

1. (3 Punkte) In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion $U_A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A + x_2^A$ und Akteur B die Nutzenfunktion $U_B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B x_2^B$. Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (9, 1)$ beziehungsweise $\omega^B = (1, 9)$.
- a) Die Allokation $(x^A = (2, 2), x^B = (8, 8))$ liegt in der Tauschlinse.
 - b) Die Allokation $(x^A = (4, 4), x^B = (6, 6))$ liegt in der Tauschlinse.
 - c) Die Allokation $(x^A = (6, 6), x^B = (4, 4))$ liegt in der Tauschlinse.
 - d) Die Allokation $(x^A = (8, 8), x^B = (2, 2))$ liegt in der Tauschlinse.
 - e) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Antwort: c)

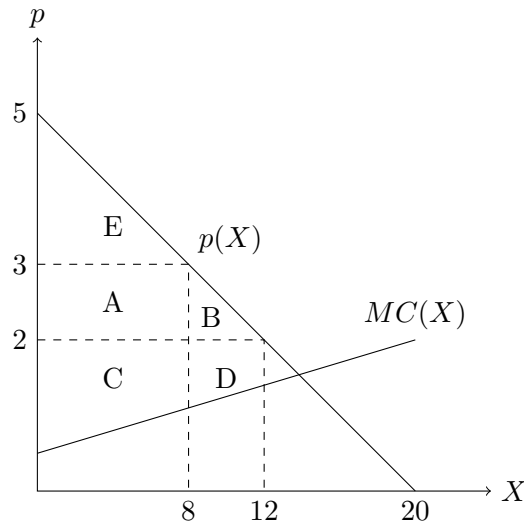
Bei der Anfangsausstattung betragen die Nutzen $U_A(9, 1) = 10$ und $U_B(1, 9) = 9$. Eine Allokation liegt in der Tauschlinse, falls sowohl A als auch B ein schwach höheres Nutzenniveau erhalten. Bei **a)** gilt $U_A(2, 2) = 4 < 10$, bei **b)** $U_A(4, 4) = 8 < 10$. Daher sind **a)** und **b)** falsch. Bei **c)** gilt $U_A(6, 6) = 12 > 10$ und $U_B(4, 4) = 16 > 9$. Also ist **c)** korrekt. Bei **d)** gilt $U_B(2, 2) = 4 < 9$. Daher ist **d)** falsch. Da **c)** korrekt ist, ist **e)** falsch.

2. (3 Punkte) In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion $U_A(x_1^A, x_2^A) = \min(x_1^A, x_2^A)$ und Akteur B die Nutzenfunktion $U_B(x_1^B, x_2^B) = 2x_1^B x_2^B$. Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (4, 1)$ beziehungsweise $\omega^B = (1, 4)$.
- a) Die Allokation $(x^A = (5, 0), x^B = (0, 5))$ ist eine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung.
 - b) Die Allokation $(x^A = (0, 0), x^B = (5, 5))$ ist eine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung.
 - c) Die Allokation $(x^A = (4, 2), x^B = (1, 3))$ ist eine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung.
 - d) Die Allokation $(x^A = (3, 3), x^B = (2, 2))$ ist eine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung.
 - e) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Antwort: d)

Die Nutzen bei Konsum der Anfangsausstattung betragen $U_A(4, 1) = 1$ bzw. $U_B(1, 4) = 8$. Bei Konsum von $x^A = (5, 0)$ beträgt A 's Nutzen $U_A(5, 0) = 0 < 1 = U_A(4, 1)$. Die Allokation $(x^A = (5, 0), x^B = (0, 5))$ ist also keine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung. Demnach ist **a)** falsch. Bei Konsum von $x^A = (0, 0)$ beträgt A 's Nutzen $U_A(0, 0) = 0 < 1$. Also ist **b)** falsch. Bei Konsum von $x^B = (1, 3)$ beträgt B 's Nutzen $U_B(1, 3) = 6 < 8 = U_B(1, 4)$. Also ist **c)** falsch. Bei Konsum von $x^A = (3, 3), x^B = (2, 2)$ betragen die Nutzen $U_A(3, 3) = 3 > 1 = U_A(4, 1)$ bzw. $U_B(2, 2) = 8 = U_B(1, 4)$. Da sich A verbessert und B nicht verschlechtert, ist die Allokation $(x^A = (3, 3), x^B = (2, 2))$ eine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung. Demnach ist **d)** korrekt.

3. (2 Punkte) Die Nachfrage auf einem Markt ist durch die inverse Nachfragefunktion $p(X) = 5 - \frac{1}{4} \cdot X$ gegeben. Der Preis sinkt von 3 auf 2. Betrachten Sie folgende Grafik, in der A, B, C, D, E jeweils eine Fläche angeben.



Die Änderung der Konsumentenrente aufgrund der Preisänderung beträgt

- a) $-A$
- c) $C + D$
- e) $A + B$
- b) $D - A$
- d) $B + D$
- f) $A + B + E$

richtige Antwort: e)

Die Fläche A kommt aufgrund der Preisreduktion hinzu. Ebenso kommt die Fläche B aufgrund der durch die Preisreduktion induzierten Mengensteigerung hinzu. Daher ist **e)** richtig.

4. (3 Punkte) Betrachten Sie folgendes simultane Spiel.

		Spieler 2	
		l	r
Spieler 1	o	(4,8)	(8,2)
	u	(5,1)	(7,0)

- a) o ist eine dominante Strategie, weil $8 > 1$ und $8 > 7$.
- b) o ist eine dominante Strategie, weil $4 < 5$ und $8 > 7$.
- c) u ist eine dominante Strategie, weil $5 > 7$ und $1 > 0$.
- d) r ist eine dominante Strategie, weil $8 > 4$ und $2 > 0$.
- e) l ist eine dominante Strategie, weil $8 > 2$ und $1 > 0$.

richtige Antwort: e)

l ist eine dominante Strategie, weil $8 > 2$ (Spieler 1 spielt o) und $1 > 0$ (Spieler 1 spielt u). Damit ist r keine dominante Strategie. Die Strategien o und u sind keine dominanten Strategien, weil $4 < 5$ (Spieler 2 spielt l) und $8 > 7$ (Spieler 2 spielt r) gilt.

5. (2 Punkte) Auf einem Markt agieren die Unternehmen 1 und 2. Unternehmen 1 wählt die Menge $x_1 \in \{a, b, c\}$. Unternehmen 2 wählt die Menge $x_2 \in \{d, e, f\}$. Die hieraus resultierenden Gewinne $(\Pi_1(x_1, x_2), \Pi_2(x_1, x_2))$ sind in unten stehender Matrix dargestellt.

		Unternehmen 2		
		<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
Unternehmen 1	<i>a</i>	(6, 13)	(3, 14)	(15, 16)
	<i>b</i>	(9, 8)	(11, 4)	(1, 5)
	<i>c</i>	(7, 12)	(17, 10)	(18, 2)

Die Stackelberg-Mengen $x^S = (x_1^S, x_2^S)$, wenn **Unternehmen 2 Führer** ist, lauten

- | | | |
|--|--|--|
| <input type="radio"/> a) (<i>a, d</i>) | <input type="radio"/> d) (<i>b, d</i>) | <input type="radio"/> g) (<i>c, d</i>) |
| <input type="radio"/> b) (<i>a, e</i>) | <input type="radio"/> e) (<i>b, e</i>) | <input type="radio"/> h) (<i>c, e</i>) |
| <input type="radio"/> c) (<i>a, f</i>) | <input type="radio"/> f) (<i>b, f</i>) | <input type="radio"/> i) (<i>c, f</i>) |

richtige Lösung: h)

Unternehmen 2 antizipiert die Reaktionsfunktion von Unternehmen 1. Unternehmen 1 wählt *b*, falls Unternehmen 2 *d* wählt, weil $9 > 6, 7$. Unternehmen 1 wählt *c*, falls Unternehmen 2 *e* wählt, weil $17 > 3, 11$. Unternehmen 1 wählt *c*, falls Unternehmen 2 *f* wählt, weil $18 > 1, 15$. Somit kann Unternehmen 2 nur noch die Auszahlungen 8, 10, 2 erzielen, falls es *d, e, f* wählt. Da $10 > 8, 2$ wählt Unternehmen 2 *e*. Unternehmen 1 wählt folglich *c*. Somit lauten die Stackelberg-Mengen (*c, e*).

Alternative Lösung:

Unternehmen 2 antizipiert die Reaktionsfunktion von Unternehmen 1. Diese lautet

$$x_1^R(x_2) = \begin{cases} b & , \text{ falls } x_2 = d \\ c & , \text{ falls } x_2 = e \\ c & , \text{ falls } x_2 = f \end{cases}$$

weil $9 > 6, 7$ ($x_2 = d$); $17 > 3, 11$ ($x_2 = e$); $18 > 15, 1$ ($x_2 = f$). Die reduzierte Gewinnfunktion von Unternehmen 2 lautet damit

$$\Pi_2^R(x_2) = \Pi_2(x_1^R(x_2), x_2) = \begin{cases} 8 & , \text{ falls } x_2 = d \\ 10 & , \text{ falls } x_2 = e \\ 2 & , \text{ falls } x_2 = f \end{cases}$$

Gewinnmaximal für Unternehmen 2 ist demnach die Menge $x_2^S = e$. Unternehmen 1 wählt $x_1^S = x_1^R(x_2^S) = x_1^R(e) = c$.

6. (4 Punkte) Auf einem Markt agieren zwei Unternehmen, 1 und 2, im simultanen Mengenwettbewerb. Die Gewinnfunktion von Unternehmen 1 lautet $\Pi_1(x_1, x_2) = (12 - x_1 - x_2)x_1$. Die Reaktionsfunktion von Unternehmen 2 ist durch $x_2^R(x_1) = 6 - \frac{1}{2}x_1$ gegeben. Im Cournot-Gleichgewicht beträgt die insgesamt angebotene Menge $x_1^C + x_2^C =$

- | | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="radio"/> a) 1 | <input type="radio"/> b) 2 | <input type="radio"/> c) 3 | <input type="radio"/> d) 4 | <input type="radio"/> e) 5 | <input type="radio"/> f) 6 | <input type="radio"/> g) 7 | <input type="radio"/> h) 8 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

g) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Antwort: h)

Unternehmen 1 maximiert die Gewinnfunktion

$$\Pi_1(x_1, x_2) = (12 - x_1 - x_2)x_1.$$

Die Bedingung erster Ordnung $\frac{\partial \Pi_1}{\partial x_1} = 12 - 2x_1 - x_2 \stackrel{!}{=} 0$ führt zu $x_2 = 12 - 2x_1$. Gleichsetzen mit $x_2^R(x_1)$ liefert

$$12 - 2x_1 = 6 - \frac{1}{2}x_1$$

$$6 = \frac{3}{2}x_1$$

$$\Rightarrow x_1^C = 4.$$

Wir erhalten $x_2^C = x_2^R(x_1^C) = 4$ und somit $x_1^C + x_2^C = 8$. Somit ist **h)** richtig.

7. **(3 Punkte)** In einem kleinen Örtchen in der Sächsischen Schweiz leben 40 Menschen mit identischen Präferenzen. Es gibt dort nur ein privates und ein öffentliches Gut. Die Präferenzen einer typischen Person i werden durch die Nutzenfunktion $u_i(x_i, y) = x_i + \ln y$ beschrieben, wobei x_i die von i konsumierte Menge des privaten Gutes und y die Menge des öffentlichen Gutes bezeichnet. Der Preis des privaten Gutes beträgt $p_x = 1$ und der Preis des öffentlichen Gutes $p_y = 5$. Die Pareto-optimale Menge des öffentlichen Gutes beträgt

a) $\frac{1}{5}$

b) 5

c) 8

d) 40

e) 200

richtige Antwort: c)

Die marginale Zahlungsbereitschaft von Einwohner i für das öffentliche Gut lautet $MRS^i = \frac{MU_y^i}{MU_{x_i}^i} = \frac{1}{y}$. Die aggregierte Zahlungsbereitschaft beträgt demnach $AMRS = \frac{40}{y}$. Wir erhalten

$$AMRS = \frac{40}{y} \stackrel{!}{=} 5 = \frac{p_y}{p_x}$$

$$\Rightarrow y = 8.$$

8. **(2 Punkte)** Horst und Luise betreiben benachbarte Gartencafés, deren Gäste durch Blumen angelockt werden. Horst baut ausschließlich Sonnenblumen an. Luise baut ausschließlich Gänseblümchen an. Horsts Gewinnfunktion lautet

$$\Pi^H(x) = 6x - x^2,$$

Luises Gewinnfunktion lautet

$$\Pi^L(x, y) = 8y + \frac{x^2}{2} - y^2,$$

wobei x für die Anzahl der Sonnenblumen in Horsts Garten und y für die Anzahl der Gänseblümchen in Luises Garten steht. Die externen Effekte sind

a) einseitig und positiv.

c) einseitig und negativ.

b) wechselseitig und positiv.

d) wechselseitig und negativ.

richtige Antwort: a)

Es gilt $\frac{\partial \Pi^H(x)}{\partial y} = 0$ und $\frac{\partial \Pi^L(x, y)}{\partial x} = x \geq 0$. Die externen Effekte sind also einseitig und positiv.

9. **(3 Punkte)** Betrachten Sie die Nutzenfunktionen $U_1(x_1, x_2) = x_1 x_2$ und $U_2(x_1, x_2) = -\frac{1}{x_1 x_2 + 1}$.

a) Die beiden Nutzenfunktionen sind nicht äquivalent, weil die Multiplikation mit minus 1 keine monotone Transformation ist.

b) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil die streng monotone Transformation $\tau(U_1) = -\frac{1}{1+U_1}$ existiert, die U_1 in U_2 überführt.

- c) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil $U_1(0,0) = U_2(0,0)$
- d) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent. Dies lässt sich anhand der Güterbündel $(3,1)$ und $(3,3)$ begründen.
- e) Die beiden Nutzenfunktionen sind nicht äquivalent. Dies lässt sich anhand der Güterbündel $(1,1)$ und $(2,1)$ begründen.

richtige Antwort: b)

Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil die Transformation

$$\tau(U_1(x_1, x_2)) = -\frac{1}{1 + U_1(x_1, x_2)} = -\frac{1}{x_1 x_2 + 1} = U_2(x_1, x_2)$$

U_1 in U_2 überführt und diese Transformation aufgrund von $\frac{\partial \tau(U_1)}{\partial U_1} = \frac{1}{(1+U_1)^2} > 0$ streng monoton ist. Daher ist **b)** richtig und die Antwortmöglichkeiten **a)** und **e)** sind falsch. Antwortmöglichkeiten **c)** und **d)** sind falsch, da die Begründungen nicht zielführend sind. Zur Bestätigung der Äquivalenz zweier Nutzenfunktionen müssen alle und nicht nur ein bzw. zwei Güterbündel berücksichtigt werden.

10. **(2 Punkte)** Ein Ein-Personen-Haushalt, der zwei Güter 1 und 2 konsumiert, verfügt über ein (Brutto-) Einkommen von 11. Die (Netto-) Preise betragen $p_1 = 3$, $p_2 = 2$. Der Staat erhebt eine Kopfsteuer in Höhe von 4, einen Mehrwertsteuersatz in Höhe von 0.1 für Gut 1 sowie eine Stücksteuer in Höhe von 0.5 auf Gut 2. Die Budgetrestriktion lautet

- | | |
|---|--|
| <input type="radio"/> a) $3.1x_1 + 2.5x_2 \leq 7$ | <input type="radio"/> e) $3.1x_1 + 2.5x_2 \leq 15$ |
| <input type="radio"/> b) $3.3x_1 + 2.5x_2 \leq 7$ | <input type="radio"/> f) $3.3x_1 + 2.5x_2 \leq 15$ |
| <input type="radio"/> c) $3.1x_1 + 3x_2 \leq 7$ | <input type="radio"/> g) $3.1x_1 + 3x_2 \leq 15$ |
| <input type="radio"/> d) $3.3x_1 + 3x_2 \leq 7$ | <input type="radio"/> h) $3.3x_1 + 3x_2 \leq 15$ |

richtige Antwort: b)

Ohne Steuern lautet die Budgetrestriktion $3x_1 + 2x_2 \leq 11$. Die Kopfsteuer reduziert das verfügbare Einkommen 11 um 4. Der Mehrwertsteuersatz 0.1 erhöht den Preis von Gut 1 um den Faktor $(1 + 0.1)$. Die Stücksteuer erhöht den Preis von Gut 2 um den Summanden 0.5. Demnach lautet die neue Budgetrestriktion

$$(1 + 0.1)3x_1 + (2 + 0.5)x_2 \leq 11 - 4$$

$$3.3x_1 + 2.5x_2 \leq 7.$$

11. **(2 Punkte)** Karl stehen 10 Stunden pro Tag für Freizeit F oder Arbeit A zur Verfügung. Sein (Brutto-) Stundenlohn beträgt 12. Auf sein Erwerbseinkommen fallen 25% Steuern an. Das Preisniveau laute p . Sein täglicher Konsum werde mit C bezeichnet. Die Budgetgerade lautet

- | | | |
|---|---|--|
| <input type="radio"/> a) $pC = 120 - 12F$ | <input type="radio"/> c) $pC = 120 - 10F$ | <input type="radio"/> e) $pC = 120 - 9F$ |
| <input type="radio"/> b) $pC = 90 - 12F$ | <input type="radio"/> d) $pC = 90 - 10F$ | <input type="radio"/> f) $pC = 90 - 9F$ |

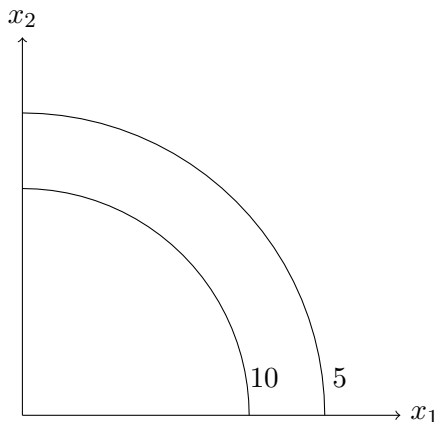
richtige Antwort: f)

Falls Karl 10 Stunden arbeitet, erhält dieser einen Nettolohn in Höhe von $10 \cdot 12 \cdot (1 - 0.25) = 90$. Seine Budgetgerade lautet

$$90 = pC + 12 \cdot (1 - 0.25)F$$

$$\Rightarrow pC = 90 - 9F.$$

12. (3 Punkte) Betrachten Sie die in der Grafik veranschaulichten Indifferenzkurven.



Die dadurch repräsentierten Präferenzen sind

- a) monoton, weil der Nutzen mit zunehmenden Gütermengen steigt.
- b) streng konkav, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B besser ist als A und B .
- c) streng konkav, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B schlechter ist als A und B .
- d) streng konvex, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B besser ist als A und B .
- e) streng konvex, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B schlechter ist als A und B .

richtige Antwort: d)

Die Präferenzen sind nicht monoton, weil der Nutzen mit abnehmenden Gütermengen steigt. Daher ist **a)** falsch. Die Präferenzen sind streng konvex, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei indifferenten Güterbündeln A und B besser ist als A und B .

13. (2 Punkte) Ein Haushalt hat die Nutzenfunktion

$$U(x_1, x_2) = x_1 + x_2.$$

Die Preise betragen p_1, p_2 mit $p_1 < p_2$. Das Einkommen beträgt $m = 12$. Das Haushaltsoptimum (x_1^*, x_2^*) lautet

- a) $\left(\frac{12}{p_1}, \frac{12}{p_2}\right)$
- b) $\left(\frac{6}{p_1}, \frac{6}{p_2}\right)$
- c) $(0, 0)$
- d) $\left(\frac{12}{p_1}, 0\right)$
- e) $\left(0, \frac{12}{p_2}\right)$

richtige Antwort: d)

Die Präferenzen sind monoton. Es gilt

$$MRS = 1 > \frac{p_1}{p_2} = MOC.$$

Falls der Haushalt eine zusätzliche Einheit von Gut 1 konsumiert, ist er bereit ($MRS = 1$) mehr von Gut 2 abzugeben, als er abgeben muss ($MOC < 1$). Daher gibt der Haushalt sein gesamtes Einkommen $m = 12$ für Gut 1 aus und wir erhalten $x_1^* = \frac{12}{p_1}$, $x_2^* = 0$.

14. (4 Punkte) Emils Nutzenfunktion sei durch $U(x_1, x_2) = \min(3x_1, 7x_2)$ gegeben. Der Preis von Gut 1 beträgt $p_1 = 12$, der von Gut 2 $p_2 = 14$. Emils minimale Ausgaben bei einem Nutzen von \bar{U} betragen

- a) $p_1x_1 + p_2x_2$ d) $2.7\bar{U}$ g) $10\bar{U}$
 b) $6x_1 + 21x_2$ e) $5\bar{U}$ h) $21\bar{U}$
 c) $36 + 98 = 134$ f) $6\bar{U}$ i) $27\bar{U}$

richtige Antwort: f)

Im Haushaltsoptimum muss $3x_1 = 7x_2$ gelten. Wir erhalten $\bar{U} = 3x_1 = 7x_2$. Durch Umstellen von \bar{U} nach x_1 bzw. x_2 erhalten wir $x_1(p_1, p_2, \bar{U}) = \frac{\bar{U}}{3}$ und $x_2(p_1, p_2, \bar{U}) = \frac{\bar{U}}{7}$. Die Ausgabenfunktion ist also durch

$$e(p_1, p_2, \bar{U}) = p_1x_1(p_1, p_2, \bar{U}) + p_2x_2(p_1, p_2, \bar{U}) = 12\frac{\bar{U}}{3} + 14\frac{\bar{U}}{7} = 6\bar{U}$$

gegeben. Somit ist **f)** die richtige Antwort.

15. (4 Punkte) Laura verfügt über ein Einkommen m und hat die Nutzenfunktion

$$U(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2.$$

Ihr optimaler Konsum $x^* = (x_1^*, x_2^*)$ ist demnach gegeben durch

$$\begin{aligned}
 x^* &= \left(\frac{m}{p_1}, 0\right), \quad \text{falls } p_1 < p_2 \\
 x^* &\in \left\{ \left(\frac{m}{p_1}, 0\right), \left(0, \frac{m}{p_2}\right) \right\}, \quad \text{falls } p_1 = p_2 \\
 x^* &= \left(0, \frac{m}{p_2}\right), \quad \text{falls } p_1 > p_2.
 \end{aligned}$$

Es sei $m = 12$, $p_1 = 2$, $p_2 = 3$. Es droht eine Preiserhöhung bei Gut 1 auf $p_1 = 5$.

- a) Die kompensatorische Variation beträgt 0. e) Die äquivalente Variation beträgt 0.
 b) Die kompensatorische Variation beträgt 3. f) Die äquivalente Variation beträgt 3.
 c) Die kompensatorische Variation beträgt 6. g) Die äquivalente Variation beträgt 6.
 d) Die kompensatorische Variation beträgt 9. h) Die äquivalente Variation beträgt 9.

richtige Antwort: c)

Vor der Preiserhöhung konsumiert Laura ausschließlich $\frac{m}{p_1} = 6$ Einheiten von Gut 1 und erhält den Nutzen $U(6, 0) = 6^2$. Nach der Preiserhöhung, falls Laura die Zahlung CV erhält, konsumiert sie ausschließlich $\frac{m+CV}{p_2}$ Einheiten von Gut 2 und erhält hieraus den Nutzen $U\left(0, \frac{m+CV}{p_2}\right) = \left(\frac{m+CV}{p_2}\right)^2$. Durch Gleichsetzen erhalten wir die kompensatorische Variation

$$\begin{aligned}
 6^2 &= \left(\frac{12 + CV}{3}\right)^2 \\
 6 &= 4 + \frac{CV}{3} \\
 CV &= 6.
 \end{aligned}$$

Nach der Preiserhöhung würde Laura ausschließlich $\frac{m}{p_2} = 4$ Einheiten von Gut 2 konsumieren und den Nutzen $U(0, 4) = 4^2$ erhalten. Vor der Preiserhöhung, falls Laura die Zahlung EV leistet, konsumiert sie ausschließlich $\frac{m-EV}{p_1}$ Einheiten von Gut 1 und erhält hieraus den Nutzen $U\left(\frac{m-EV}{p_1}, 0\right) = \left(\frac{m-EV}{p_1}\right)^2$.

Durch Gleichsetzen erhalten wir die äquivalente Variation

$$4^2 = \left(\frac{12 - EV}{2} \right)^2$$

$$4 = 6 - \frac{EV}{2}$$

$$EV = 4.$$

16. (3 Punkte) Welchen Wert hat das Sicherheitsäquivalent der Lotterie $L = [1, 4; \frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$, falls die vNM-Nutzenfunktion durch $u(x) = x^2$ gegeben ist?

- a) 1 c) 2 e) 3 g) 4 i) 5
 b) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{5}{2}$ f) $\frac{7}{2}$ h) $\frac{9}{2}$

richtige Antwort: f)

Der erwartete Nutzen der Lotterie beträgt

$$E_u(L) = \frac{1}{4} \cdot 1^2 + \frac{3}{4} \cdot 4^2 = \frac{1}{4} + \frac{3 \cdot 16}{4} = \frac{1}{4} + \frac{48}{4} = \frac{49}{4}.$$

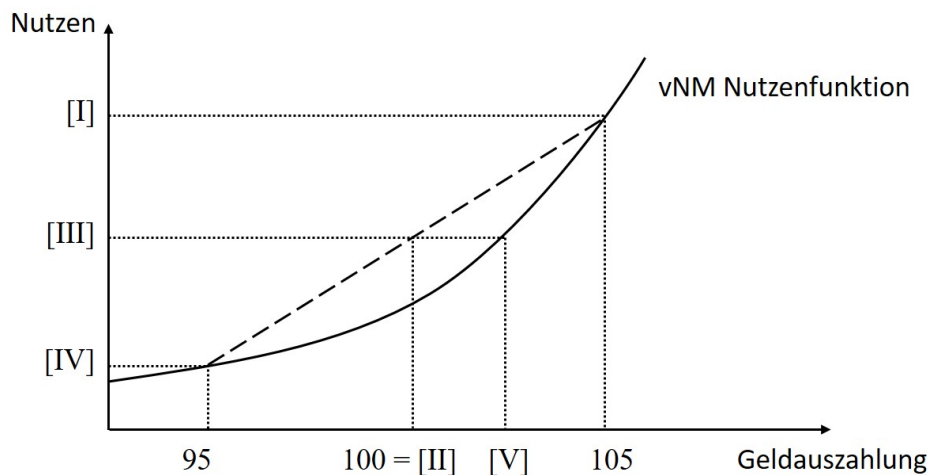
Das Sicherheitsäquivalent CE ist gegeben durch

$$u(CE) = E_u(L)$$

$$CE^2 = \frac{49}{4}$$

$$CE = \frac{7}{2}.$$

17. (2 Punkte) Betrachten Sie die Lotterie $L = [95, 105; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ und die in der Abbildung dargestellte vNM-Nutzenfunktion. [V] bezeichnet



- a) $CE(L)$ b) $E(L)$ c) $u(105)$ d) $u(95)$ e) $u(E(L))$ f) $E_u(L)$
 g) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Antwort: a)

Der erwartete Nutzen der Lotterie wird in der Abbildung mit III bezeichnet. Da der Nutzen des Sicherheitsäquivalents dem erwarteten Nutzen der Lotterie gleich, bezeichnet V das Sicherheitsäquivalent der Lotterie. Daher ist **a)** richtig.

18. (2 Punkte) Die inverse Nachfragefunktion lautet $p(X) = 18 - 3X$. Der Grenzerlös bezüglich der Menge bei einer angebotenen Menge von $X = 3$ lautet

- a) -9 b) -6 c) -3 d) 0 e) 3 f) 6 g) 9

richtige Antwort: d)

Der Erlös lautet $R(X) = p(X) \cdot X$. Der Grenzerlös lautet $MR(X) = p(X) + p'(X) \cdot X = 18 - 3X - 3X = 18 - 6X$. Bei $X = 3$ beträgt dieser $MR(3) = 18 - 18 = 0$. Somit ist **d)** richtig.

19. (3 Punkte) Die inverse Nachfragefunktion lautet $p(X) = 18 - 3X$. Die Preiselastizität der Nachfrage $\varepsilon_{X,p}$ bei $X = 2$ beträgt

- a) -2 b) $-\frac{3}{2}$ c) -1 d) $-\frac{2}{3}$ e) $-\frac{1}{2}$ f) $-\frac{1}{3}$ g) 0

richtige Antwort: a)

Die Preiselastizität der Nachfrage beträgt

$$\begin{aligned} \varepsilon_{X,p} &= \left(\frac{\partial p(X)}{\partial X} \right)^{-1} \cdot \frac{p(X)}{X} \Bigg|_{X=2} \\ &= (-3)^{-1} \cdot \frac{p(2)}{2} \\ &= -\frac{1}{3} \cdot \frac{12}{2} \\ &= -2. \end{aligned}$$

Daher ist **a)** richtig.

20. (2 Punkte) Die marginalen Kosten sind durch $MC(y) = 2y$ gegeben. Die Fixkosten betragen $F = 5$. Die Kosten bei einer Produktion von $y = 3$ betragen

- a) 1 b) 6 c) 11 d) 14 e) 15 f) 30

g) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Antwort: d)

Die variablen Kosten lauten $C_v(y) = \int_0^y MC(y') dy' = \int_0^y 2y' dy' = (y')^2 \Big|_0^y = y^2$. Die Kosten bei $y = 3$ betragen also $C(3) = C_v(3) + F = 9 + 5 = 14$.

21. (4 Punkte) Eine Produktionsfunktion sei durch $y = f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$ gegeben. Die Faktorpreise betragen $w_1 = 4$ und $w_2 = 1$. Die Kosten bei $y = 12$ Einheiten betragen

- a) 4 b) 12 c) 20 d) 24 e) 32 f) 36 g) 40 h) 48

richtige Antwort: h)

Die marginale Rate der technischen Substitution lautet $MRTS = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{x_2}{x_1}$. Wenn x_1 steigt, muss x_2 bei konstantem Produktionsniveau fallen. Die marginale Rate der technischen Substitution nimmt mit steigendem x_1 also ab. Falls $MRTS > \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je mehr von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Bei $MRTS < \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je weniger von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Der optimale Einsatz der Produktionsfaktoren erfüllt

$$\begin{aligned} MRTS &= \frac{x_2}{x_1} \stackrel{!}{=} \frac{w_1}{w_2} = MOC \\ x_2 &= 4x_1. \end{aligned}$$

Um $y = 12$ Einheiten zu produzieren, werden also

$$\begin{aligned} 12 &= \sqrt{x_1 \cdot 4x_1} \\ 12 &= 2x_1 \\ \Rightarrow x_1 &= 6 \end{aligned}$$

Einheiten von Faktor 1 und $x_2 = 4 \cdot 6 = 24$ Einheiten von Faktor 2 eingesetzt. Die Kosten bei $y = 12$ betragen $C(12) = 4 \cdot 6 + 1 \cdot 24 = 48$. Daher ist **h**) richtig.

22. (4 Punkte) Eine Produktionsfunktion sei durch $y = f(x_1, x_2) = (x_1 x_2)^{\frac{1}{3}}$ gegeben. Die Faktorpreise betragen $w_1 = 2$ und $w_2 = 1$. Der Outputpreis betrage $p = 6$. Die Faktornachfrage nach Faktor 1 beträgt

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 6 g) 7 h) 8

richtige Antwort: c)

Die marginale Rate der technischen Substitution lautet $MRTS = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{x_2}{x_1}$. Wenn x_1 steigt, muss x_2 bei konstantem Produktionsniveau fallen. Die marginale Rate der technischen Substitution nimmt mit steigendem x_1 also ab. Falls $MRTS > \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je mehr von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Bei $MRTS < \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je weniger von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Der optimale Einsatz der Produktionsfaktoren erfüllt

$$\begin{aligned} MRTS &= \frac{x_2}{x_1} \stackrel{!}{=} \frac{w_1}{w_2} = MOC \\ x_2 &= 2x_1. \end{aligned}$$

Der Einsatz von x_1 Einheiten des ersten Faktors und $x_2 = 2x_1$ Einheiten des zweiten Faktors führen zu dem Gewinn

$$\begin{aligned} \Pi^r(x_1) &= \Pi(x_1, 2x_1) = 6(x_1 \cdot 2x_1)^{\frac{1}{3}} - 2x_1 - 1 \cdot 2x_1 \\ &= 6(2x_1^2)^{\frac{1}{3}} - 4x_1. \end{aligned}$$

Gewinnmaximierung führt zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi^r(x_1)}{\partial x_1} &= 6 \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{2}{3} \cdot x_1^{-\frac{1}{3}} - 4 \stackrel{!}{=} 0 \\ 4 \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot x_1^{-\frac{1}{3}} &= 4 \\ 2^{\frac{1}{3}} &= x_1^{\frac{1}{3}} \\ x_1 &= 2. \end{aligned}$$

23. (4 Punkte) Ein Monopolist betreibt Preisdiskriminierung ersten Grades. Seine Kostenfunktion lautet $C(y) = 2y$. Die inverse Nachfragefunktion lautet $p(y) = 6 - y$. Der Monopolgewinn beträgt

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5 g) 6 h) 7 i) 8

richtige Antwort: i)

Aufgrund der Preisdiskriminierung ersten Grades beträgt der marginale Erlös $MR(y) = p(y) = 6 - y$. Im Gewinnmaximum gilt

$$\begin{aligned} MR(y) &= 6 - y \stackrel{!}{=} 2 = MC(y) \\ \Rightarrow y &= 4. \end{aligned}$$

Der Monopolgewinn beträgt

$$\begin{aligned}\Pi(4) &= \int_0^4 (p(y) - MC(y)) dy \\ &= \int_0^4 (4 - y) dy \\ &= 4y - \frac{y^2}{2} \Big|_0^4 \\ &= 16 - 8 = 8.\end{aligned}$$

Alternativ lässt sich der Monopolgewinn durch die Flächenformel eines Dreiecks bestimmen:

$$\begin{aligned}\Pi(4) &= (p(0) - p(4)) \cdot (4 - 0) / 2 \\ &= (6 - 2) \cdot (4) / 2 \\ &= 4 \cdot 4 / 2 = 8.\end{aligned}$$

24. (4 Punkte) Ein Unternehmen hat die Möglichkeit auf einem Markt zu agieren. Die langfristige Kostenfunktion des Unternehmens lautet

$$C(y) = \begin{cases} \frac{1}{3}y^3 + \frac{16}{3}, & y > 0 \\ 0, & y = 0. \end{cases}$$

Wie hoch muss der Marktpreis mindestens sein, damit das Unternehmen eine positive Menge anbietet?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5 g) 6

richtige Antwort: e)

Falls das Unternehmen eine positive Ausbringungsmenge anbietet, erhalten wir die gewinnmaximale Menge y durch

$$\begin{aligned}MC(y) &\stackrel{!}{=} p \\ y^2 &= p \\ \Rightarrow y &= \sqrt{p}.\end{aligned}$$

Das Unternehmen erwirtschaftet nicht-negative Gewinne, falls der Preis die durchschnittlichen Kosten $AC(y) = \frac{C(y)}{y}$ übersteigt, wenn also

$$\begin{aligned}AC(\sqrt{p}) &\leq p \\ \frac{1}{3}p + \frac{16}{3\sqrt{p}} &\leq p \\ \frac{16}{3\sqrt{p}} &\leq \frac{2}{3}p \\ 8 &\leq p \cdot \sqrt{p} = p^{\frac{3}{2}} \\ 8^{\frac{2}{3}} &\leq p \\ 4 &\leq p\end{aligned}$$

gilt. Demnach ist e) richtig.

25. (2 Punkte) Betrachten Sie die Produktionsfunktion $f(x_1, x_2) = 2 + x_1 + x_2$.

- a) Es liegen konstante Skalenerträge vor.

- b) Es liegen wachsende Skalenerträge vor.
- c) Es liegen fallende Skalenerträge vor.
- d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Antwort: c)

Für alle $t > 1$ gilt $f(tx_1, tx_2) = 2 + tx_1 + tx_2 < 2t + tx_1 + tx_2 = t(2 + x_1 + x_2) = tf(x_1, x_2)$. Daher liegen fallende Skalenerträge vor. Somit ist **c)** korrekt.

26. (4 Punkte) Ein Unternehmen kann in zwei Produktionsstätten, A und B , jeweils dasselbe Gut produzieren. In Produktionsstätte A lautet die Kostenfunktion $C_A(y_A) = 3y_A$, in Produktionsstätte B lautet sie $C_B(y_B) = \frac{y_B^2}{2}$. Wie hoch sind die Kosten, falls das Unternehmen insgesamt 6 Einheiten produziert?

- a) 3
- b) 12
- c) 13.5
- d) 15
- e) 15.5
- f) 16
- g) 17.5
- h) 18

richtige Antwort: c)

Die marginalen Kosten in A betragen $MC_A(y_A) = 3$, in B betragen sie $MC_B(y_B) = y_B$. Die ersten drei Einheiten werden in Produktionsstätte B produziert, weil $MC_B(y_B) = y_B \leq 3 = MC_A(y_A)$ für alle $y_A \in [0, \infty)$ und $y_B \in [0, 3]$. Die weiteren drei Einheiten werden in Produktionsstätte A produziert, weil $MC_A(y_A) = 3 \leq MC_B(y_B)$ für alle $y_A \in [0, \infty)$ und $y_B \in [3, \infty)$. Die Kosten betragen $C_A(3) + C_B(3) = 3 \cdot 3 + \frac{3^2}{2} = 9 + \frac{9}{2} = 13.5$. Daher ist **c)** richtig.

27. (4 Punkte) 10 Unternehmen haben die Möglichkeit auf einem Markt zu agieren. Die langfristige Kostenfunktion von Unternehmen $i \in \{1, \dots, 10\}$ bei Ausbringungsmenge y_i ist gegeben durch

$$C_i(y_i) = \begin{cases} 32 + \frac{y_i^2}{2}, & y_i > 0 \\ 0, & y_i = 0 \end{cases}$$

Die Marktnachfrage lautet $D(p) = 72 - 3p$. Wie viele Unternehmen bieten bei vollständiger Konkurrenz eine positive Ausbringungsmenge an?

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4
- f) 5
- g) 6
- h) 7
- i) 8

richtige Antwort: g)

Bei vollständiger Konkurrenz gilt $AC(y_i) \stackrel{!}{=} MC(y_i) \stackrel{!}{=} p$ für jedes Unternehmen $i \in \{1, \dots, 10\}$, das eine positive Menge anbietet. Aus der ersten Bedingung erhalten wir

$$\begin{aligned} AC(y_i) &= \frac{32}{y_i} + \frac{y_i}{2} \stackrel{!}{=} y_i = MC(y_i) \\ 64 &= y_i^2 \\ \Rightarrow y_i &= 8. \end{aligned}$$

Aus der zweiten Bedingung erhalten wir

$$p \stackrel{!}{=} 8 = MC(8).$$

Die Marktnachfrage bei $p = 8$ beträgt $D(8) = 72 - 3 \cdot 8 = 48$. Da jedes produzierende Unternehmen 8 Einheiten anbietet und das Marktangebot 48 sein muss, bieten $n = 48/8 = 6$ Unternehmen eine positive Ausbringungsmenge an.