Aufgabe 1 (8 Punkte)
Bobs Präferenzen sind durch die Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = (x_1)^2 + 2 \cdot x_2$ repräsentiert. Sein Einkommen ist $m = 10$, die Preise betragen $p_1 = 2$ und $p_2 = 2$.

(a) Bestimmen Sie die marginale Rate der Substitution!

(b) Wie Sie hoffentlich sehen können, steigt die marginale Rate der Substitution mit zunehmenden x_1. Handelt es sich entsprechend hierbei um konkave oder konvexe Präferenzen?

(c) Bestimmen Sie das Haushaltsoptimum!

Lösungsvorschlag:

(a)

$$MRS = \frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_1}} = \frac{2 \cdot x_1}{2} = x_1.$$

(b) konkave Präferenzen

(c) Es handelt sich um konkave Präferenzen und entsprechend liegt im Allgemeinen ein Randoptimum vor. Aus

$$\left(\frac{m}{p_1}\right)^2 = \left(\frac{10}{2}\right)^2 = 25 > 10 = 2 \cdot \left(\frac{10}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{m}{p_2}\right)$$

folgt, dass Bob im Haushaltsoptimum das Bündel $(x_1, x_2) = (5, 0)$ konsumiert!

Aufgabe 2 (12 Punkte)
Ein Unternehmen hat die Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2) = \min(x_1, x_2)$. Kurzfristig muss es vom ersten Faktor $x_1 = 4$ Einheiten einsetzen. Die Faktorpreise betragen $w_1 = 2$ und $w_2 = 8$. Der Preis $p > 0$ für den Output des Unternehmens ist konstant.

(a) Bestimmen Sie die kurzfristige Kostenfunktion des Unternehmens für $y \in [0, 4]$!

(b) Bestimmen Sie nun die kurzfristige Angebotsfunktion des Unternehmens!

(c) Bestimmen Sie die langfristige Angebotsfunktion!

Lösungsvorschlag:

(a) Kurzfristig gilt

$$y = f(x_1, x_2) = \min\{4, x_2\}$$

Die kurzfristige Kostenfunktion ist daher beschränkt auf das Intervall $y \in [0, 4]$ und lautet

$$C(y) = 4 \cdot w_1 + y \cdot w_2 = 8 + y \cdot 8.$$

(b) Aus

$$\begin{aligned} MC(y) &= 8 \text{ und} \\ SAVC(y) &= 8 \end{aligned}$$

folgt die kurzfristige Angebotsfunktion

$$S(p) = \begin{cases} 4, & p > 8, \\ [0, 4], & p = 8, \\ 0, & p < 8. \end{cases}$$

(c) Langfristig gilt $x_1 = x_2 = y$. Die langfristige Kostenfunktion lautet offenbar

$$C(y) = y \cdot (w_1 + w_2) = y \cdot 10$$

und entsprechend folgt

$$S(p) = \begin{cases} \infty, & p > 10, \\ [0, \infty), & p = 10, \\ 0, & p < 10. \end{cases}$$

Aufgabe 3 (10 Punkte)
Die Nachfrage für ein Gut auf einem Markt mit vollkommener Konkurrenz ist durch die Nachfragefunktion $Y(p) = 20 - p$ gegeben, wobei $Y(p)$ die beim Marktpreis p insgesamt nachgefragte Menge bezeichnet. Die auf diesem Markt agierenden Unternehmen haben dieselbe langfristige Kostenfunktion

$$C(y) = \begin{cases} 16 + y^2, & y > 0, \\ 0, & y = 0, \end{cases}$$

wobei y die von einem einzelnen Unternehmen produzierte Menge bezeichnet.
Wie viele Unternehmen werden im langfristigen Konkurrenzgleichgewicht auf diesem Markt anbieten? Wie hoch ist der Marktpreis und wieviel bringt jedes Unternehmen aus?

Lösungsvorschlag:
Langfristig bieten die Unternehmen ihre Produkte zu möglichst niedrigen Preisen an, was wiederum eine Produktion zu möglichst niedrigen Durchschnittskosten voraussetzt. Die minimalen Durchschnittskosten bestimmt man mittels

$$AC \overset{!}{=} MC$$

und erhält damit $16/y + y = 2y$, also $y_{AC\,\min} = 4$ und die zugehörigen Stückkosten $AC(4) = 8$.

Bei vollkommener Konkurenz können die Unternehmen langfristig keine Gewinne erzielen; der Marktpreis stimmt also mit den Durchschnittskosten überein: $p = 8$.

Das führt zu einer Nachfrage in Höhe von $Y(8) = 12$. Diese wird folglich von

$$n = \frac{Y}{y} = \frac{12}{4} = 3$$

Unternehmen bedient.

Aufgabe 4 (7 Punkte)
Ein Monopolist produziert ein Gut in zwei Betriebsstätten, A und B, mit den Kostenfunktionen

$$\begin{aligned} C_A(y_A) &= y_A^2, \\ C_B(y_B) &= 4 \cdot y_B, \end{aligned}$$

wobei y_A die in Betriebsstätte A und y_B die in Betriebsstätte B hergestellte Menge bezeichnet. Die Nachfrage für dieses Gut ist durch die inverse Nachfragefunktion

$$p(Y) = 24 - 2 \cdot Y$$

gegeben: Die Menge Y kann zum Preis von $p(Y)$ abgesetzt werden.
Welche Mengen stellt der Monopolist in den beiden Betriebsstätten her?

Lösungsvorschlag:

$$\begin{aligned} MC_A(y_A) &= MC_B(y_B) \\ 2 \cdot y_A &= 4 \iff y_A = 2 \\ MR(Y = y_A + y_B) &= 24 - 4 \cdot Y = 4 \iff Y = 5 \text{ und } y_B = 3. \end{aligned}$$

Aufgabe 5 (7 Punkte)
Es soll begründet werden, dass eine Situation, in der

$$3 = MRT_E = \left|\frac{dW_E}{dT_E}\right| < \left|\frac{dW_P}{dT_P}\right| = MRT_P = 5$$

nicht Pareto-optimal ist (E-England, P-Portugal, W-Wein, T-Tuch).

Damit England eine Einheit mehr __(a1)__ herstellen kann, muss es auf die Produktion von MRT_E Einheiten __(a2)__ verzichten. Wenn Portugal __(b1)__ Einheit(en) weniger Tuch herstellt, kann es dadurch __(b2)__ Einheit(en) Wein zusätzlich herstellen. Geschieht dies und gibt Portugal an England __(c)__ Einheit(en) Wein im Tausch gegen eine Einheit Tuch ab, so ist England genauso gut gestellt wie zuvor. Portugal hat sich aber verbessert: Es hat dann __(d)__ Einheiten Wein zusätzlich. Es handelt sich dabei um __(e)__ Pareto-Verbesserung – England wird nicht besser gestellt.

Kreuzen Sie *den* jeweils richtigen Eintrag an!

(a1)		
	Tuch	☐
	Wein	☐

(a2)		
	Tuch	☐
	Wein	☐

(b1)		
	MRT_P	☐
	MRT_E	☐
	eine	☐

(b2)		
	MRT_P	☐
	MRT_E	☐
	eine	☐

(c)		
	MRT_P	☐
	MRT_E	☐
	eine	☐

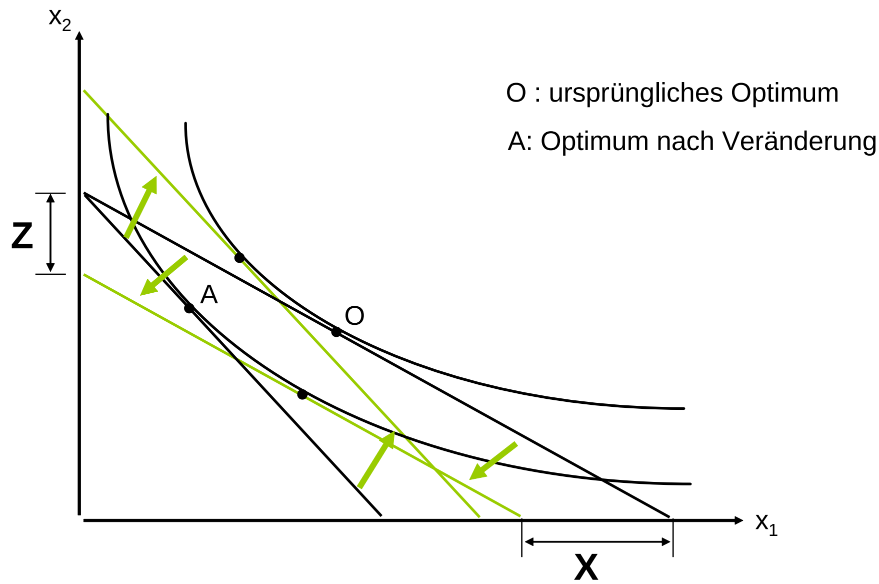
(d)		
	$MRT_P - MRT_E$	☐
	$MRT_E - MRT_P$	☐
	$1 - MRT_P$	☐
	$MRT_P - 1$	☐

(e)		
	keine	☐
	eine	☐

Lösungsvorschlag:
Damit England eine Einheit mehr Tuch herstellen kann, muss es auf die Produktion von MRT_E Einheiten Wein verzichten. Wenn Portugal eine Einheit weniger Tuch herstellt, kann es dadurch MRT_P Einheiten Wein zusätzlich herstellen. Gibt Portugal an England MRT_E Einheiten Wein im Tausch gegen eine Einheit Tuch ab, so ist England genauso gut gestellt wie zuvor. Portugal hat sich aber verbessert: Es hat dann $MRT_P - MRT_E > 0$ Einheiten Wein zusätzlich. Es handelt sich dabei um eine Pareto-Verbesserung – England wird nicht besser gestellt.

Aufgabe 6 (6 Punkte)
Die folgenden Aussagen beziehen sich auf die Abbildung darunter, welche die Reaktion eines Haushalts bei Geldeinkommen auf eine Umweltänderung darstellt. *Kreuzen Sie an!*

Aussage	wahr	falsch
Die dargestellte Umweltänderung ist eine Preissenkung von Gut 1.	☐	☐
Z ist die äquivalente Variation in Einheiten von Gut 2.	☐	☐
X ist die kompensatorische Variation in Einheiten von Gut 1.	☐	☐



Lösungsvorschlag:

Aussage	wahr	falsch
Die dargestellte Umweltänderung ist eine Preissenkung von Gut 1.		X
Z ist die äquivalente Variation in Einheiten von Gut 2.	X	
X ist die kompensatorische Variation in Einheiten von Gut 1.		X

Aufgabe 7 (11 Punkte)
Auf einem Markt agieren zwei Unternehmen. Die Kostenfunktion von Unternehmen 1 ist

$$c_1(q_1) = 4 \cdot q_1.$$

Das zweite Unternehmen besitzt die Kostenfunktion

$$c_2(q_2) = (q_2)^2.$$

Die inverse Marktnachfragefunktion ist mit

$$p(Q) = 20 - 4 \cdot Q$$

beschrieben, wobei Q gleich der Summe der ausgebrachten Mengen ist, d.h. $Q = q_1 + q_2$.
Bestimmen Sie die Reaktionsfunktionen der beiden Unternehmen und das Nash-Gleichgewicht im simultanen Mengenwettbewerb!

Lösungsvorschlag:
Die Reaktionsfunktion von Unternehmen 1 bestimmt sich über das Gleichsetzen der ersten Ableitung ihrer Gewinnfunktion mit 0:

$$\begin{aligned}
\pi_1(q_1, q_2) &= (20 - 4 \cdot (q_1 + q_2))\, q_1 - 4 \cdot q_1 \\
\frac{d\pi_1(q_1, q_2)}{dq_1} &= 20 - 8 \cdot q_1 - 4 \cdot q_2 - 4 = 0 \iff \\
q_1^r &= 2 - \frac{1}{2} q_2
\end{aligned}$$

Analog erhält man für Unternehmen 2:

$$\begin{aligned}
\pi_2(q_1, q_2) &= (20 - 4 \cdot (q_1 + q_2))\, q_2 - (q_2)^2 \\
\frac{d\pi_1(q_1, q_2)}{dq_1} &= 20 - 4 \cdot q_1 - 8 \cdot q_2 - 2 \cdot q_2 = 0 \iff \\
q_2^r &= 2 - \frac{2}{5} q_1
\end{aligned}$$

Im Nash-Gleichgewicht ‘reagieren’ beide Unternehmen gewinnmaximierend auf die gleichgewichtige Ausbringungsmenge des anderen Unternehmens:

$$\begin{aligned}
q_2^* &= 2 - \frac{2}{5}\left(2 - \frac{1}{2} q_2^*\right) = 2 - \frac{4}{5} + \frac{1}{5} q_2^* \iff \\
q_2^* &= \frac{5}{4}\frac{6}{5} = \frac{3}{2}, \\
q_1^* &= 2 - \frac{1}{2}\frac{3}{2} = \frac{5}{4}.
\end{aligned}$$

Aufgabe 8 (12 Punkte)
Zwei Unternehmen, 1 und 2, produzieren in unmittelbarer Nähe voneinander und haben die folgenden Gewinnfunktionen:

$$\begin{aligned} G_1(y_1, y_2) &= 5y_1 - y_1^2 - y_1 y_2, \\ G_2(y_1, y_2) &= 5y_2 - y_2^2 + y_1 y_2, \end{aligned}$$

wobei y_1 die von Unternehmen 1 und y_2 die von Unternehmen 2 produzierte Menge bezeichnet.

(a) Treten externe Effekte auf? Wenn ja, was für welche? Begründen Sie!

(b) Gehen Sie davon aus, dass beide Unternehmen unabhängig voneinander ihren Gewinn maximieren. Welche Mengen werden sie produzieren? Wie hoch ist dann jeweils der Gewinn?

(c) Gehen Sie nun davon aus, dass die beiden Unternehmen Teile eines Konzerns sind, der den Gesamtgewinn maximiert. Welche Mengen werden jetzt produziert? Wie hoch ist dann der gemeinsame Gewinn?

Lösungsvorschlag:

(a) Einerseits wird der Gewinn von Unternehmen 1 durch Unternehmen 2 negativ beeinflusst, der Term $-y_1 y_2$ in der Gewinnfunktion von Unternehmen 1 führt zu $\partial G_1/\partial y_2 < 0$ für $y_1 > 0$. Von Unternehmen 2 geht also ein negativer externer Effekt in Bezug auf das Unternehmen 1 aus. Andererseits wird der Gewinn von Unternehmen 2 durch Unternehmen 1 positiv beeinflusst, sichtbar durch den Term $+y_1 y_2$ in der Gewinnfunktion von Unternehmen 2 ($\partial G_2/\partial y_1 > 0$ für $y_2 > 0$). Von Unternehmen 1 geht also ein positiver externer Effekt in Bezug auf das Unternehmen 2 aus. Der externe Effekt ist somit wechselseitig.

(b) Die Gewinnmaximierungsbedingung für Unternehmen 1 lautet

$$\frac{\partial G_1}{\partial y_1} = \frac{\partial \left(5y_1 - y_1^2 - y_1 y_2\right)}{\partial y_1} = 5 - 2y_1^* - y_2^* \stackrel{!}{=} 0$$

und die von Unternehmen 2

$$\frac{\partial G_1}{\partial y_2} = \frac{\partial \left(5y_2 - y_2^2 + y_1 y_2\right)}{\partial y_2} = 5 - 2y_2^* + y_1^* \stackrel{!}{=} 0.$$

Auflösen des Gleichungssystems ergibt die Mengen

$$y_1^* = 1 \quad \text{und} \quad y_2^* = 3.$$

Damit erhält man die Gewinne

$$\begin{aligned} G_1^* &= G_1(y_1^*, y_2^*) = 5 \cdot 1 - 1^2 - 1 \cdot 3 = 1, \\ G_2^* &= G_2(y_1^*, y_2^*) = 5 \cdot 3 - 3^2 + 1 \cdot 3 = 9. \end{aligned}$$

(c) Die Unternehmen maximieren nun den Gesamtgewinn

$$\begin{aligned} G(y_1, y_2) &= G_1(y_1, y_2) + G_2(y_1, y_2) \\ &= 5y_1 - y_1^2 - y_1 y_2 + 5y_2 - y_2^2 + y_1 y_2 \\ &= 5y_1 - y_1^2 + 5y_2 - y_2^2 \end{aligned}$$

Auflösen der Maximierungsbedingungen

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial y_1} &= \frac{\partial\left(5y_1 - y_1^2 + 5y_2 - y_2^2\right)}{\partial y_1} = 5 - 2y_1^F \stackrel{!}{=} 0 \\ \frac{\partial G}{\partial y_2} &= \frac{\partial\left(5y_1 - y_1^2 + 5y_2 - y_2^2\right)}{\partial y_2} = 5 - 2y_2^F \stackrel{!}{=} 0 \end{aligned}$$

ergibt

$$y_1^F = \frac{5}{2} \quad \text{und} \quad y_2^F = \frac{5}{2}$$

und damit den Gesamtgewinn

$$G^F = G\left(y_1^F, y_2^F\right) = 5 \cdot \frac{5}{2} - \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 5 \cdot \frac{5}{2} - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{2}.$$

Aufgabe 9 (7 Punkte)
Betrachten Sie das folgende Bimatrixspiel, in dem jeweils der linke Eintrag die Auszahlung des Zeilenwählers und der rechte Eintrag die Auszahlung des Spaltenwählers darstellt:

	s_1	s_2
z_1	$(2,2)$	$(4,1)$
z_2	$(a,4)$	$(5,b)$

Kreuzen Sie an!

Aussage	wahr	falsch
Für $a > 2$ ist z_2 eine dominante Strategie.	☐	☐
Unabhängig von den Parametern a und b gilt: z_2 ist nicht dominant.	☐	☐
Für $b > 1$ ist z_2 eine dominante Strategie.	☐	☐
Für $a > 5$ und $b > 4$, ist s_2 eine dominante Strategie.	☐	☐
Damit s_2 dominant ist, muss $a \leq 5$ sein.	☐	☐
Für $a \leq 2$ ist (z_1, s_1) ein Nash-Gleichgewicht.	☐	☐
Unabhängig von a und b gilt: (z_1, s_2) ist kein Nash-Gleichgewicht.	☐	☐

Lösungsvorschlag:

Aussage	wahr	falsch
Für $a > 2$ ist z_2 eine dominante Strategie.	X	
Unabhängig von den Parametern a und b gilt: z_2 ist nicht dominant.		X
Für $b > 1$ ist z_2 eine dominante Strategie.		X
Für $a > 5$ und $b > 4$, ist s_2 eine dominante Strategie.		X
Damit s_2 dominant ist, muss $a \leq 5$ sein.		X
Für $a \leq 2$ ist (z_1, s_1) ein Nash-Gleichgewicht.	X	
Unabhängig von a und b gilt: (z_1, s_2) ist kein Nash-Gleichgewicht.	X	