Universität Leipzig

Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät

BACHELOR – PRÜFUNG

DATUM:	**24. Februar 2012**
Modul:	**Mikroökonomik**
PRÜFER:	**Prof. Dr. Harald Wiese**

PRÜFUNGS-NR.:

STUDIENGANG:

NAME, VORNAME:

UNTERSCHRIFT DES STUDENTEN:

ERLÄUTERUNGEN:

Maximal erreichbare Punkte: 80
Bearbeitungszeit: 90 Minuten
Lesen Sie die Aufgabenstellung vor dem Bearbeiten gründlich!
Schreiben Sie, bitte, leserlich!
Begründen Sie Ihre Antworten!
Machen Sie jeweils Ihren Rechenweg deutlich!
Sollte der Platz unter den Fragen nicht ausreichen,
verwenden Sie bitte jeweils die Rückseite!

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	$\sum$
PUNKTE:													

NOTE: **Unterschrift des Prüfers:**

Aufgabe 1 (7 Punkte)
Max U mag Williamsbirnen (W) und Pecorino (P), aber nur in der richtigen Kombination – zu viel oder zu wenig von dem einen oder anderen nützt nichts. Seine Nutzenfunktion ist demnach gegeben durch

$$u(x_W, x_P) = (\min\{a \cdot x_W, x_P\})^2, \qquad a, x_W, x_P > 0.$$

Die Williamsbirnen kosten p_W und der Pecorino kostet p_P. Sein Einkommen ist gegeben durch $m = 10$. Bestimmen Sie das Haushaltsoptimum!

Lösungsvorschlag

Die gegebene Nutzenfunktion equivalent zu der folgenden: $v\left(x_W, x_P\right) = \min\left\{a \cdot x_W, x_P\right\}$.

Damit gilt die Optimalbedingung: $a \cdot x_W = x_P$. Mit $10 = p_W \cdot x_W + p_P \cdot x_P$ folgt

$$10 = p_W \cdot x_W + p_P \cdot a \cdot x_W$$

also

$$\begin{aligned}
10 &= \left(p_W + p_P \cdot a\right) \cdot x_W, \\
x_W^* &= \frac{10}{p_W + p_P \cdot a}, \\
x_P^* &= \frac{a \cdot 10}{p_W + p_P \cdot a}.
\end{aligned}$$

Aufgabe 2 (6 Punkte)
Gegeben sei die Information, dass sich für ein Individuum das Haushaltsoptimum wie folgt bestimmen lässt:

$$\begin{aligned} x_1^*(p_1, p_2, m) &= \frac{m}{p_1 + 2p_2}, \\ x_2^*(p_1, p_2, m) &= \frac{2m}{p_1 + 2p_2} \end{aligned}$$

(a) Zeichnen Sie die Engelkurve für Gut 1 und geben Sie die Koordinaten zweier Punkte auf ihr an.

b) Kreuzen Sie an!

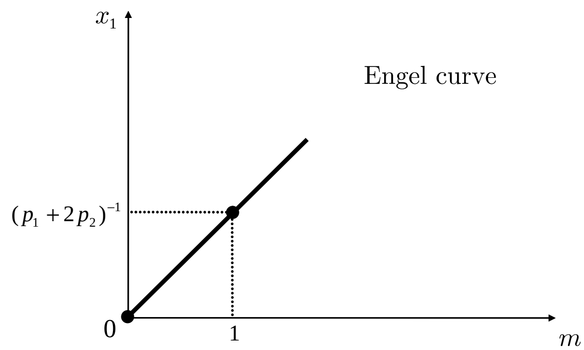
Eine Variation des Preises von Gut 1 führt zu einer anderen	Richtig	o
Engelkurve für Gut 1.	Falsch	o
Eine Variation des Einkommens bedeutet, dass man	Richtig	o
auf der gleichen Engelkurve bleibt	Falsch	o

Lösungsvorschlag

(a) Die Engel~~s~~kurve stellt die Nachfrage in Abhängigkeit des Einkommens da. Ein erster Punkt auf ihr ergibt sich für das Einkommen $m = 0$, nämlich mit $x_1^* (p_1, p_2, 0) = \frac{0}{p_1+2p_2} = 0$. Für das Einkommen $m = 1$ ergibt sich eine Nachfrage in Höhe von $x_1^* (p_1, p_2, 1) = \frac{1}{p_1+2p_2}$. Damit hat man die beiden Punkte

$$(0;0) \text{ und}$$
$$\left(1; \frac{1}{p_1 + 2 \cdot p_2}\right).$$

Zudem ist der funktionale Zusammenhang $x_1^* (m)$ linear. Die Abbildung sieht dann wie folgt aus.



b) Kreuzen Sie an!

Eine Variation des Preises von Gut 1 führt zu einer anderen Engel~~s~~kurve für Gut 1.	Richtig	×
	Falsch	
Eine Variation des Einkommens bedeutet, dass man auf der gleichen Engelkurve bleibt	Richtig	×
	Falsch	

Aufgabe 3 (5 Punkte)
Bestimmen Sie das kostenminimierende Faktoreinsatzverhältnis

$$\frac{x_2^*(w_1, w_2)}{x_1^*(w_1, w_2)}$$

für Cobb-Douglas-Produktionsfunktionen der Form

$$f(x_1, x_2) = x_1^\alpha \cdot x_2^\beta, \qquad \alpha, \beta > 0.$$

Lösungsvorschlag

Mit

$$MRTS \stackrel{!}{=} \frac{w_1}{w_2}$$

folgt

$$\begin{aligned}
MRTS &= \frac{MP_1}{MP_2}, \\
MP_1 &= \alpha \cdot x_1^{\alpha-1} \cdot x_2^{\beta}, \\
MP_2 &= x_1^{\alpha} \cdot \beta \cdot x_2^{\beta-1}, \\
\frac{MP_1}{MP_2} &= \frac{\alpha \cdot x_2}{\beta \cdot x_1}, \\
\frac{\alpha \cdot x_2}{\beta \cdot x_1} &= \frac{w_1}{w_2}, \\
\frac{x_2}{x_1} &= \frac{w_1}{w_2} \cdot \frac{\beta}{\alpha}.
\end{aligned}$$

Aufgabe 4 (6 Punkte)
Die inverse Nachfragefunktion auf einem Markt sei $p(y) = 10 - 3y$. Die inverse Angebotsfunktion auf dem Markt lautet $p(y) = y + 2$.

(a) Bestimmen Sie den Gleichgewichtspreis und die Gleichgewichtsmenge!

(b) Berechnen Sie die Konsumentenrente im Gleichgewicht!

(c) In welcher Einheit wird die Konsumentenrente gemessen? Kreuzen Sie an! Es wird keine Begründung benötigt!

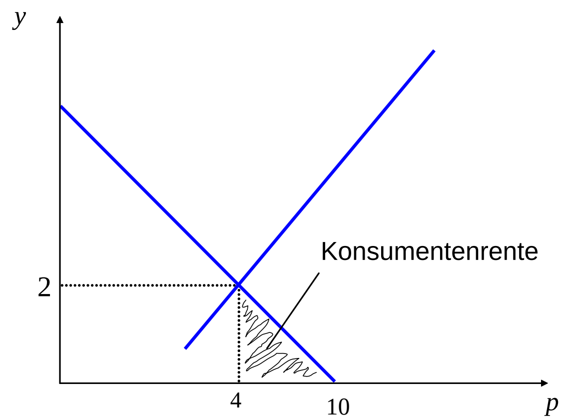
Nutzeneinheiten	o
Geldeinheiten	o
Geldeinheiten · Geldeinheiten	o
Nutzeneinheiten pro Geldeinheiten	o
Nutzeneinheiten · Geldeinheiten	o

Lösungsvorschlag

(a)

$$10 - 3y = 2 + y \Leftrightarrow y = 2 \text{ und } p(2) = 4.$$

(b) Hilfreich zum Bestimmen der Konsumentenrente ist das folgende Diagramm.



Damit ergibt sich:

$$KR = \frac{(10-4)\cdot 2}{2} = 6.$$

(c) Die Konsumentenrente wird in Geldeinheiten gemessen.

Aufgabe 5 (3 Punkte)
In einer Volkswirtschaft werden zwei Güter, 1 und 2, hergestellt. Die Produktionsmöglichkeitenkurve lautet

$$x_2\,(x_1) = 100 - x_1^2,$$

wobei x_2 für die von Gut 2 und x_1 für die von Gut 1 produzierte Menge steht.
Von Gut 1 werden in der Volkswirtschaft 6 Einheiten gefertigt. Wenn die Produktion des ersten Gutes um eine (kleine) Einheit gesenkt wird, wie viele Einheiten von Gut 2 können dann zusätzlich hergestellt werden?

Lösungsvorschlag 1
Ableiten von x_2 nach x_1 gibt Grenzrate der Transformation:

$$MRT = 2x_1.$$

Einsetzen von $x_1 = 6$ ergibt

$$MRT(6) = 12.$$

Lösungsvorschlag 2
Wir untersuchen, wie sich die von Gut 2 produzierbare Menge verändert, wenn wir eine Einheit weniger als 6, also 5 Einheiten von Gut 1 herstellen.

$$x_2(5) - x_2(6) = (100 - 5^2) - (100 - 6^2) = 11.$$

Aufgabe 6 (13 Punkte)
Akteur A hat Präferenzen für Güterbündel (x_1, x_2), die durch die Nutzenfunktion

$$u^A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A + x_2^A$$

abgebildet werden. Akteur B hat Präferenzen, die durch

$$u^B(x_1^B, x_2^B) = x_2^B$$

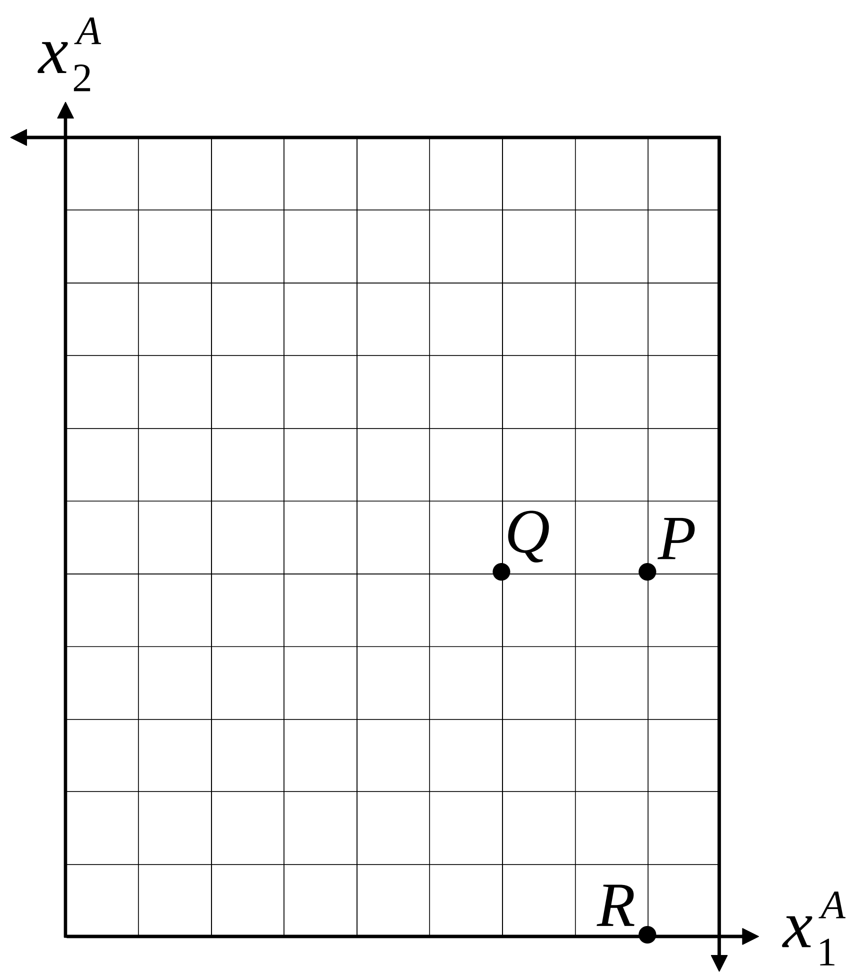
repräsentiert werden. Akteur A hält die Anfangsausstattung $\omega_1^A = 3, \omega_2^A = 6$, Akteur B hat die Anfangsausstattung $\omega_1^B = 6, \omega_2^B = 5$.

(a) *Kreuzen Sie an*!

Gut 1 stellt für Akteur B ein neutrales Gut dar. Richtig o
Falsch o

(b) Zeichnen Sie die Tausch-Edgeworth-Box zu dieser Situation möglichst exakt in das beigefügte Raster ein! *Beschriften Sie die eingezeichneten Objekte hinlänglich!* Ihre Zeichnung sollte zumindest folgende Objekte abbilden:

- die Anfangsausstattung ω der beiden Akteure,
- die Indifferenzkurze für jeden Akteur, die durch die Anfangsausstattung verläuft.



Aufgabe 6 (Fortsetzung)

(c) Im Diagramm sind die Allokationen P, Q und R eingezeichnet. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt? *Kreuzen Sie an, und begründen Sie kurz!*

P stellt eine Pareto-Verbesserung gegenüber Q dar.	Richtig	o
Begründung:	Falsch	o

P stellt eine Pareto-Verbesserung gegenüber R dar.	Richtig	o
Begründung:	Falsch	o

R stellt eine Pareto-Verbesserung gegenüber P dar.	Richtig	o
Begründung:	Falsch	o

(d) Zeichen Sie die Kontraktkurve deutlich sichtbar in das Diagramm aus Teilaufgabe (b) ein!

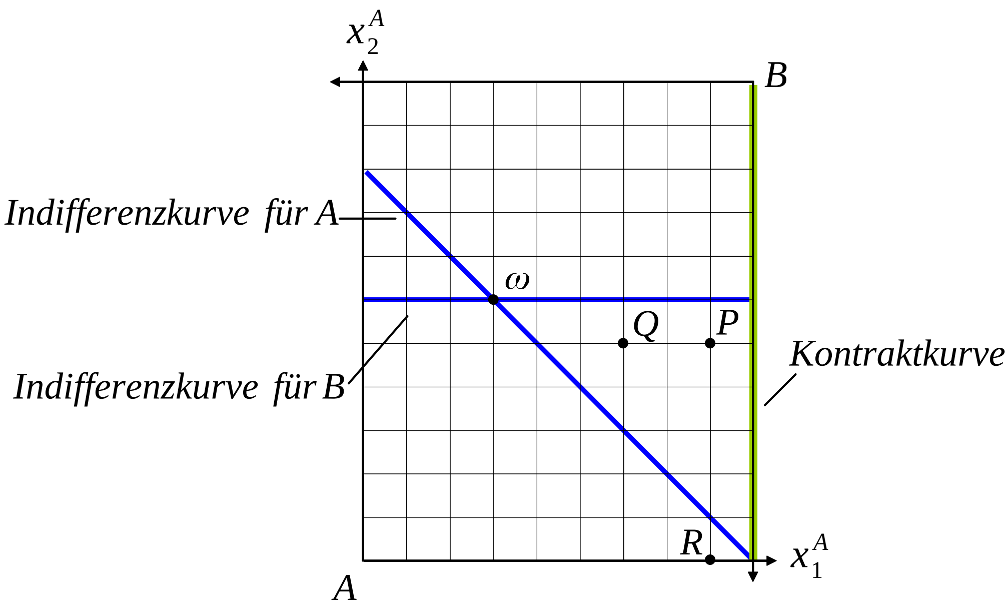
Lösungsvorschlag

(a) Richtig, Gut 1 stellt für Akteur B ein neutrales Gut dar.

(b) Zeichnen Sie die Tausch-Edgeworth-Box zu dieser Situation möglichst exakt in das beigefügte Raster ein! *Beschriften Sie die eingezeichneten Objekte hinlänglich!* Ihre Zeichnung sollte zumindest folgende Objekte abbilden:

– die Anfangsausstattung ω der beiden Akteure,

– die Indifferenzkurze für jeden Akteur, die durch die Anfangsausstattung verläuft.



(c) Hinsichtlich der Punkte gilt:

– Richtig, P stellt eine Pareto-Verbesserung gegenüber Q dar, denn Akteur B bleibt gleich gestellt und Akteur A wird besser gestellt.

– Falsch, P stellt keine Pareto-Verbesserung gegenüber R dar, denn Akteur B wird schlechter gestellt.

– Falsch, R stellt keine Pareto-Verbesserung gegenüber P dar.denn Akteur A wird schlechter gestellt.

(d) Offenbar wird durch Übertragung des Gutes 2 von Akteur B an Akteur A eine Pareto-Verbesserung erzielt. Daher kommen nur die Allokationen, in denen B nichts von Gut 2 hat in Frage (also die x_2^B-Achse). Davon sind auch schon alle Punkte optimal, wie zum einen die Vergleiche aus (c) suggerieren und wenn man sich zum anderen klar macht, dass eine Bewegung nach links auch mindestens einen Akteur schlechter stellt.

Aufgabe 7 (6 Punkte)
In der folgenden Matrix gibt der erste Eintrag einer jeden Zelle die jeweilige Auszahlung des Zeilenwählers und der zweite Eintrag die jeweilige Auszahlung des Spaltenwählers bei der entsprechenden Strategiekombination an.

	l	r
o	$(4, 1)$	$(7, 3)$
u	$(8, 2)$	$(6, 5)$

(a) Ist für den Spaltenwähler Strategie l eine dominante Strategie? Begründen Sie, indem Sie die relevante(n) Ungleichung(en) angeben!

(b) Ist die Strategiekombination (u, r) ein Nash-Gleichgewicht? Begründen Sie, indem Sie die relevante(n) Ungleichung(en) angeben!

Lösungsvorschlag:

(a) Nein, da $3 > 1$ (oder da $5 > 2$).

(b) Die Strategiekombination (u, r) stellt kein Nash-Gleichgewicht dar, da $7 > 6$.

Aufgabe 8 (7 Punkte)
Zur Vorbereitung auf den Jahreswechsel 2013 überlegt die Stadt Leipzig bereits jetzt, wie das jährliche Feuerwerk vorbereitet werden soll. Man nehme an, jeder der 500.000 Leipziger wäre bereit $0,20$€ pro Minute Feuerwerk zu zahlen und die Kostenfunktion für die Stadt betrage $C(t) = 1000t^2 + 40.000t$, wobei t der Dauer des Feuerwerks in Minuten entspricht. Wie lange sollte das Feuerwerk 2013 dauern?

Lösungsvorschlag:
Die Zahlungsbereitschaft für t Minuten Feuerwerk beträgt demnach $100000 \cdot t$.. Daher ist die marginale Zahlungsbereitschaft 100000 und man erhält

$$\begin{aligned}
100.000 &\stackrel{!}{=} MC(t) \\
100.000 &= 2000t + 40.000 \\
t &= 30
\end{aligned}$$

Aufgabe 9 (5 Punkte)
Berechnen Sie die Grenzkostenfunktion für die folgenden Durchschnittskostenfunktionen!

a) $AC\left(y\right) = 6$

b) $AC\left(y\right) = 5y$

Lösungsvorschlag:

(a) $AC\left(y\right) = 6 \Rightarrow C\left(y\right) = AC\left(y\right) \cdot y = 6 \cdot y \Rightarrow MC\left(y\right) = 6$

(b) $AC\left(y\right) = 5y \ \Rightarrow C\left(y\right) = 5 \cdot y^2 \Rightarrow MC\left(y\right) = 10 \cdot y$

Aufgabe 10 (4 Punkte)
Kreuzen Sie für die folgenden Elastizitäten die entsprechenden definierten Bereiche an! Falsche Antworten werden mit richtigen Antworten verrechnet! Es ist jeweils nur eine Antwortmöglichkeit zutreffend und es ist keine Begründung notwendig!

	< 0	> 0
Preiselastizität der Nachfrage für gewöhnliche Güter		
Einkommenselastizität der Nachfrage von notwendigen Güter		
Kreuzpreiselastizitäten von Substituten		
Skalenelastizitäten von Produktionsfunktionen mit konstanten Skalenerträgen		

Lösungsvorschlag:

	< 0	> 0
Preiselastizität der Nachfrage für gewöhnliche Güter	x	
Einkommenselastizität der Nachfrage von notwendigen Güter		x
Kreuzpreiselastizitäten von Substituten		x
Skalenelastizitäten von Produktions-funktionen mit konstanten Skalenerträgen		x

Aufgabe 11 (7 Punkte)
Gegeben die vNM-Nutzenfunktion $u(x) = x^2 + 5$. Berechnen Sie das Sicherheitsäquivalent der Lotterie $L_1 = \left[2, 4; \frac{7}{12}, \frac{5}{12}\right]$!

Lösungsvorschlag

Das Sicherheitsäuivalent einer Lotterie ist die sichere Lotterie $[CE(L);1]$ zu der ein Agent mit der gegebenen Nutzenfunktionen indifferent ist, d.h.

$$u(CE(L_1)) = E_u(L_1).$$

Der erwartete Nutzen der Lotterie L_1 ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} E_u(L_1) &= \frac{7}{12} \cdot \left(2^2 + 5\right) + \frac{5}{12} \cdot \left(4^2 + 5\right) \\ &= \frac{28}{12} + \frac{80}{12} + 5 \\ &= 9 + 5. \end{aligned}$$

Das Sicherheitsäquivalent der Lotterie ist dementsprechende die sichere Lotterie, die einen Nutzen von 14 stiftet.

$$\begin{aligned} 14 &= \left[CE(L_1)\right]^2 + 5 \\ CE(L_1) &= 3. \end{aligned}$$

Aufgabe 12 (11 Punkte)
Auf einem Markt agieren zwei Unternehmen. Die Kostenfunktion von Unternehmen 1 sei

$$c_1(q_1) = 2 \cdot q_1.$$

Das zweite Unternehmen besitzt die Kostenfunktion

$$c_2(q_2) = q_2^2.$$

Die inverse Marktnachfragefunktion ist mit

$$p(Q) = 12 - Q$$

wobei Q gleich der Summe der ausgebrachten Mengen ist, d.h. $Q = q_1 + q_2$.

Bestimmen Sie die Reaktionsfunktionen der beiden Unternehmen und das Nash-Gleichgewicht im simultanen Mengenwettbewerb!

Lösungsvorschlag:
Der Gewinn von Unternehmen 1 ergibt sich als

$$\pi_1(q_1, q_2) = [12 - (q_1 + q_2)]\, q_1 - 2 \cdot q_1$$

und ableiten ergibt

$$\frac{\partial \pi_1(q_1, q_2)}{\partial q_1} = 12 - 2q_1 - q_2 - 2.$$

Setzt man das gleich Null, so erhält man nach Umformung

$$q_1^R(q_2) = 5 - \frac{1}{2} q_2.$$

Für Spieler 2 ergibt sich:

$$\pi_2(q_1, q_2) = [12 - (q_1 + q_2)]\, q_2 - q_2^2$$

$$\frac{\partial \pi_2(q_1, q_2)}{\partial q_2} = 12 - 2q_2 - q_1 - 2q_2.$$

Setzt man das gleich Null, so erhält man nach Umformung

$$q_2^R(q_1) = 3 - \frac{1}{4} q_1.$$

Das Nash-Gleichgewicht erhält man durch Ineinandereinsetzen der Reaktionsfunktionen:

$$\begin{aligned}
q_2^R\left(q_1^R(q_2)\right) &= 3 - \frac{1}{4}\left(5 - \frac{1}{2} q_2.\right). \\
&= \frac{7}{4} + \frac{1}{8} q_2 \\
q_2 &= 2 \\
q_1 &= 4
\end{aligned}$$