Universität Leipzig

Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät

BACHELOR – PRÜFUNG

DATUM: **18. Juli 2016**

FACH: **Mikroökonomik**
KLAUSURDAUER: 90 Min

PRÜFER: **Prof. Dr. Harald Wiese**

MATRIKEL-NR.:

STUDIENGANG:

NAME, VORNAME:

UNTERSCHRIFT DES STUDENTEN:

ERLÄUTERUNGEN:

Maximal erreichbare Punkte: 80
Lesen Sie die Aufgabenstellung vor dem Bearbeiten gründlich!
Schreiben Sie, bitte, leserlich!
Begründen Sie Ihre Antworten!
Machen Sie jeweils Ihren Rechenweg deutlich!
Sollte der Platz unter den Fragen nicht ausreichen,
verwenden Sie bitte jeweils die Rückseite!
Hilfsmittel: keine

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\sum$	
PUNKTE:												**NOTE:**

Unterschrift des Prüfers/der Prüfer:

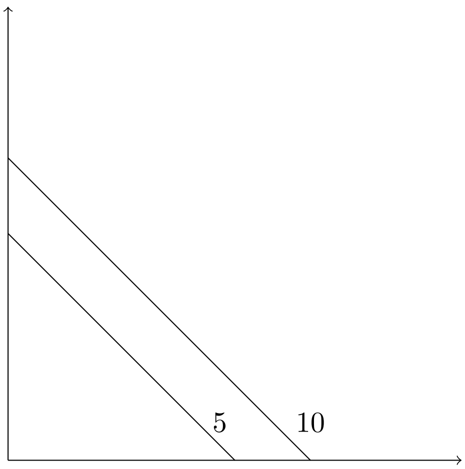
Aufgabe 1 (8 Punkte)

Begründen Sie, ob die veranschaulichten Präferenzen jeweils

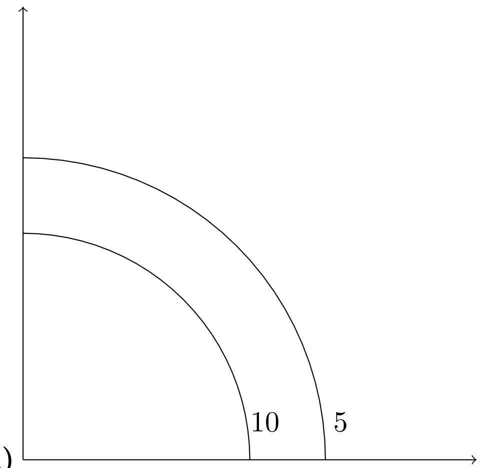
(a) monoton,

(b) konvex,

(c) konkav sind.



(i)



(ii)

Lösungsvorschlag:

(i) Die Präferenzen sind (a) monoton, denn der Nutzen steigt mit steigenden Gütermengen. Die Verbindungsstrecke zweier indifferenter Güterbündel liegt stets auf der Indifferenzkurve. Die Präferenzen sind daher sowohl (b) (schwach) konvex als auch (c) (schwach) konkav oder auch linear.

(ii) Die Präferenzen sind (a) nicht monoton, der Nutzen fällt mit steigenden Gütermengen. Jedes Güterbündel C auf der Verbindungsstrecke zweier indifferenter Bündel A und B ist stets echt besser (also auch nicht schlechter) als A und B. Die Präferenzen sind daher (b) konvex und (c) nicht konkav.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Ein Haushalt konsumiert nur ein Gut. Seine Präferenzen sind gegeben durch die Nutzenfunktion $U(x) = x^2$, wobei x die konsumierte Menge des Gutes beschreibt. Der Preis des Gutes beträgt p, der Haushalt verfügt über ein Einkommen von m.

(a) Bestimmen Sie den optimalen Konsum nach Marshall $x(m,p)$. Hinweis: Zu gegebenem Einkommen m wird der Nutzen maximiert.

(b) Bestimmen Sie den optimalen Konsum nach Hicks $\chi\left(\overline{U},p\right)$. Hinweis: Zu gegebenem Nutzenniveau $\overline{U}$ werden die Ausgaben minimiert.

(c) Wie lautet die Ausgabenfunktion? Hinweis: Zu gegebenem Nutzenniveau $\overline{U}$ werden die Ausgaben minimiert.

Lösungsvorschlag:

Es gilt $U(x) = x^2$ und die Budgetgerade lautet $m = p \cdot x$.

(a) Da der Nutzen mit steigendem x steigt, wird so viel konsumiert wie möglich, das heißt $x(m,p) = \frac{m}{p}$.

(b) Soll mindestens das Nutzenniveau $\overline{U}$ bei minimalen Ausgaben, also kleinstmöglichem x, erreicht werden, muss gelten $\overline{U} = x^2$, beziehungsweise $\chi\left(\overline{U},p\right) = \sqrt{\overline{U}}$.

(c) Die zugehörigen Ausgaben sind $e\left(\overline{U},p\right) = p \cdot \chi = p \cdot \sqrt{U}$.

Aufgabe 3 (12 Punkte)

Ein Haushalt konsumiert von zwei Gütern die Mengen x_1 und x_2. Seine Präferenzen sind gegeben durch die Nutzenfunktion

$$U(x_1, x_2) = x_1 + x_2.$$

Die Preise betragen zunächst $p_1 = 1$ und $p_2 = 3$, es droht allerdings eine Preisveränderung auf $p_1^{neu} = 3$ und $p_2^{neu} = 2$ (beide Preise werden gleichzeitig verändert).

(a) Bestimmen Sie das Haushaltsoptimum vor und nach der Preisveränderung

(b) Bestimmen Sie kompensatorische und äquivalente Variation für diese Änderung.

Lösungsvorschlag

(a) Die Nutzenfunktion zeigt, dass die Güter 1 und 2 perfekte Substitute sind, es gilt $MRS = 1$. Vor der Preisveränderung gilt $MRS = 1 > \frac{1}{3} = MOC^{alt}$ und dementsprechend $x^{alt}(m, 1, 3) = (m, 0)$. Nach der Preisveränderung gilt $MRS = 1 < \frac{3}{2} = MOC^{neu}$ und dementsprechend $x^{neu}(m, 3, 2) = \left(0, \frac{m}{2}\right)$.

(b) Wird die Preisveränderung zugelassen und der Haushalt dafür kompensiert, lässt sich die Kompensation CV, die das Individuum wieder auf das alte Nutzenniveau bringt, durch den Ansatz

$$U(m, 0) = U\left(0, \frac{m + CV}{2}\right)$$

ermitteln. Es gilt also

$$m \stackrel{!}{=} \frac{m + CV}{2}$$

und damit $CV = m$. Die maximale Summe EV, die der Haushalt bereit ist dafür zu zahlen, dass die Umweltveränderung nicht eintritt, lässt sich bestimmen über

$$U\left(0, \frac{m}{2}\right) = U(m - EV, 0).$$

Es gilt daher

$$\frac{m}{2} \stackrel{!}{=} m - EV$$

und somit $EV = \frac{m}{2}$.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Ein Individuum muss sich zwischen den folgenden zwei Lotterien entscheiden:

$$\begin{aligned} L_1 &= \left[4, 0; \frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right] \\ L_2 &= \left[1, 3; \frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right] \end{aligned}$$

Dabei geben jeweils die linken beiden Zahlen Auszahlungen an und die rechten beiden die Eintrittswahrscheinlichkeiten für diese Auszahlungen (in der Reihenfolge der Auszahlungen).

Für welche der beiden Lotterien wird sich das Individuum entscheiden, wenn seine vNM-Nutzenfunktion (vNM für von Neumann und Morgenstern) durch $u(x) = x^3$ gegeben ist?

Lösungsvorschlag

Für die Entscheidung des Individuums sind die erwarteten Nutzen der Lotterien die Entscheidungsgrundlage. Diese lauten:

$$\begin{aligned} E_{L_1}(u) &= \frac{1}{4} \cdot u(4) + \frac{3}{4} \cdot u(0) \\ &= \frac{1}{4} \cdot 4^3 \\ &= 16 \\ E_{L_2}(u) &= \frac{1}{4} \cdot u(1) + \frac{3}{4} \cdot u(3) \\ &= \frac{1}{4} \cdot 1 + \frac{3}{4} \cdot 27 \\ &= 20{,}5 \end{aligned}$$

Aufgrund des höheren erwarteten Nutzens der Lotterie L_2 wird das Individuum diese Lotterie vorziehen.

Aufgabe 5 (7 Punkte)

Ein Unternehmen hat die Produktionsfunktion $f(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{2}} x_2$. Kurzfristig muss es vom ersten Faktor 16 Einheiten einsetzen. Die Faktorpreise betragen $w_1 = 3$ und $w_2 = 12$.

(a) Bestimmen Sie die kurzfristige Kostenfunktion des Unternehmens! Zeigen Sie, dass die kurzfristigen Grenzkosten $SMC(y) = 3$ betragen.

(b) Bestimmen Sie nun die kurzfristige Angebotsfunktion des Unternehmens! *Hinweis: Nehmen Sie eine Fallunterscheidung vor!*

Lösungsvorschlag:

(a) Kurzfristig gilt

$$y = f(x_1 = 16, x_2) = 4x_2$$

und damit $x_2 = \frac{y}{4}$. Die kurzfristige Kostenfunktion ist daher

$$\begin{aligned} C_s(y) &= w_1 \overline{x}_1 + w_2 x_2 \\ &= 3 \cdot 16 + 12 \cdot \frac{y}{4} = 48 + 3y. \end{aligned}$$

Die kurzfristigen Grenzkosten sind gegeben durch

$$SMC(y) = \frac{\partial C_s(y)}{\partial y} = 3.$$

(b) Aus

$$\begin{aligned} SMC(y) &= 3 \text{ und} \\ SAVC(y) &= 3 \end{aligned}$$

folgt die kurzfristige Angebotsfunktion

$$S(p) = \begin{cases} +\infty, & p > 3 \\ [0, \infty), & p = 3 \\ 0, & p < 3. \end{cases}$$

Aufgabe 6 (3 Punkte)

In einer Volkswirtschaft werden zwei Güter, 1 und 2, hergestellt. Die Produktionsmöglichkeitenkurve lautet

$$x_2\left(x_1\right) = 80 - \frac{1}{2}x_1^2,$$

wobei x_2 für die von Gut 2 und x_1 für die von Gut 1 produzierte Menge steht. Von Gut 1 werden in der Volkswirtschaft 5 Einheiten gefertigt. Wenn die Produktion des ersten Gutes um eine kleine Einheit gesenkt wird, wie viele Einheiten von Gut 2 können dann zusätzlich hergestellt werden?

Lösungsvorschlag (a)

Wir leiten die Funktion $x_2(\cdot)$ nach x_1 ab und erhalten so die Grenzrate der Transformation:

$$MRT(x_1) = \frac{dx_2}{dx_1} = -x_1.$$

Einsetzen von $x_1 = 5$ ergibt

$$MRT(5) = -5.$$

Wenn also eine kleine Einheit von Gut 1 weniger produziert wird, können 5 Einheiten von Gut 2 mehr hergestellt werden.

Lösungsvorschlag (b)

Wir untersuchen, wie sich die von Gut 2 produzierbare Menge verändert, wenn wir eine Einheit weniger als 5, also 4 Einheiten von Gut 1 herstellen. Mathematisch führt diese Überlegung auf die folgende Formelzeile:

$$x_2(5) - x_2(4) = (80 - \frac{1}{2} \cdot 5^2) - (80 - \frac{1}{2} \cdot 4^2) = -\frac{9}{2} = -4,5.$$

Wenn also eine Einheit von Gut 1 weniger produziert wird, können $4,5$ Einheiten von Gut 2 mehr hergestellt werden.

Aufgabe 7 (12 Punkte)

In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion

$$u_A(x_1^A, x_2^A) = \min\left(x_1^A, x_2^A\right)$$

und Akteur B die Nutzenfunktion

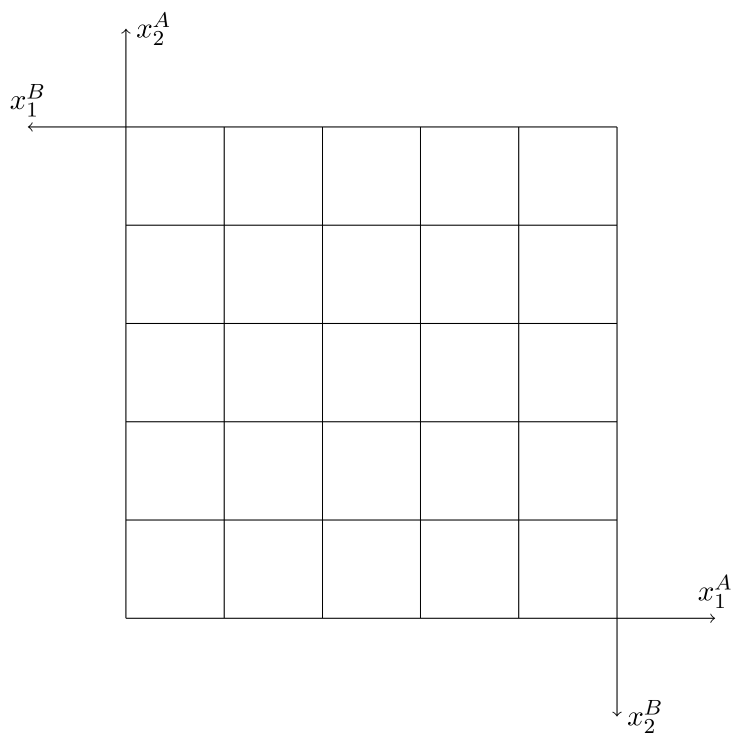
$$u_B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B.$$

Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (40, 20)$ beziehungsweise $\omega^B = (10, 30)$.

(a) Zeichnen Sie die Tausch-Edgeworth-Box zu dieser Situation möglichst exakt in das beigefügte Raster ein! Beschriften Sie die eingezeichneten Objekte hinlänglich! Ihre Zeichnung sollte zumindest die folgenden Objekte abbilden:

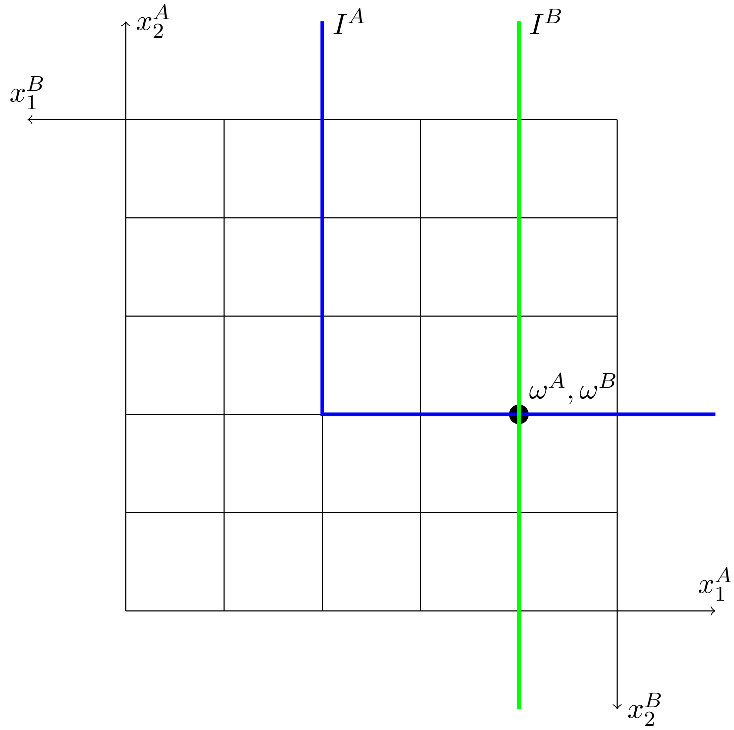
- die Anfangsausstattungen ω^A beziehungsweise ω^B der beiden Akteure;
- die Indifferenzkurve für jeden Akteur, die durch die Anfangsausstattung verläuft;
- die Bessermenge des Akteurs A bezüglich der Anfangsausstattung (das ist die Menge aller Punkte $\left(x_1^A, x_2^A\right)$, für die $u^A\left(x_1^A, x_2^A\right) \geq u^A\left(\omega_1^A, \omega_2^A\right)$ gilt);
- die Tauschlinse.

(b) Sind die Allokationen $P^A = (20, 40)$ und $Q^A = (40, 40)$ Pareto-optimal? Stellt P eine Pareto-Verbesserung gegenüber Q dar? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!



Lösungsvorschlag

(a)



Die Bessermenge von Agent A liegt rechts oberhalb (und direkt auf) seiner Indifferenzkurve. Die Tauschlinse ist durch die Fläche gegeben, die von beiden Indifferenzkurven eingeschlossen wird (also das Rechteck mit Eckpunkten $(20, 20), (40, 20), (40, 50), (20, 50)$).

(b) Sowohl P^A als auch Q^A sind Pareto-optimal. Um A besser zu stellen, müsste A mehr von Gut 1 (und bei der Betrachtung von Q zusätzlich mehr von Gut 2) erhalten. Dadurch wird B allerdings schlechter gestellt. Um B besser zu stellen, muss B mehr von Gut 1 erhalten, wodurch sich wiederum A verschlechtert.

P^A stellt keine Pareto-Verbesserung gegenüber Q^A dar, da zwar der Nutzen von B steigt, der von A allerdings sinkt.

Aufgabe 8 (6 Punkte)

Betrachten Sie das folgende Bimatrixspiel, in dem die Auszahlungen des Spielers 1 links und die Auszahlungen des Spielers 2 rechts eingetragen sind:

		Spieler 2	
		l	r
Spieler 1	o	$(5,3)$	$(8,2)$
	u	$(5,2)$	$(3,0)$

(a) Ist die Strategiekombination (u,l) ein Nash-Gleichgewicht? Begründen Sie, indem Sie die relevante(n) Ungleichung(en) angeben!

(b) Ist für Spieler 2 Strategie l eine dominante Strategie? Begründen Sie, indem Sie die relevante(n) Ungleichung(en) angeben!

Lösungsvorschlag:

(a) Ja, denn $5 = 5$ und $2 > 0$.

(b) Ja, denn $3 > 2$ und $2 > 0$.

Aufgabe 9 (12 Punkte)

Zwei Unternehmen, A und B, bieten auf einem Markt dasselbe Gut an. Dabei legt Unternehmen A (Stackelbergführer) zunächst seine Angebotsmenge fest. Unternehmen B (Stackelbergfolger) kann diese Menge beobachten und entscheidet danach über seine Angebotsmenge.

Die Gesamtnachfrage auf diesem Markt ist durch die inverse Nachfragefunktion $p(X) = 36 - 3X$ gegeben, wobei $X = x_A + x_B$. Die Kosten von Unternehmen A zur Produktion von x_A Einheiten dieses Gutes betragen $C_A(x_A) = 8x_A$. Unternehmen B hat die Kostenfunktion $C_B(x_B) = \frac{3}{2}x_B^2$

(a) Bestimmen Sie die Reaktionsfunktion von Unternehmen B!

(b) Ermitteln Sie das Stackelberg-Gleichgewicht!

Lösungsvorschlag

Wir lösen durch Rückwärtsinduktion. Dazu bestimmen wir zunächst die Reaktionsfunktion x_B^R von Unternehmen B (Stackelberg-Folger).

(a) Ausgehend von dessen Gewinnfunktion

$$\begin{aligned}\Pi_B(x_A, x_B) &= p(x_A + x_B)\, x_B - \frac{3}{2}x_B^2 \\ &= (36 - 3(x_A + x_B))\, x_B - \frac{3}{2}x_B^2 \\ &= 36x_B - 3x_Ax_B - 3x_B^2 - \frac{3}{2}x_B^2\end{aligned}$$

erhalten wir über die Maximierungsbedingung

$$\frac{\partial \Pi_B}{\partial x_B} = 36 - 3x_A - 6x_B - 3x_B \stackrel{!}{=} 0$$

$$36 - 3x_A = 9x_B$$

die Reaktionsfunktion

$$x_B^R(x_A) = 4 - \frac{1}{3}x_A.$$

(b) Wir setzen die Reaktionsfunktion von Unternehmen B in die Gewinnfunktion von Unternehmen A ein und erhalten die reduzierte Gewinnfunktion

$$\begin{aligned}\Pi_A(x_A) &= \left(36 - 3x_A - 3\left(4 - \frac{x_A}{3}\right)\right) x_A - 8x_A \\ &= 24x_A - 2x_A^2 - 8x_A\end{aligned}$$

Auflösen der Gewinnmaximierungsbedingung

$$\frac{\partial \Pi_A}{\partial x_A} = 24 - 2 \cdot 2x_A - 8 \stackrel{!}{=} 0$$

$$16 = 4x_A$$

ergibt die Stackelberg-Menge von Unternehmen A, $x_A^S = 4$. Das Stackelberg-Gleichgewicht lautet daher $\left(4, x_B^R(x_A)\right)$.

Aufgabe 10 (8 Punkte)

Auf der Grimmaischen Straße spielen regelmäßig Straßenmusikanten. Ihr Gewinn wird durch die Zeit T, die sie spielen, bestimmt und sei gegeben durch $50T - T^2$. Die Produktivität der Angestellten einer Firma mit Büros an der Grimmaischen Straße wird damit gesenkt. So beträgt der Gewinn der Firma $100W - W^2 - 30T$, wobei W den Output der Firma beschreibt.

(a) Zeigen Sie, dass im sozialen Optimum $T = 10$ und $W = 50$ gilt!

(b) Nehmen Sie nun an, dass Straßenmusikanten und das Unternehmen getrennt arbeiten. Der Staat will eine Pigou-Steuer setzen, um die Aktivitätsniveaus im sozialen Optimum zu erreichen. Wie hoch muss die Pigousteuer p sein?

Lösungsvorschlag:

(a) Im sozialen Optimum wird der gemeinsame Gewinn $100W - W^2 - 30T + 50T - T^2$ maximiert. Die Gewinnmaximierungsbedingungen lauten

$$100 - 2W \stackrel{!}{=} 0$$
$$20 - 2T \stackrel{!}{=} 0$$

und daher sind die Aktivitätsniveaus im sozialen Optimum gegeben durch $W = 50$ und $T = 10$.

(b) Da die Straßenmusikanten, das Unternehmen schädigen, wird die Steuer (als Stücksteuer für T) für die Straßenmusikanten angesetzt. Der Gewinn der Straßenmusikanten beträgt dann

$$50T - T^2 - pT.$$

Aus der Gewinnmaximierungsbedingung

$$50 - 2T - p \stackrel{!}{=} 0$$

erhalten wir mit $T = 10$ (Aktivitätsniveau im sozialen Optimum)

$$50 - 20 - p = 0$$

und damit eine Pigou-Steuer von $p = 30$.

Alternativ kann man die Pigou-Steuer p als Grenzschaden im Optimum bestimmen:

$$p \stackrel{!}{=} \frac{\partial S\,(W,T)}{\partial T} = \frac{\partial\,(30T)}{\partial T} = 30.$$

Anmerkung: In der Klausur stand $W = 500$ *statt* $W = 50$. *Die Aufgabe wurde daher großzügig bewertet.*