Exercise 1 (8 Punkte). *Ein Haushalt mit dem Einkommen $m = 10$ konsumiert zwei Güter, Gut 1 und Gut 2. Der Haushalt zieht ein Güterbündel (x_1, x_2) genau dann dem Güterbündel (y_1, y_2) vor, wenn*

$$\sqrt{x_1} + 2\sqrt{x_2} > \sqrt{y_1} + 2\sqrt{y_2}$$

gilt, wobei x_1 und y_1 die jeweils konsumierte Menge des Gutes 1 und x_2 und y_2 die des Gutes 2 bezeichnen! Ermitteln Sie die Nachfragefunktion für Gut 1, wenn der Preis des Gutes 2 gleich $p_2 = 2$ ist!

Remark 1 (Loesungsvorschlag).

Die Präferenzen des Haushalts werden offenbar durch die Nutzenfunktion

$$u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + 2\sqrt{x_2}$$

dargestellt. Über den Ansatz

$$\frac{MU_1}{MU_2} \overset{!}{=} \frac{p_1}{p_2}$$

erhält man

$$\frac{\frac{1}{2\sqrt{x_1^*}}}{2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x_2^*}}} = \frac{p_1}{2}.$$

Auflösen nach x_2^* ergibt

$$x_2^* = x_1^* p_1^2.$$

Durch Einsetzen in die Budgetgleichung

$$\begin{aligned} m &= p_1 x_1^* + p_2 x_2^* \\ 10 &= p_1 x_1^* + 2 x_1^* p_1^2 \end{aligned}$$

erhält man schließlich

$$x_1^*(p_1) = \frac{10}{p_1 + 2p_1^2}.$$

Exercise 2 (6 Punkte). *Untersuchen Sie die in der Grafik durch ein paar Indifferenzkurven angedeuteten Präferenzen auf Monotonie und Konvexität! Die Zahlen geben dabei jeweils das Nutzenniveau an. Der Punkt mit der* 10 *stellt einen Bliss-Punkt dar, d.h. die Wahl anderer Güterbündel stellt den Haushalt schlechter.*

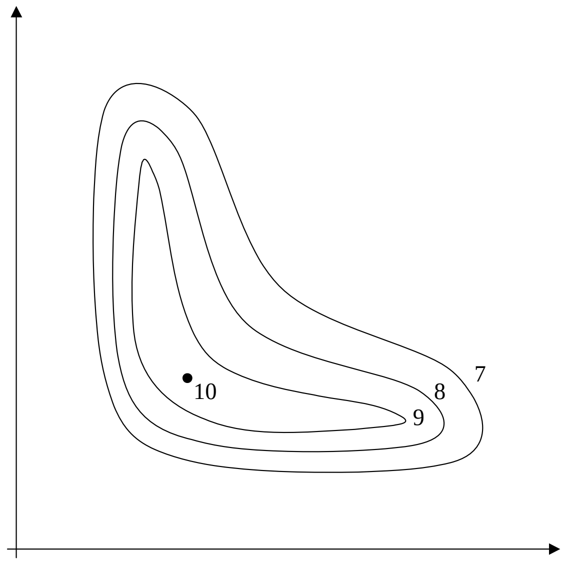

Abbildung 0.1: Ein paar Indifferenzkurven

Remark 2 (Loesungsvorschlag).

Sie sind weder monoton noch konvex, wie man leicht mit je einem Gegenbeispiel zeigen kann:

- *Das Güterbündel B enthält von beiden Gütern mehr als Güterbündel A, liegt aber auf einer niedrigeren Indifferenzkurve. Somit sind die dargestellten Präferenzen nicht monoton.*
- *Das Güterbündel A ist Konvexkombination der Güterbündel C und D, die auf derselben Indifferenzkurve liegen, liegt aber auf einer niedrigeren Indifferenzkurve als C und D. Somit sind die dargestellten Präferenzen nicht konvex.*

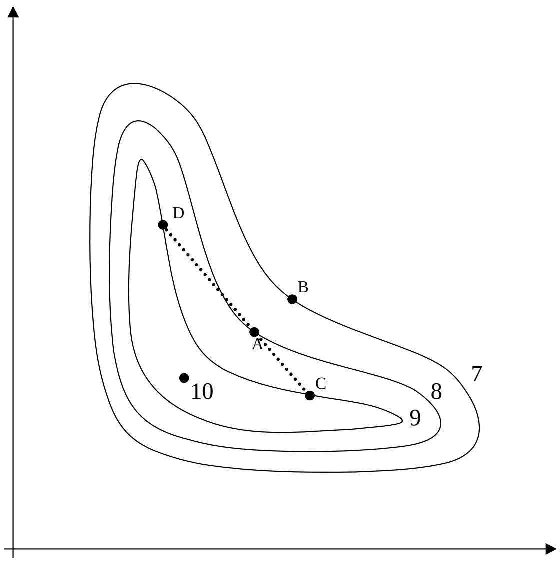

Abbildung 0.2: Zwei Gegenbeispiele

Exercise 3 (10 Punkte). *Ein Unternehmen habe die langfristige Kostenfunktion*

$$c(y) = \begin{cases} y^2 + 2y + 4, & y > 0, \\ 0, & y = 0. \end{cases}$$

Bestimmen Sie die kurzfristige und die langfristige Angebotsfunktion!

Remark 3 (Loesungsvorschlag).

1. *Wenn überhaupt angeboten wird, dann gilt*

$$\begin{aligned} p &= MC \\ p &= 2y + 2 \\ y &= \frac{1}{2}p - 1 \end{aligned}$$

Kurzfristig sind noch die variablen Kosten zu decken. Es muss also gelten

$$\begin{aligned} SAVC &\leq p \\ \frac{y^2 + 2y}{y} = y + 2 &\leq p \\ \left(\frac{1}{2}p - 1\right) + 2 &\leq p \\ 2 &\leq p \end{aligned}$$

Damit lautet die kurzfristige Angebotsfunktion

$$y_{kfr}(p) = \begin{cases} \frac{1}{2}p - 1, & p \geq 2, \\ 0, & p < 2. \end{cases}$$

Langfristig sind die Gesamtkosten zu decken. Es muss als gelten

$$\begin{aligned} LAC &\leq p \\ \frac{y^2 + 2y + 4}{y} = y + 2 + \frac{4}{y} &\leq p \\ \left(\frac{1}{2}p - 1\right) + 2 + \frac{4}{\frac{1}{2}p - 1} &\leq p \\ 6 &\leq p \end{aligned}$$

Damit lautet die langfristige Angebotsfunktion

$$y_{lfr}(p) = \begin{cases} \frac{1}{2}p - 1, & p \geq 6, \\ 0, & p < 6. \end{cases}$$

Exercise 4 (8 Punkte). *Jessica habe eine Cobb-Douglas-Nutzenfunktion* $u(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$, *die bekanntermaßen zu den Nachfragen*

$$x_1^*(p_1, p_2, m) = \frac{m}{2p_1} \qquad \text{und} \qquad x_2^*(p_1, p_2, m) = \frac{m}{2p_2}$$

führt. Zunächst betragen beide Preise 1, $p_1 = p_2 = 1$*. Der Preis von Gut 2 steige nun auf* $p_2^{neu} = 2$*, während sich der Preis von Gut 1 nicht ändert. Das Einkommen beträgt* $m = 8$*.*

1. *Bestimmen Sie die Haushaltsoptima vor und nach der Preisänderung!*
2. *Berechnen Sie die kompensatorische Variation!*

Remark 4 (Loesungsvorschlag).

1. *Wir setzen einfach ein und erhalten*

$$\begin{aligned} x_1^{alt} &= x_2^{alt} = \frac{8}{2 \cdot 1} = 4 \\ x_1^{neu} &= x_1^{alt} = \frac{8}{2 \cdot 1} = 4 \\ x_2^{neu} &= \frac{8}{2 \cdot 2} = 2 \end{aligned}$$

2. *Wir müssen zunächst dasjenige Einkommen* m^{CV} *ermitteln, das den Haushalt nach der Preiserhöhung so gut stellt wie zuvor. Es soll also das alte Nutzenniveau*

$$u_{alt} = x_1^{alt} \cdot x_2^{alt} = 4 \cdot 4 = 16$$

erreicht werden. Dann muss also gelten

$$\begin{aligned} 16 &= u_{alt} = \frac{m^{CV}}{2p_1^{neu}} \cdot \frac{m^{CV}}{2p_2^{neu}} = \frac{\left(m^{CV}\right)^2}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2} \\ \left(m^{CV}\right)^2 &= 16 \cdot 8 = 2 \cdot 8^2 \\ m^{CV} &= \sqrt{2} \cdot 8 \end{aligned}$$

Die kompensatorische Variation erhält frau schließlich so:

$$CV = m^{CV} - m = 8\sqrt{2} - 8 = 8\left(\sqrt{2} - 1\right)$$

Exercise 5 (4 Punkte). *Zeigen Sie, dass ein Höchstpreis beim nicht preisdiskriminierenden Monopol die abgesetzte Menge* **senken** *kann! (Hinweis: Eine Grafik ist hier* **nicht** *unbedingt erforderlich!)*

Remark 5 (Loesungsvorschlag).

Setzt man den Höchstpreis auf 0*, dann wird der Monopolist im Allgemeinen nichts anbieten. Das muss vor der Höchstpreissetzung nicht der Fall gewesen sein.*

Exercise 6 (10 Punkte). *Die Nachfrage auf einem Markt für ein Gut ist durch die Nachfragefunktion mit $Y(p) = 22 - 2p$ gegeben, wobei p den Preis des Gutes und Y die gesamte nachgefragte Menge bezeichnet. Der Monopolist auf diesem Markt hat durch $MC(Y) = Y + 2$ gegebene Grenzkosten. Der Monopolist kann perfekt preisdiskriminieren, d.h. er betreibt Preisdiskriminierung ersten Grades.*

1. *Welche Menge wird der Monopolist anbieten?*
2. *Wie hoch ist dann sein Gewinn, wenn wir unterstellen, dass keine Fixkosten anfallen?*
3. *Ermitteln Sie die Konsumentenrente!*

Remark 6 (Loesungsvorschlag).

1. *Ein perfekt preisdiskriminierender Monopolist maximiert seinen Gewinn dann, wenn der Preis gleich den Grenzkosten ist, da bei perfekter Preisdiskriminierung der Grenzerlös dem Preis entspricht. Wir ermitteln zunächst die inverse Nachfragefunktion,*
$$p(Y) = 11 - \frac{Y}{2},$$
setzen ein,
$$\begin{aligned} p &\overset{!}{=} MC \\ 11 - \frac{Y^M}{2} &= Y^M + 2 \end{aligned}$$
und lösen nach der Monopolmenge Y^M auf
$$Y^M = 6.$$

2. *Hier ist die Fläche zwischen inverser Nachfragekurve und Grenzkostenkurve bis zur Monopolmenge Y^M zu ermitteln, da der Monopolist von jedem Käufer gerade dessen Zahlungsbereitschaft erlöst.*
$$\begin{aligned} \Pi &= \int_0^{Y^M} p(Y) - MC(Y)\, dY \\ &= \int_0^6 11 - \frac{Y}{2} - (Y+2)\, dY = \int_0^6 9 - \frac{3Y}{2} dY \\ &= 27 \end{aligned}$$

Da beide Kurven linear sind, hätten wir den Gewinn als Dreiecksfläche auch nach der Formel

$$Fl\ddot{a}che = \frac{1}{2} \cdot Grundseite \cdot H\ddot{o}he$$

berechnen können mit

$$H\ddot{o}he = Y^M = 6$$

und

$$\begin{aligned} Grundseite &= p(0) - MC(0) \\ &= 11 - \frac{0}{2} - (0 + 2) = 9 \end{aligned}$$

also

$$\Pi = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 6 = 27.$$

3. *Hier war nichts zu rechnen! Ein perfekt preisdiskriminierender Monopolist schöpft die Konsumentenrente vollständig ab, da für jeden Konsumenten der Preis gleich der Zahlungsbereitschaft ist. Die Konsumentenrente beträgt also* 0.

Exercise 7 (14 Punkte). *Zwei Unternehmen, A und B, bieten auf einem Markt dasselbe Produkt an und stehen im simultanen Mengenwettbewerb. Die Nachfrage nach diesem Produkt ist durch die inverse Nachfragefunktion mit*

$$p(Y) = 10 - Y$$

gegeben, wobei p den Preis des Gutes und Y die gesamte nachgefragte Menge bezeichnet. Unternehmen A hat konstante Durchschnittskosten in Höhe von 4. Die Kostenfunktion des Unternehmens B ist durch $C_B(y_A, y_B) = y_A \cdot y_B$ gegeben, wobei y_A die von Unternehmen A und y_B die von Unternehmen B produzierte Menge bezeichnet.

1. *In dieser Situation treten zwei Arten von externen Effekten auf. Erläutern Sie diese!*

2. *Ermitteln Sie das Cournot-Gleichgewicht auf diesem Markt!*

Remark 7 (Loesungsvorschlag).

1. *Zunächst geht von jedem Unternehmen ein negativer externer Effekt auf das jeweils andere dadurch aus, dass eine Mengenerhöhung durch ein Unternehmen den Gewinn des anderen aufgrund des dann sinkenden Preises reduziert. Darüber hinaus geht vom Unternehmen A ein negativer externer Effekt dadurch aus, dass eine Mengenerhöhung von A die Kosten von Unternehmen B erhöht.*

2. *Wir stellen die Gewinnfunktionen der Unternehmen auf und ermitteln die Reaktionsfunktionen:*

$$\begin{aligned}
\Pi_A(y_A, y_B) &= (10 - (y_A + y_B))\, y_A - 4y_A \\
\frac{d\Pi_A}{dy_A} &= \frac{d\left((10 - (y_A + y_B))\, y_A - 4y_A\right)}{dy_A} = -2y_A + 6 - y_B \stackrel{!}{=} 0 \\
y_A^R(y_B) &= 3 - \frac{y_B}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Pi_B(y_A, y_B) &= (10 - y_A + y_B)\, y_B - y_A \cdot y_B \\
\frac{d\Pi_B}{dy_B} &= \frac{d\left((10 - (y_A + y_B))\, y_B - (y_A \cdot y_B)\right)}{dy_B} = -2y_B + 10 - 2y_A \stackrel{!}{=} 0 \\
y_B^R(y_A) &= 5 - y_A
\end{aligned}$$

Dann setzen wir die Reaktionsfunktion von Unternehmen B in die von Unternehmen A ein und lösen nach der Cournot-Menge y_A^C auf:

$$\begin{aligned} y_A^C &= y_A^R\left(y_B^R\left(y_A^C\right)\right) \\ y_A^C &= 3 - \frac{5 - y_A^C}{2} \\ y_A^C &= 1 \end{aligned}$$

Einsetzen von y_A^C in die Reaktionsfunktion von Unternehmen B ergibt schließlich dessen Cournot-Menge:

$$y_B^C = y_B^R\left(y_A^C\right) = 5 - y_A^C = 5 - 1 = 4$$