1. **(3 Punkte)** In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion $U_A\left(x_1^A, x_2^A\right) = \min\left(x_1^A, x_2^A\right)$ und Akteur B die Nutzenfunktion $U_B\left(x_1^B, x_2^B\right) = 2x_1^B x_2^B$. Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (4,1)$ beziehungsweise $\omega^B = (1,4)$.

❍ a) Die Allokation $\left(x^A = (5,0), x^B = (0,5)\right)$ ist eine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung.

❍ b) Die Allokation $\left(x^A = (0,0), x^B = (5,5)\right)$ ist eine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung.

❍ c) Die Allokation $\left(x^A = (4,2), x^B = (1,3)\right)$ ist eine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung.

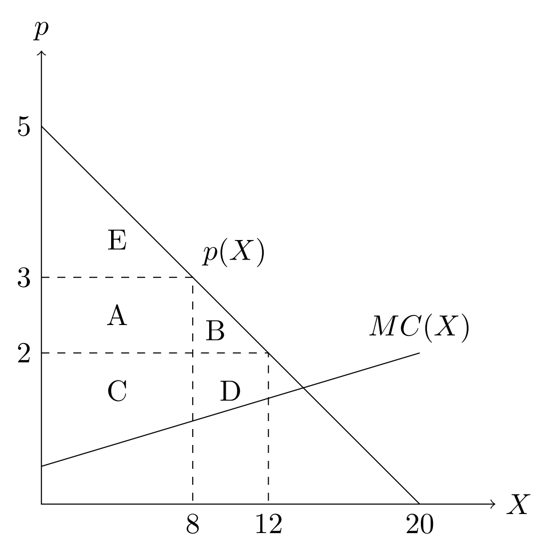
❍ d) Die Allokation $\left(x^A = (3,3), x^B = (2,2)\right)$ ist eine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung.

❍ e) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Antwort: d)

Die Nutzen bei Konsum der Anfangsausstattung betragen $U_A(4,1) = 1$ bzw. $U_B(1,4) = 8$. Bei Konsum von $x^A = (5,0)$ beträgt A's Nutzen $U_A(5,0) = 0 < 1 = U_A(4,1)$. Die Allokation $\left(x^A = (5,0), x^B = (0,5)\right)$ ist also keine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung. Demnach ist **a)** falsch. Bei Konsum von $x^A = (0,0)$ beträgt A's Nutzen $U_A(0,0) = 0 < 1$. Also ist **b)** falsch. Bei Konsum von $x^B = (1,3)$ beträgt B's Nutzen $U_B(1,3) = 6 < 8 = U_B(1,4)$. Also ist **c)** falsch. Bei Konsum von $x^A = (3,3), x^B = (2,2)$ betragen die Nutzen $U_A(3,3) = 3 > 1 = U_A(4,1)$ bzw. $U_B(2,2) = 8 = U_B(1,4)$. Da sich A verbessert und B nicht verschlechtert, ist die Allokation $\left(x^A = (3,3), x^B = (2,2)\right)$ eine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung. Demnach ist **d)** korrekt.

2. **(2 Punkte)** Die Nachfrage auf einem Markt ist durch die inverse Nachfragefunktion $p(X) = 5 - \frac{1}{4} \cdot X$ gegeben. Der Preis sinkt von 3 auf 2. Betrachten Sie folgende Grafik, in der A, B, C, D, E jeweils eine Fläche angeben.



Die Änderung der Konsumentenrente aufgrund der Preisänderung beträgt

❍ a) $-A$

❍ b) $D - A$

❍ c) $C + D$

❍ d) $B + D$

❍ e) $A + B$

❍ f) $A + B + E$

richtige Antwort: e)
Die Fläche A kommt aufgrund der Preisreduktion hinzu. Ebenso kommt die Fläche B aufgrund der durch die Preisreduktion induzierten Mengensteigerung hinzu. Daher ist **e)** richtig.

3. **(3 Punkte)** Betrachten Sie folgendes simultane Spiel.

		Spieler 2	
		l	r
Spieler 1	o	(4,8)	(8,2)
	u	(5,1)	(7,0)

❍ a) o ist eine dominante Strategie, weil $8 > 1$ und $8 > 7$.

❍ b) o ist eine dominante Strategie, weil $4 < 5$ und $8 > 7$.

❍ c) u ist eine dominante Strategie, weil $5 > 7$ und $1 > 0$.

❍ d) r ist eine dominante Strategie, weil $8 > 4$ und $2 > 0$.

❍ e) l ist eine dominante Strategie, weil $8 > 2$ und $1 > 0$.

richtige Antwort: e)

l ist eine dominante Strategie, weil $8 > 2$ (Spieler 1 spielt o) und $1 > 0$ (Spieler 1 spielt u). Damit ist r keine dominante Strategie. Die Strategien o und u sind keine dominanten Strategien, weil $4 < 5$ (Spieler 2 spielt l) und $8 > 7$ (Spieler 2 spielt r) gilt.

4. **(2 Punkte)** Auf einem Markt agieren die Unternehmen 1 und 2. Unternehmen 1 wählt die Menge $x_1 \in \{a, b, c\}$. Unternehmen 2 wählt die Menge $x_2 \in \{d, e, f\}$. Die hieraus resultierenden Gewinne $(\Pi_1(x_1, x_2), \Pi_2(x_1, x_2))$ sind in unten stehender Matrix dargestellt.

		Unternehmen 2		
		d	e	f
Unternehmen 1	a	$(6, 13)$	$(3, 14)$	$(15, 16)$
	b	$(9, 8)$	$(11, 4)$	$(1, 5)$
	c	$(7, 12)$	$(17, 10)$	$(18, 2)$

Die Stackelberg-Mengen $x^S = \left(x_1^S, x_2^S\right)$, wenn **Unternehmen 2 Führer** ist, lauten

❍ a) (a, d)

❍ b) (a, e)

❍ c) (a, f)

❍ d) (b, d)

❍ e) (b, e)

❍ f) (b, f)

❍ g) (c, d)

❍ h) (c, e)

❍ i) (c, f)

richtige Lösung: h)
Unternehmen 2 antizipiert die Reaktionsfunktion von Unternehmen 1. Unternehmen 1 wählt b, falls Unternehmen 2 d wählt, weil $9 > 6, 7$. Unternehmen 1 wählt c, falls Unternehmen 2 e wählt, weil

$17 > 3,11$. Unternehmen 1 wählt c, falls Unternehmen 2 f wählt, weil $18 > 1,15$. Somit kann Unternehmen 2 nur noch die Auszahlungen 8, 10, 2 erzielen, falls es d, e, f wählt. Da $10 > 8,2$ wählt Unternehmen 2 e. Unternehmen 1 wählt folglich c. Somit lauten die Stackelberg-Mengen (c, e).

Alternative Lösung:
Unternehmen 2 antizipiert die Reaktionsfunktion von Unternehmen 1. Diese lautet

$$x_1^R(x_2) = \begin{cases} b & \text{, falls } x_2 = d \\ c & \text{, falls } x_2 = e \\ c & \text{, falls } x_2 = f \end{cases},$$

weil $9 > 6,7$ ($x_2 = d$); $17 > 3,11$ ($x_2 = e$); $18 > 15,1$ ($x_2 = f$). Die reduzierte Gewinnfunktion von Unternehmen 2 lautet damit

$$\Pi_2^R(x_2) = \Pi_2(x_1^R(x_2), x_2) = \begin{cases} 8 & \text{, falls } x_2 = d \\ 10 & \text{, falls } x_2 = e \\ 2 & \text{, falls } x_2 = f \end{cases}.$$

Gewinnmaximal für Unternehmen 2 ist demnach die Menge $x_2^S = e$. Unternehmen 1 wählt $x_1^S = x_1^R(x_2^S) = x_1^R(e) = c$.

5. **(4 Punkte)** Auf einem Markt agieren zwei Unternehmen, 1 und 2, im simultanen Mengenwettbewerb. Die Gewinnfunktion von Unternehmen 1 lautet $\Pi_1(x_1, x_2) = (12 - x_1 - x_2)\, x_1$. Die Reaktionsfunktion von Unternehmen 2 ist durch $x_2^R(x_1) = 6 - \frac{1}{2}x_1$ gegeben. Im Cournot-Gleichgewicht beträgt die insgesamt angebotene Menge $x_1^C + x_2^C =$

   ❍ a) 1 ❍ b) 2 ❍ c) 3 ❍ d) 4 ❍ e) 5 ❍ f) 6 ❍ g) 7 ❍ h) 8

   ❍ g) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

   richtige Antwort: h)
   Unternehmen 1 maximiert die Gewinnfunktion

   $$\Pi_1(x_1, x_2) = (12 - x_1 - x_2)\, x_1.$$

   Die Bedingung erster Ordnung $\frac{\partial \Pi_1}{\partial x_1} = 12 - 2x_1 - x_2 \stackrel{!}{=} 0$ führt zu $x_2 = 12 - 2x_1$. Gleichsetzen mit $x_2^R(x_1)$ liefert

   $$\begin{aligned} 12 - 2x_1 &= 6 - \frac{1}{2}x_1 \\ 6 &= \frac{3}{2}x_1 \\ \Rightarrow x_1^C &= 4. \end{aligned}$$

   Wir erhalten $x_2^C = x_2^R(x_1^C) = 4$ und somit $x_1^C + x_2^C = 8$. Somit ist **h)** richtig.

6. **(3 Punkte)** In einem kleinen Örtchen in der Sächsischen Schweiz leben 40 Menschen mit identischen Präferenzen. Es gibt dort nur ein privates und ein öffentliches Gut. Die Präferenzen einer typischen Person i werden durch die Nutzenfunktion $u_i(x_i, y) = x_i + \ln y$ beschrieben, wobei x_i die von i konsumierte Menge des privaten Gutes und y die Menge des öffentlichen Gutes bezeichnet. Der Preis des privaten Gutes beträgt $p_x = 1$ und der Preis des öffentlichen Gutes $p_y = 5$. Die Pareto-optimale Menge des öffentlichen Gutes beträgt

❍ a) $\frac{1}{5}$ ❍ b) 5 ❍ c) 8 ❍ d) 40 ❍ e) 200

richtige Antwort: c)

Die marginale Zahlungsbereitschaft von Einwohner i für das öffentliche Gut lautet $MRS^i = \frac{MU_y^i}{MU_{x_i}^i} = \frac{1}{y}$. Die aggregierte Zahlungsbereitschaft beträgt demnach $AMRS = \frac{40}{y}$. Wir erhalten

$$AMRS = \frac{40}{y} \stackrel{!}{=} 5 = \frac{p_y}{p_x}$$
$$\Rightarrow y = 8.$$

7. **(2 Punkte)** Horst und Luise betreiben benachbarte Gartencafés, deren Gäste durch Blumen angelockt werden. Horst baut ausschließlich Sonnenblumen an. Luise baut ausschließlich Gänseblümchen an. Horsts Gewinnfunktion lautet

$$\Pi^H(x) = 6x - x^2,$$

Luises Gewinnfunktion lautet

$$\Pi^L(x,y) = 8y + \frac{x^2}{2} - y^2,$$

wobei x für die Anzahl der Sonnenblumen in Horsts Garten und y für die Anzahl der Gänseblümchen in Luises Garten steht. Die externen Effekte sind

❍ a) einseitig und positiv.
❍ b) wechselseitig und positiv.
❍ c) einseitig und negativ.
❍ d) wechselseitig und negativ.

richtige Antwort: a)

Es gilt $\frac{\partial \Pi^H(x)}{\partial y} = 0$ und $\frac{\partial \Pi^L(x,y)}{\partial x} = x \geq 0$. Die externen Effekte sind also einseitig und positiv.

8. **(3 Punkte)** Ein Haushalt konsumiert das Güterbündel $(x_1, x_2) = (2, 1)$. Die Güterpreise sind durch $(p_1, p_2) = (3, 4)$ gegeben. Die Ausgaben des Haushaltes betragen

❍ a) 2 ❍ b) 3 ❍ c) 7 ❍ d) 10 ❍ e) 12 ❍ f) 17 ❍ g) 21

richtige Lösung: d)

Die Ausgaben betragen $2 \cdot 3 + 1 \cdot 4 = 6 + 4 = 10$. Daher ist **d)** richtig**.**

9. **(2 Punkte)** Ein Ein-Personen-Haushalt, der zwei Güter 1 und 2 konsumiert, verfügt über ein (Brutto-) Einkommen von 11. Die (Netto-) Preise betragen $p_1 = 3$, $p_2 = 2$. Der Staat erhebt eine Kopfsteuer in Höhe von 4, einen Mehrwertsteuersatz in Höhe von 0.1 für Gut 1 sowie eine Stücksteuer in Höhe von 0.5 auf Gut 2. Die Budgetrestriktion lautet

❍ a) $3.1x_1 + 2.5x_2 \leq 7$

❍ b) $3.3x_1 + 2.5x_2 \leq 7$

❍ c) $3.1x_1 + 3x_2 \leq 7$

❍ d) $3.3x_1 + 3x_2 \leq 7$

❍ e) $3.1x_1 + 2.5x_2 \leq 15$

❍ f) $3.3x_1 + 2.5x_2 \leq 15$

❍ g) $3.1x_1 + 3x_2 \leq 15$

❍ h) $3.3x_1 + 3x_2 \leq 15$

richtige Antwort: b)
Ohne Steuern lautet die Budgetrestriktion $3x_1 + 2x_2 \leq 11$. Die Kopfsteuer reduziert das verfügbare Einkommen 11 um 4. Der Mehrwertsteuersatz 0.1 erhöht den Preis von Gut 1 um den Faktor $(1 + 0.1)$. Die Stücksteuer erhöht den Preis von Gut 2 um den Summanden 0.5. Demnach lautet die neue Budgetristriktion

$$\begin{aligned}(1 + 0.1)3x_1 + (2 + 0.5)x_2 &\leq 11 - 4\\ 3.3x_1 + 2.5x_2 &\leq 7.\end{aligned}$$

10. **(2 Punkte)** Karl stehen 10 Stunden pro Tag für Freizeit F oder Arbeit A zur Verfügung. Sein (Brutto-) Stundenlohn beträgt 12. Auf sein Erwerbseinkommen fallen 25% Steuern an. Das Preisniveau laute p. Sein täglicher Konsum werde mit C bezeichnet. Die Budgetgerade lautet

❍ a) $pC = 120 - 12F$

❍ b) $pC = 90 - 12F$

❍ c) $pC = 120 - 10F$

❍ d) $pC = 90 - 10F$

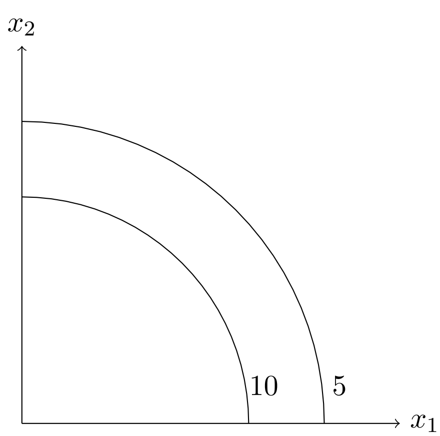
❍ e) $pC = 120 - 9F$

❍ f) $pC = 90 - 9F$

richtige Antwort: f)
Falls Karl 10 Stunden arbeitet, erhält dieser einen Nettolohn in Höhe von $10 \cdot 12 \cdot (1 - 0.25) = 90$. Seine Budgetgerade lautet

$$\begin{aligned}90 &= pC + 12 \cdot (1 - 0.25)F\\ \Rightarrow pC &= 90 - 9F.\end{aligned}$$

11. **(3 Punkte)** Betrachten Sie die in der Grafik veranschaulichten Indifferenzkurven.



Die dadurch repräsentierten Präferenzen sind

❍ a) monoton, weil der Nutzen mit zunehmenden Gütermengen steigt.

❍ b) streng konkav, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B besser ist als A und B.

❍ c) streng konkav, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B schlechter ist als A und B.

❍ d) streng konvex, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B besser ist als A und B.

❍ e) streng konvex, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B schlechter ist als A und B.

richtige Antwort: d)

Die Präferenzen sind nicht monoton, weil der Nutzen mit abnehmenden Gütermengen steigt. Daher ist **a)** falsch. Die Präferenzen sind streng konvex, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei indifferenten Güterbündeln A und B besser ist als A und B.

12. **(2 Punkte)** Ein Haushalt hat die Nutzenfunktion

$$U(x_1, x_2) = x_1 + x_2.$$

Die Preise betragen p_1, p_2 mit $p_1 < p_2$. Das Einkommen beträgt $m = 12$. Das Haushaltsoptimum (x_1^*, x_2^*) lautet

❍ a) $\left(\frac{12}{p_1}, \frac{12}{p_2}\right)$ ❍ b) $\left(\frac{6}{p_1}, \frac{6}{p_2}\right)$ ❍ c) $(0, 0)$ ❍ d) $\left(\frac{12}{p_1}, 0\right)$ ❍ e) $\left(0, \frac{12}{p_2}\right)$

richtige Antwort: d)
Die Präferenzen sind monoton. Es gilt

$$MRS = 1 > \frac{p_1}{p_2} = MOC.$$

Falls der Haushalt eine zusätzliche Einheit von Gut 1 konsumiert, ist er bereit ($MRS = 1$) mehr von Gut 2 abzugeben, als er abgeben muss ($MOC < 1$). Daher gibt der Haushalt sein gesamtes Einkommen $m = 12$ für Gut 1 aus und wir erhalten $x_1^* = \frac{12}{p_1}$, $x_2^* = 0$.

13. **(4 Punkte)** Emils Nutzenfunktion sei durch $U(x_1, x_2) = \min(3x_1, 7x_2)$ gegeben. Der Preis von Gut 1 beträgt $p_1 = 12$, der von Gut 2 $p_2 = 14$. Emils minimale Ausgaben bei einem Nutzen von $\overline{U}$ betragen

❍ a) $p_1x_1 + p_2x_2$ ❍ d) $2.7\overline{U}$ ❍ g) $10\overline{U}$

❍ b) $6x_1 + 21x_2$ ❍ e) $5\overline{U}$ ❍ h) $21\overline{U}$

❍ c) $36 + 98 = 134$ ❍ f) $6\overline{U}$ ❍ i) $27\overline{U}$

richtige Antwort: f)
Im Haushaltsoptimum muss $3x_1 = 7x_2$ gelten. Wir erhalten $\overline{U} = 3x_1 = 7x_2$. Durch Umstellen von $\overline{U}$ nach x_1 bzw. x_2 erhalten wir $x_1(p_1, p_2, \bar{U}) = \frac{\overline{U}}{3}$ und $x_2(p_1, p_2, \bar{U}) = \frac{\overline{U}}{7}$. Die Ausgabenfunktion ist also durch

$$e\left(p_1, p_2, \overline{U}\right) = p_1x_1(p_1, p_2, \overline{U}) + p_2x_2(p_1, p_2, \overline{U}) = 12\frac{\overline{U}}{3} + 14\frac{\overline{U}}{7} = 6\overline{U}$$

gegeben. Somit ist **f)** die richtige Antwort.

14. **(4 Punkte)** Laura verfügt über ein Einkommen m und hat die Nutzenfunktion

$$U(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2.$$

Ihr optimaler Konsum $x^* = (x_1^*, x_2^*)$ ist demnach gegeben durch

$$
\begin{aligned}
x^* &= \left(\frac{m}{p_1}, 0\right), \quad \text{falls } p_1 < p_2 \\
x^* &\in \left\{\left(\frac{m}{p_1}, 0\right), \left(0, \frac{m}{p_2}\right)\right\}, \quad \text{falls } p_1 = p_2 \\
x^* &= \left(0, \frac{m}{p_2}\right), \quad \text{falls } p_1 > p_2.
\end{aligned}
$$

Es sei $m = 12$, $p_1 = 2$, $p_2 = 3$. Es droht eine Preiserhöhung bei Gut 1 auf $p_1 = 5$.

❍ a) Die kompensatorische Variation beträgt 0.

❍ b) Die kompensatorische Variation beträgt 3.

❍ c) Die kompensatorische Variation beträgt 6.

❍ d) Die kompensatorische Variation beträgt 9.

❍ e) Die äquivalente Variation beträgt 0.

❍ f) Die äquivalente Variation beträgt 3.

❍ g) Die äquivalente Variation beträgt 6.

❍ h) Die äquivalente Variation beträgt 9.

richtige Antwort: c)
Vor der Preiserhöhung konsumiert Laura ausschließlich $\frac{m}{p_1} = 6$ Einheiten von Gut 1 und erhält den Nutzen $U(6,0) = 6^2$. Nach der Preiserhöhung, falls Laura die Zahlung CV erhält, konsumiert sie ausschließlich $\frac{m+CV}{p_2}$ Einheiten von Gut 2 und erhält hieraus den Nutzen $U(0, \frac{m+CV}{p_2}) = \left(\frac{m+CV}{p_2}\right)^2$. Durch Gleichsetzen erhalten wir die kompensatorische Variation

$$
\begin{aligned}
6^2 &= \left(\frac{12 + CV}{3}\right)^2 \\
6 &= 4 + \frac{CV}{3} \\
CV &= 6.
\end{aligned}
$$

Nach der Preiserhöhung würde Laura ausschließlich $\frac{m}{p_2} = 4$ Einheiten von Gut 2 konsumieren und den Nutzen $U(0,4) = 4^2$ erhalten. Vor der Preiserhöhung, falls Laura die Zahlung EV leistet, konsumiert sie ausschließlich $\frac{m-EV}{p_1}$ Einheiten von Gut 1 und erhählt hieraus den Nutzen $U(\frac{m-EV}{p_1}, 0) = \left(\frac{m-EV}{p_1}\right)^2$. Durch Gleichsetzen erhalten wir die äquivalente Variation

$$
\begin{aligned}
4^2 &= \left(\frac{12 - EV}{2}\right)^2 \\
4 &= 6 - \frac{EV}{2} \\
EV &= 4.
\end{aligned}
$$

15. **(3 Punkte)** Welchen Wert hat das Sicherheitsäquivalent der Lotterie $L = \left[1, 4; \frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right]$, falls die vNM-Nutzenfunktion durch $u(x) = x^2$ gegeben ist?

❍ a) 1 ❍ c) 2 ❍ e) 3 ❍ g) 4 ❍ i) 5

❍ b) $\frac{3}{2}$ ❍ d) $\frac{5}{2}$ ❍ f) $\frac{7}{2}$ ❍ h) $\frac{9}{2}$

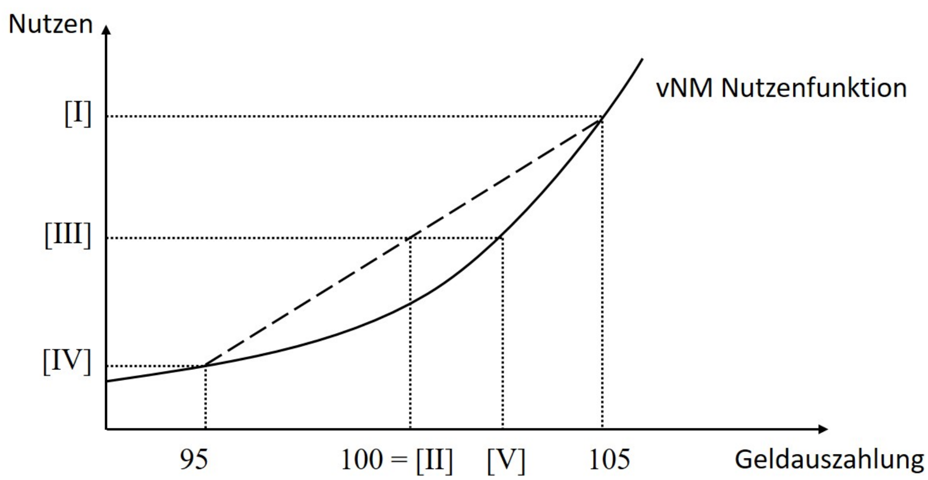
richtige Antwort: f)
Der erwartete Nutzen der Lotterie beträgt

$$E_u(L) = \frac{1}{4} \cdot 1^2 + \frac{3}{4} \cdot 4^2 = \frac{1}{4} + \frac{3 \cdot 16}{4} = \frac{1}{4} + \frac{48}{4} = \frac{49}{4}.$$

Das Sicherheitsäquivalent CE ist gegeben durch

$$\begin{aligned} u(CE) &= E_u(L) \\ CE^2 &= \frac{49}{4} \\ CE &= \frac{7}{2}. \end{aligned}$$

16. **(2 Punkte)** Betrachten Sie die Lotterie $L = \left[95, 105; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ und die in der Abbildung dargestellte vNM-Nutzenfunktion. [V] bezeichnet



❍ a) $CE(L)$ ❍ b) $E(L)$ ❍ c) $u(105)$ ❍ d) $u(95)$ ❍ e) $u(E(L))$ ❍ f) $E_u(L)$

❍ g) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Antwort: a)

Der erwartete Nutzen der Lotterie wird in der Abbildung mit III bezeichnet. Da der Nutzen des Sicherheitsäquivalents dem erwarteten Nutzen der Lotterie gleicht, bezeichnet V das Sicherheitsäquivalent der Lotterie. Daher ist **a)** richtig.

17. **(2 Punkte)** Die inverse Nachfragefunktion lautet $p(X) = 18 - 3X$. Der Grenzerlös bezüglich der Menge bei einer angebotenen Menge von $X = 3$ lautet

❍ a) -9 ❍ b) -6 ❍ c) -3 ❍ d) 0 ❍ e) 3 ❍ f) 6 ❍ g) 9

richtige Antwort: d)
Der Erlös lautet $R(X) = p(X) \cdot X$. Der Grenzerlös lautet $MR(X) = p(X) + p'(X) \cdot X = 18 - 3X - 3X = 18 - 6X$. Bei $X = 3$ beträgt dieser $MR(3) = 18 - 18 = 0$. Somit ist **d)** richtig.

18. **(3 Punkte)** Betrachten Sie die Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2^2$. Der Output y bei Faktoreinsatz $(x_1, x_2) = (4, 2)$ beträgt

❍ a) 1 ❍ b) 2 ❍ c) 3 ❍ d) 4 ❍ e) 5 ❍ f) 6

❍ g) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.
richtige Lösung: f)
Der Output beträgt $y = f(4,2) = \sqrt{4} + 2^2 = 2 + 4 = 6$. Daher ist **f)** richtig.

19. **(2 Punkte)** Die marginalen Kosten sind durch $MC(y) = 2y$ gegeben. Die Fixkosten betragen $F = 5$. Die Kosten bei einer Produktion von $y = 3$ betragen

❍ a) 1 ❍ b) 6 ❍ c) 11 ❍ d) 14 ❍ e) 15 ❍ f) 30

❍ g) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Antwort: d)
Die variablen Kosten lauten $C_v(y) = \int_0^y MC(y')dy' = \int_0^y 2y'dy' = (y')^2\big|_0^y = y^2$. Die Kosten bei $y = 3$ betragen also $C(3) = C_v(3) + F = 9 + 5 = 14$.

20. **(4 Punkte)** Eine Produktionsfunktion sei durch $y = f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$ gegeben. Die Faktorpreise betragen $w_1 = 4$ und $w_2 = 1$. Die Kosten bei $y = 12$ Einheiten betragen

❍ a) 4 ❍ b) 12 ❍ c) 20 ❍ d) 24 ❍ e) 32 ❍ f) 36 ❍ g) 40 ❍ h) 48

richtige Antwort: h)
Die marginale Rate der technischen Substitution lautet $MRTS = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{x_2}{x_1}$. Wenn x_1 steigt, muss x_2 bei konstantem Produktionsniveau fallen. Die marginale Rate der technischen Substitution nimmt mit steigendem x_1 also ab. Falls $MRTS > \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je mehr von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Bei $MRTS < \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je weniger von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Der optimale Einsatz der Produktionsfaktoren erfüllt

$$MRTS = \frac{x_2}{x_1} \stackrel{!}{=} \frac{w_1}{w_2} = MOC$$
$$x_2 = 4x_1.$$

Um $y = 12$ Einheiten zu produzieren, werden also

$$12 = \sqrt{x_1 \cdot 4x_1}$$
$$12 = 2x_1$$
$$\Rightarrow x_1 = 6$$

Einheiten von Faktor 1 und $x_2 = 4 \cdot 6 = 24$ Einheiten von Faktor 2 eingesetzt. Die Kosten bei $y = 12$ betragen $C(12) = 4 \cdot 6 + 1 \cdot 24 = 48$. Daher ist **h)** richtig.

21. **(4 Punkte)** Eine Produktionsfunktion sei durch $y = f(x_1, x_2) = (x_1 x_2)^{\frac{1}{3}}$ gegeben. Die Faktorpreise betragen $w_1 = 2$ und $w_2 = 1$. Der Outputpreis betrage $p = 6$. Die Faktornachfrage nach Faktor 1 beträgt

❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 6 ❍ g) 7 ❍ h) 8

richtige Antwort: c)
Die marginale Rate der technischen Substitution lautet $MRTS = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{x_2}{x_1}$. Wenn x_1 steigt, muss x_2 bei konstantem Produktionsniveau fallen. Die marginale Rate der technischen Substitution nimmt

mit steigendem x_1 also ab. Falls $MRTS > \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je mehr von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Bei $MRTS < \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je weniger von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Der optimale Einsatz der Produktionsfaktoren erfüllt

$$\begin{aligned} MRTS = \frac{x_2}{x_1} &\overset{!}{=} \frac{w_1}{w_2} = MOC \\ x_2 &= 2x_1. \end{aligned}$$

Der Einsatz von x_1 Einheiten des ersten Faktors und $x_2 = 2x_1$ Einheiten des zweiten Faktors führen zu dem Gewinn

$$\begin{aligned} \Pi^r(x_1) = \Pi(x_1, 2x_1) &= 6(x_1 \cdot 2x_1)^{\frac{1}{3}} - 2x_1 - 1 \cdot 2x_1 \\ &= 6(2x_1^2)^{\frac{1}{3}} - 4x_1. \end{aligned}$$

Gewinnmaximierung führt zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi^r(x_1)}{\partial x_1} = 6 \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{2}{3} \cdot x_1^{-\frac{1}{3}} - 4 &\overset{!}{=} 0 \\ 4 \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot x_1^{-\frac{1}{3}} &= 4 \\ 2^{\frac{1}{3}} &= x_1^{\frac{1}{3}} \\ x_1 &= 2. \end{aligned}$$

22. **(4 Punkte)** Ein Monopolist betreibt Preisdiskriminierung ersten Grades. Seine Kostenfunktion lautet $C(y) = 2y$. Die inverse Nachfragefunktion lautet $p(y) = 6 - y$. Der Monopolgewinn beträgt

❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 5 ❍ g) 6 ❍ h) 7 ❍ i) 8

richtige Antwort: i)
Aufgrund der Preisdiskriminierung ersten Grades beträgt der marginale Erlös $MR(y) = p(y) = 6 - y$. Im Gewinnmaximum gilt

$$\begin{aligned} MR(y) = 6 - y &\overset{!}{=} 2 = MC(y) \\ &\Rightarrow y = 4. \end{aligned}$$

Der Monopolgewinn beträgt

$$\begin{aligned} \Pi(4) &= \int_0^4 (p(y) - MC(y))\, dy \\ &= \int_0^4 (4 - y)\, dy \\ &= 4y - \frac{y^2}{2}\Big|_0^4 \\ &= 16 - 8 = 8. \end{aligned}$$

Alternativ lässt sich der Monopolgewinn durch die Flächenformel eines Dreiecks bestimmen:

$$\begin{aligned} \Pi(4) &= (p(0) - p(4)) \cdot (4 - 0)/2 \\ &= (6 - 2) \cdot (4)/2 \\ &= 4 \cdot 4/2 = 8. \end{aligned}$$

23. **(4 Punkte)** Ein Unternehmen hat die Möglichkeit auf einem Markt zu agieren. Die langfristige Kostenfunktion des Unternehmens lautet

$$C(y) = \begin{cases} \frac{1}{3}y^3 + \frac{16}{3}, & y > 0 \\ 0, & y = 0. \end{cases}$$

Wie hoch muss der Marktpreis mindestens sein, damit das Unternehmen eine positive Menge anbietet?

❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 5 ❍ g) 6

richtige Antwort: e)
Falls das Unternehmen eine positive Ausbringungsmenge anbietet, erhalten wir die gewinnmaximale Menge y durch

$$\begin{aligned} MC(y) &\overset{!}{=} p \\ y^2 &= p \\ \Rightarrow y &= \sqrt{p}. \end{aligned}$$

Das Unternehmen erwirtschaftet nicht-negative Gewinne, falls der Preis die durchschnittlichen Kosten $AC(y) = \frac{C(y)}{y}$ übersteigt, wenn also

$$\begin{aligned} AC(\sqrt{p}) &\leq p \\ \frac{1}{3}p + \frac{16}{3\sqrt{p}} &\leq p \\ \frac{16}{3\sqrt{p}} &\leq \frac{2}{3}p \\ 8 &\leq p \cdot \sqrt{p} = p^{\frac{3}{2}} \\ 8^{\frac{3}{2}} &\leq p \\ 4 &\leq p \end{aligned}$$

gilt. Demnach ist **e)** richtig.

24. **(2 Punkte)** Betrachten Sie die Produktionsfunktion $f(x_1, x_2) = 2 + x_1 + x_2$.

❍ a) Es liegen konstante Skalenerträge vor.
❍ b) Es liegen wachsende Skalenerträge vor.
❍ c) Es liegen fallende Skalenerträge vor.
❍ d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Antwort: c)

Für alle $t > 1$ gilt $f(tx_1, tx_2) = 2 + tx_1 + tx_2 < 2t + tx_1 + tx_2 = t\,(2 + x_1 + x_2) = tf(x_1, x_2)$. Daher liegen fallende Skalenerträge vor. Somit ist **c)** korrekt.

25. **(4 Punkte)** Ein Unternehmen kann in zwei Produktionsstätten, A und B, jeweils dasselbe Gut produzieren. In Produktionsstätte A lautet die Kostenfunktion $C_A\,(y_A) = 3y_A$, in Produktionsstätte B lautet sie $C_B\,(y_B) = \frac{y_B^2}{2}$. Wie hoch sind die Kosten, falls das Unternehmen insgesamt 6 Einheiten produziert?

❍ a) 3 ❍ b) 12 ❍ c) 13.5 ❍ d) 15 ❍ e) 15.5 ❍ f) 16 ❍ g) 17.5 ❍ h) 18

richtige Antwort: c)
Die marginalen Kosten in A betragen $MC_A(y_A) = 3$, in B betragen sie $MC_B(y_B) = y_B$. Die ersten drei Einheiten werden in Produktionsstätte B produziert, weil $MC_B(y_B) = y_B \leq 3 = MC_A(y_A)$ für alle $y_A \in [0, \infty)$ und $y_B \in [0, 3]$. Die weiteren drei Einheiten werden in Produktionsstätte A produziert, weil $MC_A(y_A) = 3 \leq MC_B(y_B)$ für alle $y_A \in [0, \infty)$ und $y_B \in [3, \infty)$. Die Kosten betragen $C_A(3) + C_B(3) = 3 \cdot 3 + \frac{3^2}{2} = 9 + \frac{9}{2} = 13.5$. Daher ist **c)** richtig.

26. **(4 Punkte)** 10 Unternehmen haben die Möglichkeit auf einem Markt zu agieren. Die langfristige Kostenfunktion von Unternehmen $i \in \{1, \ldots, 10\}$ bei Ausbringungsmenge y_i ist gegeben durch

$$C_i(y_i) = \begin{cases} 32 + \frac{y_i^2}{2}, & y_i > 0 \\ 0, & y_i = 0 \end{cases}.$$

Die Marktnachfrage lautet $D(p) = 72 - 3p$. Wie viele Unternehmen bieten bei vollständiger Konkurrenz eine positive Ausbringungsmenge an?

❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 5 ❍ g) 6 ❍ h) 7 ❍ i) 8

richtige Antwort: g)
Bei vollständiger Konkurrenz gilt $AC(y_i) \stackrel{!}{=} MC(y_i) \stackrel{!}{=} p$ für jedes Unternehmen $i \in \{1, \ldots, 10\}$, das eine positive Menge anbietet. Aus der ersten Bedingung erhalten wir

$$\begin{aligned} AC(y_i) = \frac{32}{y_i} + \frac{y_i}{2} &\stackrel{!}{=} y_i = MC(y_i) \\ 64 &= y_i^2 \\ \Rightarrow y_i &= 8. \end{aligned}$$

Aus der zweiten Bedingung erhalten wir

$$p \stackrel{!}{=} 8 = MC(8).$$

Die Marktnachfrage bei $p = 8$ beträgt $D(8) = 72 - 3 \cdot 8 = 48$. Da jedes produzierende Unternehmen 8 Einheiten anbietet und das Marktangebot 48 sein muss, bieten $n = 48/8 = 6$ Unternehmen eine positive Ausbringungsmenge an.

27. **(3 Punkte)** Ein Monopolist steht der inversen Nachfragefunktion $p(x) = 5 - \frac{1}{2}x$ gegenüber. Sein Erlös bei der Menge $X = 10$ beträgt

❍ a) 0 ❍ b) 5 ❍ c) 10 ❍ d) 25 ❍ e) 50 ❍ f) 75 ❍ g) 100 ❍ h) 150

richtige Lösung: a)
Die Erlösfunktion lautet $R(x) = p(x) \cdot x$. Wir erhalten $R(10) = p(10) \cdot 10 = 0 \cdot 10 = 0$. Daher ist **a)** richtig.