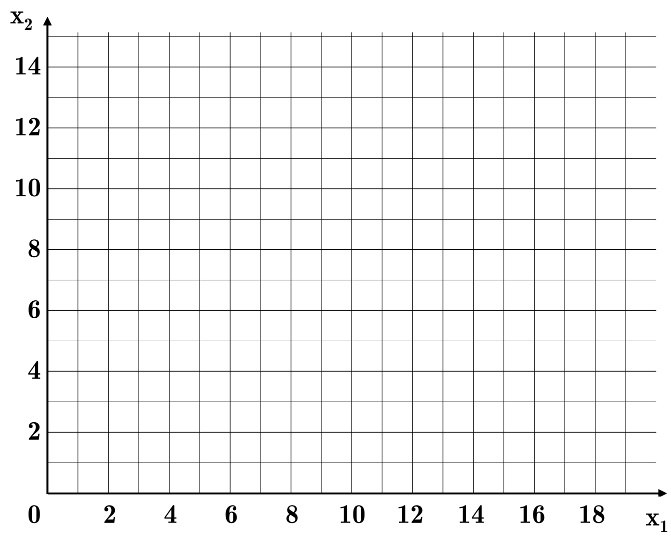
Aufgabe 1 (8 Punkte)
Hartmuts Präferenzen sind durch die Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$ repräsentiert. Er hat die Anfangsausstattung $\omega_1 = 2, \omega_2 = 0$. Der Preis des zweiten Gutes beträgt $p_2 = 1$.

(a) Bestimmen Sie für beide Güter die Nachfragefunktion!

(b) Zeichnen Sie im beigefügten Diagramm die Preis-Konsum-Kurve für Gut 1 ein, d.h. den geometrischen Ort aller Haushaltsoptima bei variierendem p_1!



Lösungsvorschlag:

(a) Aus

$$MRS = \frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} = \frac{x_2}{x_1} = p_1 = \frac{p_1}{p_2}$$

folgt $x_2 = p_1 \cdot x_1$. Es gilt auch

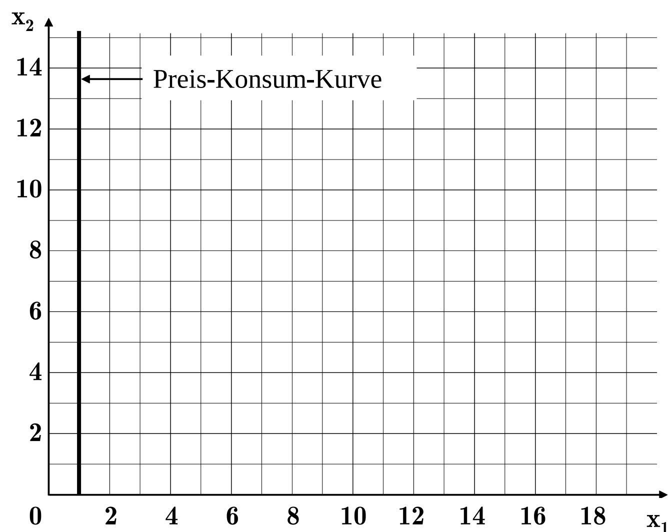
$$\begin{aligned} p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 &= p_1 \cdot \omega_1 + p_2 \cdot \omega_2 \text{ und damit} \\ p_1 \cdot x_1 + x_2 &= 2p_1. \end{aligned}$$

Durch Substitution erhält man

$$p_1 \cdot x_1 + p_1 \cdot x_1 = 2p_1.$$

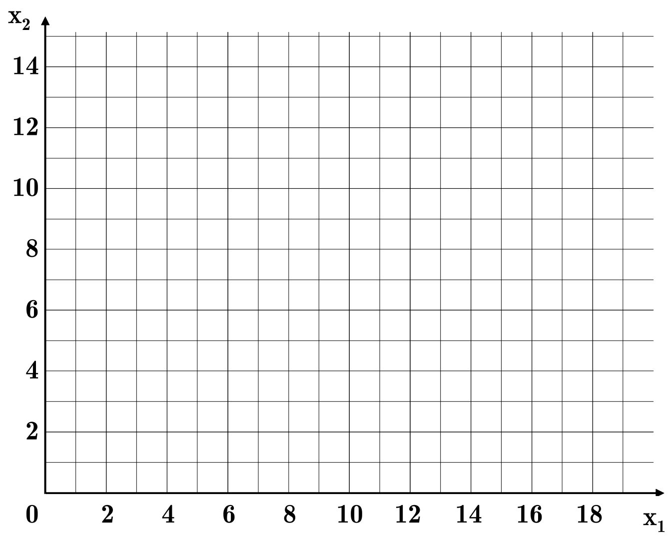
Daraus ergibt sich $x_1 = 1$. Es folgt $x_2 = p_1 \cdot x_1 = p_1$.

(b)



Aufgabe 2 (10 Punkte)
Fridolins Einkommen beträgt $m = 10$, der Preis des zweiten Gutes ist $p_2 = 1$. Der Preis des ersten Gutes unterliegt einem Mengenrabatt, $p_1 = 5 - x_1$. Fridolin kann Güter nur in diskreten Einheiten konsumieren, d.h. $x_1, x_2 \in \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$. Außerdem kann Fridolin nicht mehr als 5 Einheiten vom ersten Gut kaufen, $x_1 \leq 5$.

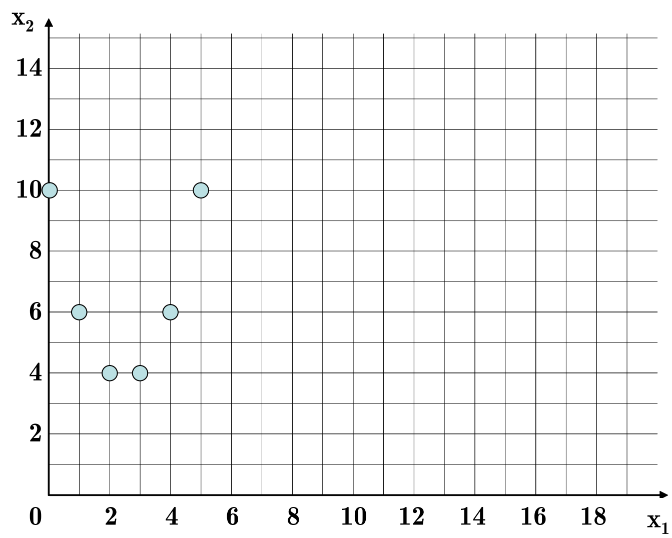
(a) Skizzieren Sie die Menge aller Güterbündel, die Fridolin kaufen kann, unter der Annahme, dass er sein gesamtes Einkommen ausschöpft!



(b) Bestimmen Sie das Haushaltsoptimum unter der Annahme, dass Fridolin monotone Präferenzen hat!

Lösungsvorschlag:

(a)



(b) Aus der Abbildung kann man leicht sehen, dass für jedes Bündel $(x_1, x_2) \neq (5, 10)$ mit $x_1, x_2 \in \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ die folgende Behauptung wahr ist: Entweder $[x_1 < 5$ und $10 \geq x_2]$ oder $[5 \geq x_1$ und $x_2 < 10]$. Bei monotonen Präferenzen wird daher das Bündel $(5, 10)$ im Haushaltsoptimum gewählt.

Aufgabe 3 (9 Punkte)
Ein Unternehmen hat die Produktionsfunktion $f(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$. Kurzfristig muss es vom ersten Faktor $x_1 = 4$ Einheiten einsetzen. Die Faktorpreise betragen $w_1 = 2$ und $w_2 = 8$.

(a) Bestimmen Sie die kurzfristige Kostenfunktion des Unternehmens!

(b) Bestimmen Sie nun die kurzfristige Angebotsfunktion des Unternehmens unter der Annahme, dass das Unternehmen den Preis $p > 0$ nicht beeinflussen kann

Lösungsvorschlag:

(a) Kurzfristig gilt

$$y = f(x_1, x_2) = 4x_2$$

und damit $x_2 = \frac{y}{4}$. Die kurzfristige Kostenfunktion ist daher

$$C(y) = 2 \cdot 4 + 8\frac{y}{4} = 8 + 2y.$$

(b) Aus

$$\begin{aligned} MC(y) &= 2 \text{ und} \\ SAVC(y) &= 2 \end{aligned}$$

folgt die kurzfristige Angebotsfunktion

$$S(p) = \begin{cases} +\infty, & p > 2, \\ [0, \infty), & p = 2, \\ 0, & p < 2. \end{cases}$$

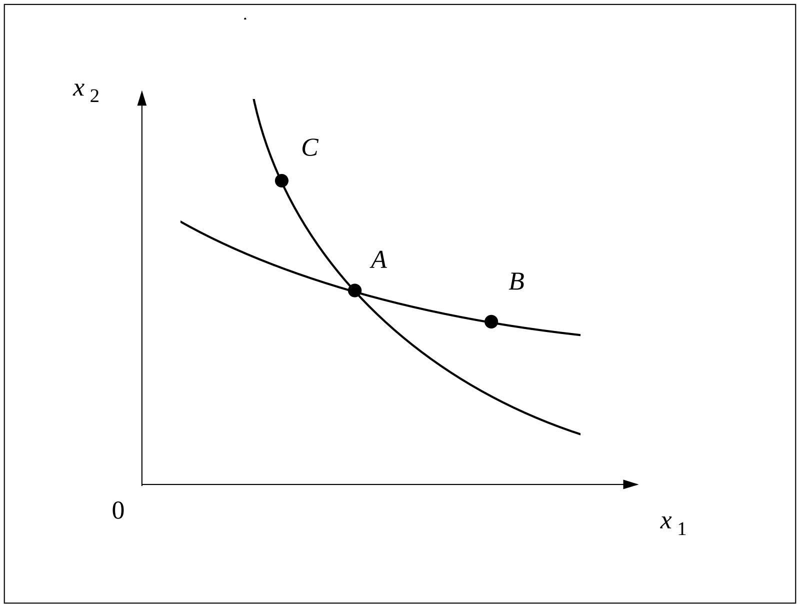
Aufgabe 4 (4 Punkte)
Hat die Produktionsfunktion $f(x_1, x_2) = \min\{x_1, 2 \cdot x_2\}$ steigende, fallende oder konstante Skalenerträge?

Lösungsvorschlag:
Aus

$$\lambda \cdot f(x_1, x_2) = \lambda \cdot \min\{x_1, 2 \cdot x_2\} = \min\{\lambda \cdot x_1, \lambda \cdot 2 \cdot x_2\} = f(\lambda \cdot x_1, \lambda \cdot x_2)$$

für $\lambda > 1$, schließen wir auf konstante Skalenerträge.

Aufgabe 5 (4 Punkte)
Begründen Sie, warum sich zwei Isoquanten, die unterschiedliche Outputniveaus repräsentieren, nicht schneiden können. Verwenden Sie dazu die Bezeichnungen aus der Abbildung.



Lösungsvorschlag:
Da B und C auf unterschiedlichen Isoquanten liegen, generieren diese beiden Faktorkombinationen zwei unterschiedliche Outputniveaus, $f(B) \neq f(C)$. Da A und B auf derselben Isoquante liegen, generieren diese beiden Faktorkombinationen dasselbe Outputniveau, $f(A) = f(B)$. Analog gilt $f(A) = f(C)$. Daraus folgt aber $f(B) = f(C)$, ein Widerspruch.

Aufgabe 6 (10 Punkte)
Die Nachfrage für ein Gut auf einem Markt mit vollkommener Konkurrenz ist durch die Nachfragefunktion $Y(p) = 10 \cdot (12 - p)$ gegeben, wobei $Y(p)$ die beim Marktpreis p insgesamt nachgefragte Menge bezeichnet. Die auf diesem Markt agierenden Unternehmen haben dieselbe langfristige Kostenfunktion

$$C(y) = \begin{cases} 9 + y^2, & y > 0, \\ 0, & y = 0, \end{cases}$$

wobei y die von einem einzelnen Unternehmen produzierte Menge bezeichnet. Wie viele Unternehmen werden im langfristigen Konkurrenzgleichgewicht auf diesem Markt anbieten? Wie hoch ist der Marktpreis und wieviel bringt jedes Unternehmen aus?

Lösungsvorschlag:
Langfristig bieten die Unternehmen ihre Produkte zu möglichst niedrigen Preisen an, was wiederum eine Produktion zu möglichst niedrigen Durchschnittskosten voraussetz. Die minimalen Durchschnittskosten bestimmt man mittels

$$AC \stackrel{!}{=} MC$$

und erhält damit $9/y + y = 2y$, also $y_{AC\,\min} = 3$ und die zugehörigen Stückkosten $AC(3) = 6$.

Bei vollkommener Konkurenz können die Unternehmen langfristig keine Gewinne erzielen; der Marktpreis stimmt also mit den Durchschnittskosten überein: $p = 6$.

Das führt zu einer Nachfrage in Höhe von $Y(6) = 60$. Diese wird folglich von

$$n = \frac{Y}{y} = \frac{60}{3} = 20$$

Unternehmen bedient.

Aufgabe 7 (8 Punkte)
Es sind 100 € auf Frank, Marie, Jody und Rick aufzuteilen. Den Nutzen, den sie jeweils durch Geld erlangen, können Sie der Tabelle entnehmen.

	Frank	Marie	Jody	Rick
Nutzen durch x €	x^2	$2 \cdot x$	$\sqrt{x}$	$0 \cdot x$

Betrachten Sie nun folgende Allokationen (eine Allokation ordnet jedem Akteur einen Geldbetrag zu, wobei die Summe der Geldbeträge 100 € nicht überschreiten darf):

Allokation	Frank	Marie	Jody	Rick	Summe
A	20	40	40	0	100
B	10	50	30	10	100
C	10	50	30	0	90
D	50	50	0	0	100
E	10	55	30	0	95

Sind folgende Aussagen wahr oder falsch? *Kreuzen Sie an! Für jede korrekte Antwort gibt es einen Punkt; für jede falsche Antwort wird ein Punkt abgezogen. Man kann allerdings nicht weniger als null Punkte erhalten.*

(a) Die Allokationen A und B sind pareto-optimal.

(b) Die Allokation B ist gegenüber der Allokation C eine Pareto-Verbesserung.

(c) Die Allokation E ist gegenüber der Allokation C eine Pareto-Verbesserung.

(d) Die Allokation E ist pareto-optimal.

(e) Die Allokationen A und D sind pareto-optimal.

(f) Eine Allokation ist pareto-optimal, wenn es keine andere Allokation gibt, die ihr gegenüber eine Pareto-Verbesserung darstellt.

(g) Wenn eine Allokation gegenüber einer anderen Allokation eine Pareto-Verbesserung darstellt, dann ist sie pareto-optimal.

(h) In jeder pareto-optimalen Allokation muss Rick die Auszahlung 0 erhalten.

Lösungsvorschlag:

Aussage	falsch	wahr
(a)	X	
(b)	X	
(c)		X
(d)	X	
(e)		X
(f)		X
(g)	X	
(h)		X

Aufgabe 8 (13 Punkte)
Auf einem Markt gibt es zwei Arten von Konsumenten: Es gibt $n_l \geq 0$ Konsumenten mit niedriger Zahlungsbereitschaft $z_l > 0$ und $n_h \geq 0$ Konsumenten mit hoher Zahlungsbereitschaft $z_h > z_l$. Jeder Konsument kauft, wenn überhaupt, nur eine Einheit. Gehen Sie davon aus, dass ein Konsument kauft, wenn der Preis kleiner oder gleich seiner Zahlungsbereitschaft ist. Auf dem Markt agiert ein Monopolist, der zu konstanten Grenz- und Durchschnittskosten in Höhe von $0 \leq c < z_l$ produziert.

(a) Berechnen Sie den Gewinn des Monopolisten im Falle von Preisdiskriminierung ersten Grades!

(b) Gehen Sie nun davon aus, dass der Monopolist allen Konsumenten denselben Preis anbieten muss! Bestimmen Sie diesen Monopolpreis und die abgesetzte Menge! *Hinweis: Fallunterscheidung, keine umständlichen Berechnungen!*

Lösungsvorschlag:

(a) Wegen $c < z_l < z_h$ lohnt es sich für den Monopolisten, beide Konsumentengruppen zu bedienen – schließlich kann er unter Preisdiskrimierung 1. Grades von beiden die volle Zahlungsbereitschaft abschöpfen. Er erzielt dann einen Stückgewinn in Höhe von $z_l - c$ bzw. $z_h - c$. Demnach ergibt sich ein Gewinn in Höhe von

$$\Pi_{PD} = n_l \cdot (z_l - c) + n_h \cdot (z_h - c) .$$

(b) Liegt der Preis unter den Stückkosten, so kann der Monopolist keinen Gewinn erzielen. Im Fall $c \leq p < z_l$ würden alle Konsumenten kaufen; das ist aber auch im Fall $p = z_l$ so. Also kann $c \leq p < z_l$ ausgeschlossen werden, da $p = z_l$ einen höheren Stückgewinn bei gleicher Absatzmenge einbringt.
Im Fall $z_l < p < z_h$ kaufen nur noch die n_h Konsumenten mit hoher Zahlungsbereitschaft. Das wäre aber auch im Fall $p = z_h$ nicht anders. Daher kann $z_l < p < z_h$ ausgeschlossen werden, da $p = z_h$ einen höheren Stückgewinn bei gleicher Absatzmenge erzielt.
Es verbleiben also die Optionen $p = z_l$ mit dem Gewinn $\Pi_l = (z_l - c) \cdot (n_l + n_h)$ und $p = z_h$ mit dem resultierenden Gewinn $\Pi_h = (z_h - c) \cdot n_h$. Relevant ist somit der Vergleich

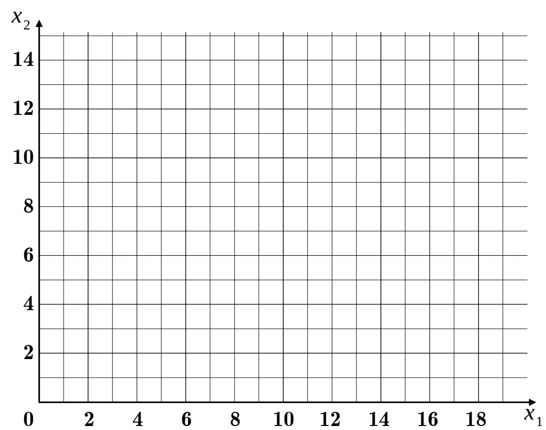
$$\begin{aligned} & (z_l - c) \cdot (n_l + n_h) < (z_h - c) \cdot n_h \\ \Leftrightarrow\quad & z_l n_l + z_l n_h - c n_l - c n_h < z_h n_h - c n_h \\ \Leftrightarrow\quad & (z_l - c)\, n_l < (z_h - z_l)\, n_h . \end{aligned}$$

Der Monopolpreis ergibt sich also als

$$p = \begin{cases} z_l & \text{falls } (z_l - c)\, n_l > (z_h - z_l)\, n_h \\ z_h & \text{sonst.} \end{cases}$$

Aufgabe 9 (8 Punkte)
Zwei Unternehmen agieren auf einem Markt. Unternehmen 1 hat die Reaktionsfunktion $x_1^R(x_2) = 5 - \frac{x_2}{3}$, die Reaktionsfunktion von Unternehmen 2 ist $x_2^R(x_1) = 4 - \frac{x_1}{4}$.

(a) Zeichnen Sie die beiden Reaktionsfunktionen in das beigefügte Diagramm!

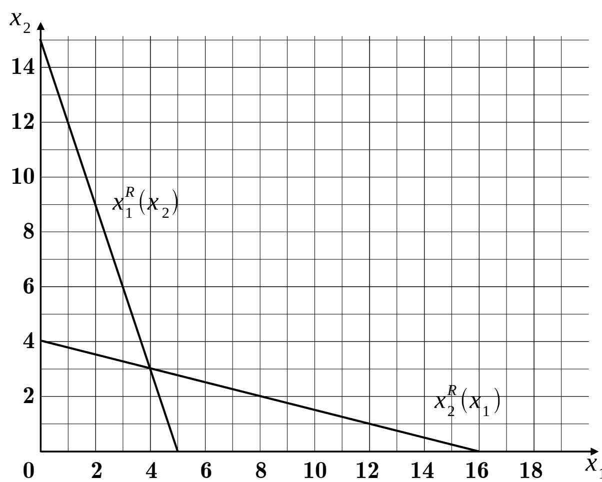


(b) Bestimmen und interpretieren Sie den Schnittpunkt beider Reaktionsgeraden.

(c) Bestimmen und interpretieren Sie kurz die Schnittpunkte der Reaktionsgerade von Unternehmen 1 mit den Achsen des Koordinatensystems.

Lösungsvorschlag:

(a)



(b) Gleichsetzen führt zu

$$x_1 = 5 - \frac{4 - \frac{x_1}{4}}{3} = 5 - \frac{4}{3} + \frac{x_1}{12} = \frac{11}{3} + \frac{x_1}{12}$$

und damit zu $x_1 = 4$ und $x_2 = 3$.
Der Schnittpunkt stellt das Cournot-Nash-Gleichgewicht dar: Beide Unternehmen geben die beste Antwort zur Handlung des Gegenübers; es lohnt sich also für keines der Unternehmen einseitig abzuweichen.

(c) Die x_1-Achse wird geschnitten, wenn $x_2 = 0$ gilt, also im Punkt $(5, 0)$. Bringt Unternehmen 2 nichts auf den Markt, so ist es für Unternehmen 1 optimal, 5 Einheiten anzubieten. Dies entspricht seiner Monopolmenge.
Die x_2-Achse wird geschnitten, wenn $x_1 = 0$ gilt, also im Punkt $(0, 15)$. Es ist demnach nicht mehr lohnenswert für Unternehmen 1 am Markt präsent zu sein, wenn Unternehmen 2 jene 15 Einheiten anbietet. (Man bezeichnet dies als die Limitmenge.)

Aufgabe 10 (6 Punkte)
Betrachten Sie das folgende Bimatrixspiel, in dem die Auszahlungen des Spielers 1 links und die Auszahlungen des Spielers 2 rechts eingetragen sind:

		Spieler 2	
		links	rechts
Spieler 1	oben	$4, 3$	$8, 2$
	unten	$5, 1$	$7, 0$

(a) Besitzt Spieler 2 eine dominante Strategie?

(b) Bestimmen Sie das Nash-Gleichgewicht!

Geben Sie jeweils die relevanten Ungleichungen an!

Lösungsvorschlag:

(a) Auf $3 > 2$ und $1 > 0$ folgt, dass 'links' für Spieler 2 eine dominante Strategie ist.

(b) Da 'links' für Spieler 2 eine dominante Strategie ist, bleiben nur (oben, links) und (unten, links) als Kandidaten für ein Nash-Gleichgewicht übrig. Da $5 > 4$ (und $1 > 0$), ist (unten, links) das eindeutige Nash-Gleichgewicht in diesem Spiel.