Universität Leipzig

Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät

BACHELOR – PRÜFUNG

DATUM: **27. Juli 2015**

FACH: **Mikroökonomik**
KLAUSURDAUER: 90 Min

PRÜFER: **Prof. Dr. Harald Wiese**

PRÜFUNGS-NR.:

STUDIENGANG:

NAME, VORNAME:

UNTERSCHRIFT DES STUDENTEN:

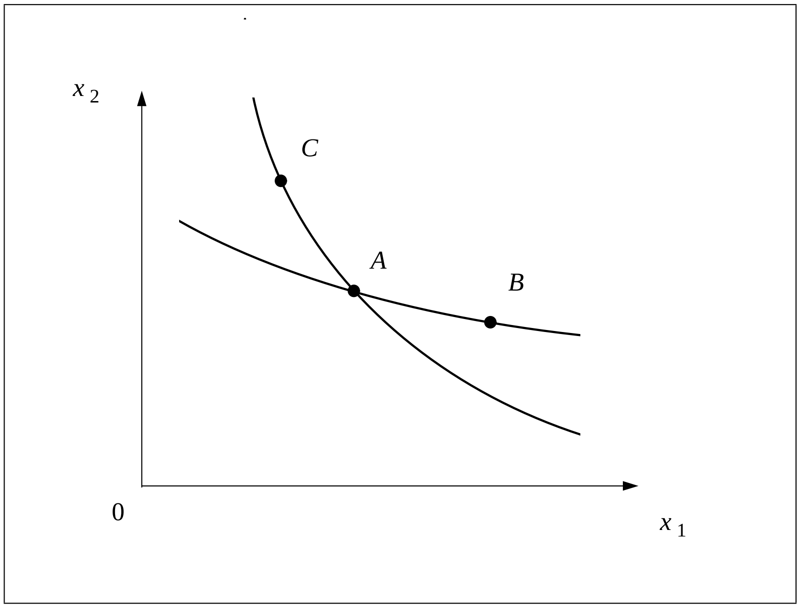
ERLÄUTERUNGEN:

Maximal erreichbare Punkte: 80
Lesen Sie die Aufgabenstellung vor dem Bearbeiten gründlich!
Schreiben Sie, bitte, leserlich!
Begründen Sie Ihre Antworten!
Machen Sie jeweils Ihren Rechenweg deutlich!
Sollte der Platz unter den Fragen nicht ausreichen,
verwenden Sie bitte jeweils die Rückseite!
Hilfsmittel: keine

	1	2	3	4	$\sum$	
PUNKTE:						**NOTE:**

Unterschrift des Prüfers/der Prüfer:

Aufgabe 1 (5 Punkte)
Begründen Sie, warum sich zwei Indifferenzkurven, die unterschiedliche Nutzenniveaus repräsentieren, nicht schneiden können. Verwenden Sie dazu die Bezeichnungen aus der Abbildung.



Lösungsvorschlag

Wenn sich zwei verschiedene Indifferenzkurven schneiden würden, gäbe es einen Punkt A der auf beiden Indifferenzkurven liegt, sowie Punkte B und C, die auf jeweils nur einer der beiden Indifferenzkurven liegen. Da A und B auf der gleichen Indifferenzkurve liegen, gilt $A \sim B$. Da A und C auf der gleichen Indifferenzkurve liegen, gilt $A \sim C$. Da Präferenzrelationen die Eigenschaft der Transitivität erfüllen, gilt entgegen unserer Annahme $B \sim C$, d.h. B und C liegen auf derselben Indifferenzkurve. Die Annahme, zwei Indifferenzkurven könnten sich schneiden, konstituiert also einen Widerspruch.

Aufgabe 2 (8 Punkte)
Richards Nutzenfunktion ist gegeben durch

$$U(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^2 .$$

Dabei steht x_1 für die von ihm konsumierte Menge von Gut 1 und x_2 für die von ihm konsumierte Menge von Gut 2. Die Preise betragen $p_1 = 3$ und $p_2 = 2$. Richard besitzt 12 Geldeinheiten.

a) Bestimmen Sie die Grenzrate der Substitution! Wie ändert sich diese mit steigendem x_1?

b) Bestimmen Sie das Haushaltsoptimum!

Lösungsvorschlag

a) Die Grenzrate der Substitution ist gegeben durch

$$MRS = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{2(x_1 + x_2)}{2(x_1 + x_2)} = 1.$$

Die MRS ist konstant und verändert sich nicht mit steigendem x_1.

b) Teil a) lässt darauf schließen, dass es sich um perfekte Substitute handelt. Wir vergleichen die Nutzenwerte der Randpunkte der Budgetgerade und erhalten

$$\begin{aligned} U\left(\frac{m}{p_1}, 0\right) &= U(4, 0) = 16, \\ U\left(0, \frac{m}{p_2}\right) &= U(0, 6) = 36. \end{aligned}$$

Da $16 < 36$ gilt, ist das Haushaltsoptimum durch $(x_1 = 0, x_2 = 6)$ gegeben.

Aufgabe 3 (12 Punkte)
Ein Haushalt verfüge über ein Einkommen in Höhe von m. Seine Nutzenfunktion sei durch

$$u(x_1, x_2) = \min\{x_1, 2x_2\}$$

gegeben. Der Preis für das erste Gut wird mit p_1 und der Preis für das zweite Gut mit p_2 bezeichnet.

a) Bestimmen Sie für Gut 1 die Nachfragefunktion und die Preiselastizität der Nachfrage! Wie ist demnach das Gut zu klassifizieren?

b) Bestimmen Sie für Gut 1 die Engelkurve und die Einkommenselastizität der Nachfrage! Wie ist demnach das Gut zu klassifizieren?

c) Bestimmen Sie die Einkommens-Konsum-Kurve!

Lösungsvorschlag
Die Bedingung an ein Haushaltsoptimum ist gegeben durch

$$x_1 = 2x_2.$$

Einsetzen in die Budgetgerade führt zu

$$m = p_1 x_1 + p_2 \frac{1}{2} x_1.$$

Demnach konsumiert der Haushalt im Optimum von Gut 1 die Menge

$$x_1(m, p_1, p_2) = \frac{2m}{2p_1 + p_2}.$$

a) Nachfragefunktion:
$$x_1(p_1) = \frac{2m}{2p_1 + p_2}.$$

Preiselatizität der Nachfrage:

$$\varepsilon_{x_1,p_1} = \frac{\partial x_1}{\partial p_1} \cdot \frac{p_1}{x_1} = -2 \cdot \frac{2m}{(2p_1 + p_2)^2} \cdot \frac{p_1(2p_1 + p_2)}{2m} = \frac{-2p_1}{2p_1 + p_2} < 0,$$

demnach handelt es sich um ein gewöhnliches Gut.

b) Engelkurve:
$$x_1(m) = \frac{2m}{2p_1 + p_2}.$$

Einkommenselastizität der Nachfrage:

$$\varepsilon_{x_1,m} = \frac{\partial x_1}{\partial m} \cdot \frac{m}{x_1} = \frac{2}{2p_1 + p_2} \cdot \frac{m(2p_1 + p_2)}{2m} = 1 > 0,$$

demnach handelt es sich um ein normales Gut.

c) Einkommens-Konsumkurve:

$$x_1(x_2) = 2x_2.$$

Aufgabe 4 (8 Punkte)
Ermitteln Sie, ob die folgenden von-Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktionen auf risikoaverses, -neutrales oder -freudiges Verhalten hinweisen! Begründen Sie ihre Entscheidung!

a) $u(x) = x^3 + x^2 + 200,\ x > 0$

b) $u(x) = \ln x,\ x > 0$

Lösungsvorschlag

a) Es gilt $u'(x) = 3x^2 + 2x$ und $u''(x) = 6x + 2 > 0$. Demnach liegt risikofreudiges Verhalten vor.

b) Es gilt $u'(x) = \frac{1}{x}$ und $u''(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$. Demnach liegt risikoaverses Verhalten vor.

Aufgabe 5 (6 Punkte)
Auf einem Faktormarkt gebe es zwei Nachfrager A und B. Ihre Nachfragefunktionen sind gegeben durch $x^A(w) = 35 - 5w$ beziehungsweise $x^B(w) = 40 - 4w$.

Bestimmen Sie die aggregierte Faktornachfragefunktion!

Lösungsvorschlag

Die Prohibitivpreise betragen jeweils $w^A_{\text{prohib}} = 7$ und $w^B_{\text{prohib}} = 10$. Die aggregierte Nachfrage ergibt sich demnach wie folgt:

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 10 \\ 40 - 4w, & 10 \geq w > 7 \\ 75 - 9w, & 7 \geq w \geq 0. \end{cases}$$

Aufgabe 6 (10 Punkte)
Die Unternehmen einer Branche befinden sich im vollständigen Wettbewerb. Die Unternehmen dieser Branche haben die folgende langfristige Kostenfunktion,

$$C(y) = \begin{cases} 9 + y^2, & y > 0 \\ 0, & y = 0 \end{cases}$$

wobei y die produzierte Menge bezeichnet. Die Marktnachfrage für die Branche ist durch $Y(p) = 24 - 2p$ gegeben, wobei Y die gesamte nachgefragte Menge und p den Preis bezeichnet. Es herrscht freier Marktzutritt und freier Marktaustritt.

a) Ermitteln Sie die Grenz- und Durchschnittskosten eines einzelnen Unternehmens!

b) Wie viele Unternehmen werden im langfristigen Wettbewerbsgleichgewicht auf diesem Markt agieren?

Lösungsvorschlag

a) Die Grenzkosten sind mit

$$\frac{\partial C(y)}{\partial y} = 2y$$

erklärt, die Durchschnittkosten betragen

$$\frac{C(y)}{y} = \frac{9}{y} + y.$$

b) Wir verwenden die Bedingung

$$\frac{\partial C(y)}{\partial y} = 2y \overset{!}{=} \frac{9}{y} + y = \frac{C(y)}{y},$$

um $y = 3$ abzuleiten. Es sei n die Anzahl der Unternehmen auf dem Markt, dann gilt

$$ny = Y(p) = 24 - 2p.$$

Außerdem muss im Marktgleichgewicht

$$\frac{\partial C(y)}{\partial y} = 2y = 6 \overset{!}{=} p$$

erfüllt sein. Durch Substitution können wir schließlich

$$n = \frac{24 - 2p}{y} = 4$$

gewinnen.

Aufgabe 7 (10 Punkte)
In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion

$$u^A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A$$

und Akteur B die Nutzenfunktion

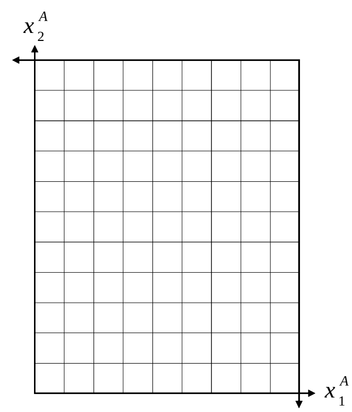
$$u^B(x_1^B, x_2^B) = x_2^B.$$

Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (5, 5)$ beziehungsweise $\omega^B = (4, 6)$.

a) Zeichnen Sie die Tausch-Edgeworth-Box zu dieser Situation möglichst exakt in das beigefügte Raster ein! Beschriften Sie die eingezeichneten Objekte hinlänglich! Ihre Zeichnung sollte zumindest die folgenden Objekte abbilden:

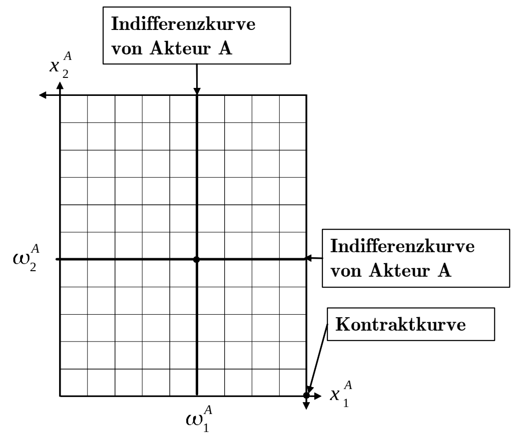
- die Anfangsausstattungen ω^A beziehungsweise ω^B der beiden Akteure;
- die Indifferenzkurve für jeden Akteur, die durch die Anfangsausstattung verläuft;die Bessermenge des Akteurs A bezüglich der Anfangsausstattung (das ist die Menge aller Punkte $\left(x_1^A, x_2^A\right)$, für die $u^A\left(x_1^A, x_2^A\right) \geq u^A\left(\omega_1^A, \omega_2^A\right)$ gilt)
- die Tauschlinse

b) Bestimmen Sie die Kontraktkurve und zeichnen Sie sie zusätzlich in die Tausch-Edgeworth-Box ein. Begründen Sie Ihre Herleitung ausführlich!



Lösungsvorschlag:

(a) Vgl. die folgende Abbildung:



Die Anfangsausstattung liegt im Schnittpunkt der eingezeichneten Indifferenzkurven. Die Bessermenge von Agent A liegt rechts der Indifferenzkurve von Agent A. Die Tauschlinse ergibt sich als Schnittmenge der beiden Bessermengen im rechten, unteren Rechteck der Box.

(b) Die Kontraktkurve ist der Punkt $(x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B) = (9, 0, 0, 11)$, wie in der obigen Abbildung eingezeichnet. Eine Allokation liegt genau dann auf der Kontraktkurve, wenn sie pareto-optimal ist.

- Falls $x_1^B > 0$ bzw. $x_2^A > 0$ ist kann dies nicht Pareto-optimal sein: Wenn Agent A seine Einheiten von Gut 2 an Agent B gibt, verbessert sich Agent B, ohne dass Agent A schlechter gestellt wird (Gut 2 ist ein neutrales Gut für Agent A). Analog, wenn Agent B seine Einheiten von Gut 1 an Agent A gibt, verbessert sich Agent A, ohne dass Agent B schlechter gestellt wird (Gut 1 ist ein neutrales Gut für Agent B).
- Falls nun $x_1^B = 0 = x_2^A$ gilt, ergeben sich die maximalen Nutzenniveaus von 9 bzw. 11, d.h. die Allokation ist Pareto-optimal.

Aufgabe 8 (6 Punkte)

In der folgenden Matrix gibt der erste Eintrag einer jeden Zelle die jeweilige Auszahlung des Zeilenwählers und der zweite Eintrag die jeweilige Auszahlung des Spaltenwählers bei der entsprechenden Strategiekombination an.

		Spieler 2	
		l	r
Spieler 1	o	$(10, 4)$	$(11, 3)$
	u	$(5, 2)$	$(15, 0)$

a) Ist die Strategiekombination (o, l) ein Nash-Gleichgewicht? Begründen Sie, indem Sie die relevante(n) Ungleichung(en) angeben!

b) Ist für den Zeilenwähler Strategie o eine dominante Strategie? Begründen Sie, indem Sie die relevante(n) Ungleichung(en) angeben!

Lösungsvorschlag:

a) Ja, denn $10 > 5$ und $4 > 3$.

b) Nein, denn $15 > 11$.

Aufgabe 9 (11 Punkte)
Auf einem Markt agieren zwei Unternehmen. Die Kostenfunktion von Unternehmen 1 sei

$$C_1(q_1) = 2 \cdot q_1.$$

Das zweite Unternehmen besitzt die Kostenfunktion

$$C_2(q_2) = q_2^2.$$

Die inverse Marktnachfragefunktion ist mit

$$p(Q) = 12 - Q$$

wobei Q gleich der Summe der ausgebrachten Mengen ist, d.h. $Q = q_1 + q_2$.

Bestimmen Sie die Reaktionsfunktionen der beiden Unternehmen und das Nash-Gleichgewicht im simultanen Mengenwettbewerb!

Lösungsvorschlag

Der Gewinn von Unternehmen 1 ergibt sich als

$$\pi_1(q_1, q_2) = [12 - (q_1 + q_2)]q_1 - 2q_1$$

und ableiten ergibt

$$\frac{\partial \pi_1(q_1, q_2)}{\partial q_1} = 12 - 2q_1 - q_2 - 2$$

Setzt man das gleich Null, so erhält man nach Umformung

$$q_1^R(q_2) = 5 - \frac{1}{2}q_2.$$

Für Spieler 2 ergibt sich:

$$\pi_2(q_1, q_2) = [12 - (q_1 + q_2)]q_2 - q_2^2$$

$$\frac{\partial \pi_2(q_1, q_2)}{\partial q_2} = 12 - 2q_2 - q_1 - 2q_2$$

Setzt man das gleich Null, so erhält man nach Umformung

$$q_2^R(q_1) = 3 - \frac{1}{4}q_1.$$

Das Nash-Gleichgewicht erhält man durch Ineinandereinsetzen der Reaktionsfunktionen:

$$\begin{aligned}
q_2^R\left(q_1^R(q_2)\right) &= 3 - \frac{1}{4}\left(5 - \frac{1}{2}q_2\right) \\
&= \frac{7}{4} + \frac{1}{8}q_2 \\
q_2 &= 2 \\
q_1 &= 4
\end{aligned}$$

Aufgabe 10 (4 Punkte)
Warum kann der Gewinn des Stackelberg-Führers in einem Dyopol nicht geringer sein als der Gewinn desselben Unternehmens im Cournot-Dyopol?

Lösungsvorschlag:
Im Cournot-Dyopol wählen beide Unternehmen simultan Ihre Mengen. Das Gleichgewicht liegt im Schnittpunkt der Reaktionsfunktionen. Im sequentiellen Mengenwettbewerb hingegen antizipiert der Stackelber-Führer die Reaktion des Stackelberg-Folgers, d.h. er wählt denjenigen Punkt auf der Reaktionsfunktion des Folgers, der seinen Gewinn maximiert. Insbesondere ist es dabei auch möglich, dass der Stackelberg-Führer seine Cournot-Menge x_1^C anbietet und damit den Schnittpunkt der beiden Reaktionsfunktionen wählt. Der Gewinn des Führers kann sich daher im Vergleich zum Cournot-Dyopol nicht verkleinern.