendilemma?

Strategien, Strategiekombinationen

- Kopf oder Theater sind Strategien
- (Kopf, Zahl) oder (Theater, Theater) sind Strategiekombinationen

Beispiel Produktionsspiel:
Strategiekombination
($x_1 =$ wenig produzieren, $x_2 =$ viel produzieren) ergibt 25 für Unternehmen 1.

Lösungskonzepte

Welche Strategien werden die Spieler wählen?

- Dominante Strategie
  Egal, was der andere tut, habe ich eine beste Strategie
- Nash-Gleichgewicht
  Strategien für beide, sodass sich einseitiges Abweichen nicht lohnt

Beispiele

Gefangenendilemma

- Widerspruch zwischen
  - individueller Rationalität —> Wähle die dominante Strategie!
  - kollektiver Rationalität —> Realisiere Pareto-Verbesserungen!
- Bei einmaligem Spiel ist dieses Dilemma nicht lösbar.
- Dilemma im unendlich oft wiederholten Spiel auflösbar.

Übungen

Produktionsspiel mit Investition oder Subvention

Unternehmen 2 investiert in eine Maschine und kann nun billiger als vorher „viel produzieren“

		Unternehmen 2	
		wenig produzieren	viel produzieren
Unternehmen 1	wenig produzieren	$(100, 100)$	$(25, 200)$
	viel produzieren	$(150, 25)$	$(-10, 40)$

Dominante Strategien?
Nash-Gleichgewichte?

Übungen

Software und Prozessoren

- Software und Prozessoren müssen zueinander passen.
- Intel wird schnellere Prozessoren entwickeln und produzieren, wenn Microsoft die Software für schnellere Prozessoren entwickelt und vertreibt.

		Sie (Microsoft)	
		Theater (schneller)	Fußball (schnell)
Er (Intel)	Theater (schneller)	$(40, 60)$	$(10, 10)$
	Fußball (schnell)	$(15, 10)$	$(60, 40)$

Dominante Strategien?
Nash-Gleichgewichte?

Beste Antworten

Markierungstechnik I

		Jäger 2	
		Hirsch	Hase
Jäger 1	Hirsch	5, 5	0, 4
	Hase	4, 0	4, 4

	Hirsch	Hase
Hirsch	5, 5 $\boxed{1}$	0, 4
Hase	4, 0	4, 4 $\boxed{1}$

	Hirsch	Hase
Hirsch	5, 5 $\boxed{1}\boxed{2}$	0, 4
Hase	4, 0	4, 4 $\boxed{1}\boxed{2}$

Beste Antworten

Markierungstechnik II

Problem

		Spieler 2	
		links	*rechts*
Spieler 1	*oben*	$1, -1$	$-1, 1$
	unten	$-1, 1$	$1, -1$

		Spieler 2	
		links	*rechts*
Spieler 1	*oben*	$4, 4$	$0, 5$
	unten	$5, 0$	$1, 1$

Beste Antworten

Markierungstechnik III

Solution

	links	*rechts*
oben	$1,-1\ \boxed{1}$	$-1,1\ \boxed{2}$
unten	$-1,1\ \boxed{2}$	$1,-1\ \boxed{1}$

	links	*rechts*
oben	$4,4$	$0,5\ \boxed{2}$
unten	$5,0\ \boxed{1}$	$1,1\ \boxed{1}\boxed{2}$

- Kopf oder Zahl:
  keine dominante Strategie und kein Nash-Gleichgewicht
- Gefangenen-Dilemma:
  unten und rechts dominante Strategien und
  (unten, rechts) Nash-Gleichgewicht

Beste Antworten = Reaktionsfunktionen

- Reaktionsfunktion für Fahrer 1 beim Hasenfußspiel

  „Fahre geradeaus, wenn Fahrer 2 ausweicht;
  weiche aus, wenn Fahrer 2 geradeaus fährt"

- Reaktionsfunktion für Fahrer 2

  „Fahre geradeaus, wenn Fahrer 1 ausweicht;
  weiche aus, wenn Fahrer 1 geradeaus fährt"

Nash-Gleichgewicht:
Schnittpunkt der Reaktionsfunktionen, also Strategiekombinationen

- (geradeaus fahren, ausweichen) und
- (ausweichen, geradeaus fahren)

Die Zweitpreisauktion I

- Bieter $i = 1, 2$
- r_i – is Reservationspreis ($=$ Zahlungsbereitschaft)
- $S_i = [0, +\infty)$ – i macht ein verdecktes Gebot
- Bei $s_2 < s_1$ erhält 1 das Objekt zum Preis s_2 :

$$u_1(s_1, s_2) = \begin{cases} 0, & s_1 < s_2, \\ \frac{1}{2}(r_1 - s_2), & s_1 = s_2, \\ r_1 - s_2, & s_1 > s_2 \end{cases}$$

Behauptung: $s_1 := r_1$ ist eine dominante Strategie.

Die Zweitpreisauktion II

1. $r_1 < s_2$
   $s_1 = r_1$ —> Auszahlung 0
   $s_1 > r_1$ und $s_1 < s_2$ —> Auszahlung 0
   $s_1 > r_1$ und $s_1 \geq s_2$ —> Auszahlung < 0
   $s_1 < r_1$ —> Auszahlung 0

2. $r_1 = s_2$
   Die Auszahlung ist 0, unabhängig davon wie s_1 gewählt wird. Warum?

Problem

Zeigen Sie, dass $s_1 = r_1$ dominant ist für $r_1 > s_2$.

$\Rightarrow$ Die Zweitpreisauktion ist durch Dominanz lösbar.

Die Erstpreisauktion

- Bieter $i = 1, 2$
- r_i – is Reservationspreis ($=$ Zahlungsbereitschaft)
- $S_i = [0, +\infty)$ – i macht ein verdecktes Gebot
- Bei $s_2 < s_1$ erhält 1 das Objekt zum Preis s_1 :

$$u_1(s_1, s_2) = \begin{cases} 0, & s_1 < s_2, \\ \frac{1}{2}(r_1 - s_1), & s_1 = s_2, \\ r_1 - s_1, & s_1 > s_2 \end{cases}$$

Behauptung: Die Spieler werden weniger als ihren Reservationspreis bieten.

Das Versicherungsspiel

- Zwei Reisende $i = 1, 2$, deren identische „antike“ Vase von Fluggesellschaft zerstört wurde. Wert unklar
- $S_i = \{2, 3, ..., 100\}$
- Beide erhalten die geringste Zahl, die jedoch durch eine Ehrlichkeitsprämie bzw. eine Unehrlichkeitsstrafe korrigiert wird:

$$u_1(s_1, s_2) = \begin{cases} s_1 + 2, & s_1 < s_2, \\ s_1, & s_1 = s_2, \\ s_2 - 2, & s_1 > s_2; \end{cases}$$

Das Versicherungsspiel

die Matrix

R. 1	Reisender 2 verlangt						
verl.	2	3	4	$\cdots$	98	99	100
2	(2, 2)	(4, 0)	(4, 0)	(4, 0)	(4, 0)	(4, 0)	(4, 0)
3	(0, 4)	(3, 3)	(5, 1)	(5, 1)	(5, 1)	(5, 1)	(5, 1)
4	(0, 4)	(1, 5)	(4, 4)	(6, 2)	(6, 2)	(6, 2)	(6, 2)
$\vdots$	(0, 4)	(1, 5)	(2, 6)				
98	(0, 4)	(1, 5)	(2, 6)		(98, 98)	(100, 96)	(100, 96
99	(0, 4)	(1, 5)	(2, 6)		(96, 100)	(99, 99)	(101, 97
100	(0, 4)	(1, 5)	(2, 6)		(96, 100)	(97, 101)	(100, 10

Problem

Gibt es dominante Strategien?

Das Versicherungsspiel

die reduzierte Matrix

R. 1	Reisender 2 verlangt						
verl.	2	3	4	$\cdots$	97	98	99
2	$(2,2)$	$(4,0)$	$(4,0)$	$(4,0)$	$(4,0)$	$(4,0)$	$(4,0)$
3	$(0,4)$	$(3,3)$	$(5,1)$	$(5,1)$	$(5,1)$	$(5,1)$	$(5,1)$
4	$(0,4)$	$(1,5)$	$(4,4)$	$(6,2)$	$(6,2)$	$(6,2)$	$(6,2)$
$\vdots$	$(0,4)$	$(1,5)$	$(2,6)$				
97	$(0,4)$	$(1,5)$	$(2,6)$		$(97,97)$	$(99,95)$	$(99,95)$
98	$(0,4)$	$(1,5)$	$(2,6)$		$(95,99)$	$(98,98)$	$(100,96)$
99	$(0,4)$	$(1,5)$	$(2,6)$		$(95,99)$	$(96,100)$	$(99,99)$

Das Versicherungsspiel

die noch weiter reduzierte Matrix

		Reisender 2	
		2	3
Reisender 1	2	$(2, 2)$	$(4, 0)$
	3	$(0, 4)$	$(3, 3)$

Problem

Kennen Sie dieses Spiel?

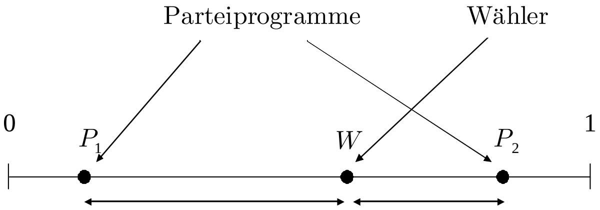
Das Versicherungsspiel

Finden Sie ein (das?) Gleichgewicht!

	2	3	4	$\cdots$	98	99	100
2	$(2,2)$	$(4,0)$	$(4,0)$	$(4,0)$	$(4,0)$	$(4,0)$	$(4,0)$
3	$(0,4)$	$(3,3)$	$(5,1)$	$(5,1)$	$(5,1)$	$(5,1)$	$(5,1)$
4	$(0,4)$	$(1,5)$	$(4,4)$	$(6,2)$	$(6,2)$	$(6,2)$	$(6,2)$
$\vdots$	$(0,4)$	$(1,5)$	$(2,6)$				
98	$(0,4)$	$(1,5)$	$(2,6)$		$(98,98)$	$(100,96)$	$(100,96$
99	$(0,4)$	$(1,5)$	$(2,6)$		$(96,100)$	$(99,99)$	$(101,97$
100	$(0,4)$	$(1,5)$	$(2,6)$		$(96,100)$	$(97,101)$	$(100,100$

Parteien

zwei Parteien/zwei Programme



- Eindimensionaler politischer Raum (links - rechts)
- Jeder Wähler präferiert das Parteiprogramm, das seinen Vorstellung am nächsten kommt.
- Die Wähler sind gleichverteilt zwischen 0 (ganz links) und 1 (ganz rechts).
- Parteien wählen Programme P_1 bzw. P_2.
- Gleichgewicht?

Theorem

Es gibt genau ein Gleichgewicht im eindimensionalen Modell. Beide Parteien wählen die mittlere Position $\frac{1}{2}$.

Beweis:

- Im Gleichgewicht muss $P_1 = P_2$ gelten. Sonst ...
- Im Gleichgewicht muss $P_1 = P_2 = \frac{1}{2}$ gelten. Sonst ...
- Es gibt also höchstens ein Gleichgewicht.
- $(P_1, P_2) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ist ein Gleichgewicht.
    - Falls Partei 1 abweicht, ...
    - Falls Partei 2 abweicht, ...

Parteien

... aber bei drei Parteien?

Theorem

Im eindimensionalen Raum gibt es kein Gleichgewicht bei drei Programmen.

Beweis:

Kein Gleichgewicht ergibt sich bei

- $P_1 \neq P_2 \neq P_3$
- $P_1 = P_2 \neq P_3$
- $P_1 = P_2 = P_3$
  - $= \frac{1}{2}$
  - $\neq \frac{1}{2}$

Instabilitäten

sind ein theoretisches Phänomen mit praktischer Relevanz:

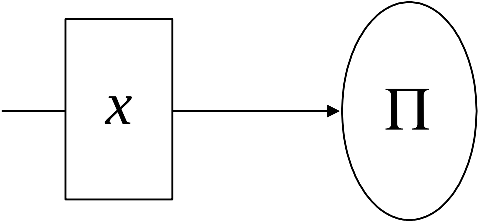
- Flügelkämpfe
- Ausrichtung zur Mitte
- Neue Parteien am rechten oder linken Rand

Aber: Parteien können sich nicht ohne Schaden beliebig andere Programme geben.

Entscheidungssituation = triviales Spiel ohne Gegenspieler, z.B. Monopolsituation

Modell:
x : Ausbringungsmenge oder Preis
$\Pi(x)$: Gewinn bei Ausbringungsmenge oder Preis x

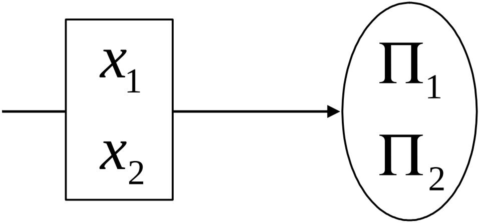
Ganz einfache Darstellung:



Modell:
Zwei Unternehmen 1 und 2 mit Ausbringungsmengen x_1 bzw. x_2

$$\begin{array}{lcl} \text{Gewinn von Unternehmen 1} & : & \Pi_1(x_1, x_2)\,, \\ \text{Gewinn von Unternehmen 2} & : & \Pi_2(x_1, x_2)\,. \end{array}$$

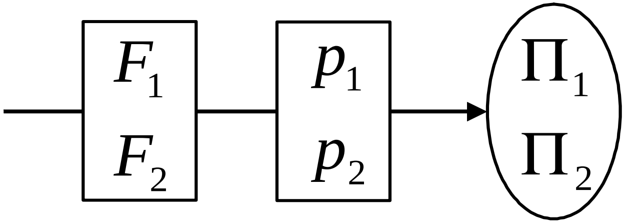
Ganz einfache Darstellung:



Zwei Unternehmen, die

- zunächst simultan die FuE-Ausgaben festlegen und
- anschließend simultan Preise wählen.

Ganz einfache Darstellung:

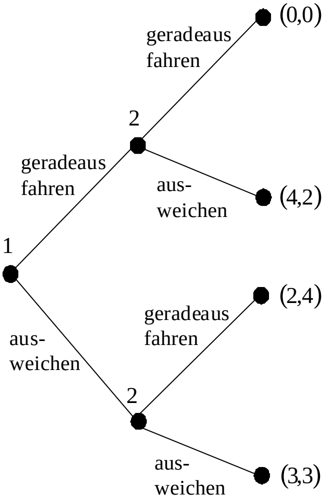


Spielbaum und Rückwärtsinduktion

Definition

- bisher: Strategische Spiele (simultane Handlungen)
- nun: Spielbaum:
  - zunächst zieht Spieler 1
  - dann zieht Spieler 2 in Kenntnis der Handlung von Spieler 1

Hasenfußspiel:
Ist es von Vorteil oder von Nachteil, wenn man zuerst zieht?



Spieler 2 weiß, was Spieler 1 gezogen hat.
Spieler 1 kann die Reaktion von Spieler 2 vorhersagen.

Problem

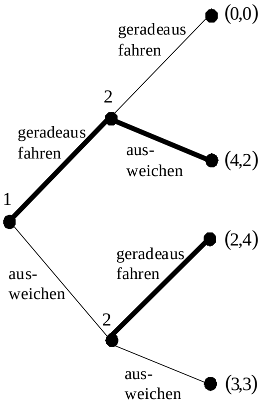
Ganz einfache Darstellung?

Problem

Was wird passieren?

Spielbaum und Rückwärtsinduktion

Hasenfußspiel II



Wenn Spieler 1 geradeaus fährt, hat Spieler 2 keine Wahl: er muss ausweichen.
Damit erhält Spieler 1 die Auszahlung 4, sein bestes Ergebnis.

Problem

Ist es vorteilhaft, bei „Kopf oder Zahl" als Erster ziehen zu können?

Kritischer Blick auf die Spieltheorie

Gleichgewichte dienen dazu, theoretische Vorhersagen zu treffen. Aber

- bisweilen sind Gleichgewichte kontraintuitiv (Versicherungsspiel) und
- manchmal gibt es mehrfache Gleichgewichte wie in diesen Spielen

	geradeaus fahren	ausweichen
geradeaus fahren	$0, 0$	$4, 2$
ausweichen	$2, 4$	$3, 3$

	Hirsch	Hase
Hirsch	$5, 5$	$0, 4$
Hase	$4, 0$	$4, 4$

	Theater	Fußball
Theater	$4, 3$	$2, 2$
Fußball	$1, 1$	$3, 4$

Übungen

Problem 1
Ist es beim Kampf der Geschlechter vorteilhaft oder nachteilig, als Erste zu ziehen? Erstellen Sie den Spielbaum und wenden Sie Rückwärtsinduktion an.

Problem 2
Wenden Sie die Markierungstechnik auf dieses Spiel an:

		Spieler 2	
		l	r
Spieler 1	o	1, 1	1, 1
	u	1, 1	0, 0

Übungen

Problem 3

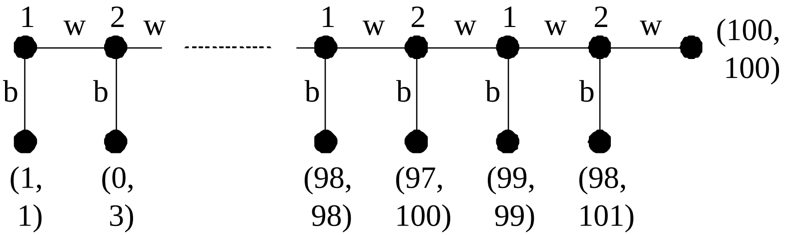
Finden Sie alle Gleichgewichte des folgenden Spiels:

		Spieler 2		
		l	c	r
	o	$(4, 5)$	$(2, 1)$	$(4, 4)$
Spieler 1	m	$(0, 1)$	$(1, 5)$	$(3, 2)$
	u	$(1, 1)$	$(0, 0)$	$(6, 0)$

Übungen

Problem 4
Beim Hundertfüßler-Spiel wählen die Spieler abwechselnd b („beenden“) oder w („weiter“).

- Was würden Sie als Spieler 1 unternehmen?
- Lösen Sie dieses Spiel durch Rückwärtsinduktion.
- Möchten Sie Ihre Antwort zur ersten Frage überdenken?



Zentrale Hörsaalübungen I

Aufgabe P.5.1.
Zwei Spieler 1 und 2
Zwei Strategien: „Kooperation“ oder „Konfrontation“

Beide beide „Kooperation“ —> Auszahlung € 100
Beide wählen „Konfrontation“ —> Auszahlung € 0
Einer wählt „Kooperation“, der andere „Konfrontation“ —> erster erhält P Euro, zweiter F Euro

Bei welchen Auszahlungen P und F ist „Konfrontation“ für beide Spieler eine dominante Strategie?

Zentrale Hörsaalübungen II

Aufgabe P.5.2.
Strategiekombination (unten, rechts) ist ein Nash-Gleichgewicht.
Was wissen wir damit über die Konstanten a, b, c und d?

Spieler B

Spieler A		links	rechts
	oben	$1, a$	$c, 1$
	unten	$1, b$	$d, 1$

Aufgabe P.5.3.
Adam und Eva begegnen sich zum allerersten Mal unter einem Apfelbaum. Nachdem sich beide u. a. über ihre Vorlieben für Obst ausgetauscht haben, verabreden sie ein weiteres Treffen unter einem der anderen Obstbäume in der Gegend und nehmen Abschied voneinander. Sie sind innerlich so aufgewühlt, dass sie vergessen, die Obstsorte festzulegen. Glücklicherweise gibt es in der Nähe nur noch einen sehr alten Pflaumen- und einen weniger alten Kirschbaum, und beide wissen, dass Adam Pflaumen, Eva aber Kirschen den Vorzug gibt. Ihre Auszahlungen verhalten sich schließlich derart: Treffen sich beide am Pflaumenbaum, hat Adam einen Nutzen in Höhe von 3 und Eva von 2, treffen sie sich am Kirschbaum, kehren sich die Auszahlungen um. Eilen beide zu verschiedenen Bäumen, ist der Nutzen für beide gleich 0. Bestimmen Sie alle Nash-Gleichgewichte!