1. **(4 Punkte)** Ein Monopolist steht der inversen Nachfragefunktion $p(x) = 5 - \frac{1}{2}x$ gegenüber. Seine Kostenfunktion lautet $C(x) = 3x + 1$. Die Produzentenrente beträgt

   ❍ a) 0 ❍ b) $\frac{1}{2}$ ❍ c) 1 ❍ d) $\frac{3}{2}$ ❍ e) 2 ❍ f) $\frac{5}{2}$ ❍ g) 3 ❍ h) $\frac{7}{2}$

   richtige Lösung: e)

   Der Monopolist maximiert seinen Gewinn $\Pi(x) = p(x)x - C(x)$. Wir erhalten

$$\begin{aligned} MR(x) = 5 - x &\overset{!}{=} 3 = MC(x) \\ \Rightarrow x^M &= 2, \\ p^M &= p(2) = 4. \end{aligned}$$

   Die Produzentenrente (Gewinn plus Fixkosten) beträgt

$$\Pi(2) + 1 = (4 \cdot 2 - 3 \cdot 2 - 1) + 1 = 2.$$

   Daher ist **e)** richtig. Alternativer Rechenweg: Die Produzentenrente beträgt

$$\begin{aligned} PR &= \int_0^{x^M} \left(p^M - MC(x)\right) dx \\ &= \int_0^2 (4 - 3)\, dx \\ &= \int_0^2 1 dx \\ &= 2. \end{aligned}$$

   Alternativer Rechenweg auf Basis einer Skizze: Weil die marginalen Kosten konstant sind, beträgt die Produzentenrente $PR = (4 - 3) \cdot (2 - 0) = 2$.

2. **(3 Punkte)** Auf einem Markt gelte die Marktnachfragefunktion $D(p) = 20 - p$ und die Marktangebotsfunktion $S(p) = 6 + 3p$. Es wird eine Mengensteuer von $t = 2$ eingeführt, die die Anbieter an den Staat abzutreten haben. Wie hoch sind die Steuereinnahmen?

   ❍ a) 0 ❍ b) 4 ❍ c) 5 ❍ d) 10 ❍ e) 12 ❍ f) 15 ❍ g) 24 ❍ h) 30

   richtige Lösung: h)

   Der Bruttopreis, der von den Konsumenten gezahlt wird, laute p. Die Anbieter erhalten den Nettopreis $p^N = p - 2$. Im Gleichgewicht gilt

$$\begin{aligned} D(p) = 20 - p &\overset{!}{=} 3p = 6 + 3p^N = S(p^N) \\ &\Rightarrow 20 = 4p \\ &\Rightarrow p = 5. \end{aligned}$$

   Die Nachfrage beträgt $D(5) = 20 - 5 = 15$. Die Steuereinnahmen betragen damit $15 \cdot 2 = 30$. Daher ist **h)** richtig.

3. **(3 Punkte)** Betrachten Sie folgendes simultane Spiel.

		Spieler2	
		l	r
Spieler1	o	$(5,4)$	$(8,3)$
	u	$(5,2)$	$(3,1)$

❍ a) $(8,3)$ ist ein Nash-Gleichgewicht, weil $8 \geq 3$ und $3 \geq 1$.

❍ b) $(5,4)$ ist ein Nash-Gleichgewicht, weil $5 \geq 5$ und $4 \geq 3$

❍ c) (o,r) ist ein Nash-Gleichgewicht, weil $8 \geq 3$ und $3 \geq 1$.

❍ d) (o,l) ist ein Nash-Gleichgewicht, weil $5 \geq 5$ und $4 \geq 3$.

❍ e) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: d)

Die Strategiekombination (o,r) ist kein Gleichgewicht, weil Spieler 2 durch Wahl von Strategie l den Auszahlungsbetrag $4 > 3$ erhält. Daher ist **c)** falsch. Die Strategiekombination (o,l) ist ein Gleichgewicht, weil kein Spieler profitabel abweichen kann, denn $5 \geq 5$ (u statt o) und $3 \leq 4$ (r statt l). Daher ist **d)** richtig. Antworten **a)-b)** sind falsch, weil $(8,3)$ und $(5,4)$ keine Strategiekombinationen sind.

4. **(2 Punkte)** Auf einem Markt agieren die Unternehmen 1 und 2. Unternehmen 1 wählt die Menge $x_1 \in \{a,b,c\}$. Unternehmen 2 wählt die Menge $x_2 \in \{d,e,f\}$. Die hieraus resultierenden Gewinne $(\Pi_1(x_1,x_2), \Pi_2(x_1,x_2))$ sind in unten stehender Matrix dargestellt.

		Unternehmen 2		
		d	e	f
	a	$(26,9)$	$(22,14)$	$(18,15)$
Unternehmen 1	b	$(33,7)$	$(27,10)$	$(21,9)$
	c	$(36,5)$	$(28,6)$	$(20,3)$

Die Stackelberg-Mengen $x^S = \left(x_1^S, x_2^S\right)$, wenn **Unternehmen 2 Führer** ist, lauten

❍ a) (a,d) ❍ d) (b,d) ❍ g) (c,d)

❍ b) (a,e) ❍ e) (b,e) ❍ h) (c,e)

❍ c) (a,f) ❍ f) (b,f) ❍ i) (c,f)

richtige Lösung: f)

Unternehmen 2 antizipiert die Reaktionsfunktion von Unternehmen 1. Unternehmen 1 wählt c, falls Unternehmen 2 d wählt, weil $36 > 33, 26$. Unternehmen 1 wählt c, falls Unternehmen 2 e wählt, weil $28 > 27, 22$. Unternehmen 1 wählt b, falls Unternehmen 2 f wählt, weil $21 > 20, 18$. Somit kann

Unternehmen 2 nur noch die Auszahlungen 5, 6, 9 erzielen, falls es d, e, f wählt. Da $9 > 6, 5$ wählt Unternehmen 2 f. Unternehmen 1 wählt folglich b. Somit lauten die Stackelberg-Mengen (b, f).

Alternative Lösung:

Unternehmen 2 antizipiert die Reaktionsfunktion von Unternehmen 1. Diese lautet

$$x_1^R(x_2) = \begin{cases} c & \text{, falls } x_2 = d \\ c & \text{, falls } x_2 = e \\ b & \text{, falls } x_2 = f \end{cases},$$

weil $36 > 33, 26$ $(x_2 = d)$; $28 > 27, 22$ $(x_2 = e)$; $21 > 20, 18$ $(x_2 = f)$. Die reduzierte Gewinnfunktion von Unternehmen 2 lautet damit

$$\Pi_2^R(x_2) = \Pi_2(x_1^R(x_2), x_2) = \begin{cases} 5 & \text{, falls } x_2 = d \\ 6 & \text{, falls } x_2 = e \\ 9 & \text{, falls } x_2 = f \end{cases}.$$

Gewinnmaximal für Unternehmen 2 ist demnach die Menge $x_2^S = f$. Unternehmen 1 wählt $x_1^S = x_1^R(x_2^S) = x_1^R(f) = b$.

5. **(2 Punkte)** Auf einem Markt agieren die Unternehmen 1 und 2. Unternehmen 1 wählt die Menge $x_1 \in \{a, b, c\}$. Unternehmen 2 wählt die Menge $x_2 \in \{d, e, f\}$. Die hieraus resultierenden Gewinne $(\Pi_1(x_1, x_2), \Pi_2(x_1, x_2))$ sind in unten stehender Matrix dargestellt.

		Unternehmen 2		
		d	e	f
Unternehmen 1	a	$(26, 9)$	$(22, 14)$	$(18, 15)$
	b	$(33, 7)$	$(27, 10)$	$(21, 9)$
	c	$(36, 5)$	$(28, 6)$	$(20, 3)$

Die Cournot-Mengen $x^C = \left(x_1^C, x_2^C\right)$ lauten

❍ a) (a, d) ❍ d) (b, d) ❍ g) (c, d)

❍ b) (a, e) ❍ e) (b, e) ❍ h) (c, e)

❍ c) (a, f) ❍ f) (b, f) ❍ i) (c, f)

richtige Antwort: h)

Beide Unternehmen wählen simultan ihre Mengen. Die Strategiekombination (c, e) ist ein Gleichgewicht, weil $28 > 27, 22$ und $6 > 5, 3$. Die Strategiekombination (c, e) ist das einzige Gleichgewicht, weil in allen anderen Strategiekombination mindestens ein Spieler profitabel von seiner Strategie abweichen kann. In z.B. (a, d) steigert Spieler 1 seinen Auszahlungsbetrag von 26 auf 36, wenn er statt der Strategie a die Strategie c wählt. Die Cournot-Mengen lauten also (c, e).

6. **(3 Punkte)** Drei Personen leben gemeinsam in einer WG. Alle drei erfreuen sich am Anblick von Pflanzen im gemeinsam genutzten Wohnzimmer. Elisa und Kathi haben jeweils eine maximale Zahlungsbereitschaft von 3 pro Wohnzimmerpflanze. Nicos maximale Zahlungsbereitschaft beträgt 12 pro Wohnzimmerpflanze. Die Kosten zur Anschaffung von x Wohnzimmerpflanzen belaufen sich auf $C(x) = x^2 + 19$. Wie groß ist die Pareto-optimale Anzahl an Wohnzimmerpflanzen?

❍ a) 0 ❍ b) 9 ❍ c) 10 ❍ d) 11 ❍ e) 12

❍ f) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.
richtige Lösung: b)
Die aggregierte marginale Zahlungsbereitschaft der drei Personen für eine Wohnzimmerpflanze beträgt $AMZB(x) = 2 \cdot 3 + 12 = 18$. Da die Kosten konvex sind, finden wir die optimale Anzahl an Wohnzimmerpflanzen über den Ansatz

$$\begin{aligned} AMZB(x) &\overset{!}{=} MC(x) \\ 18 &= 2x \\ x^* &= 9. \end{aligned}$$

Also ist **b)** die richtige Antwort.

7. **(4 Punkte)** In unmittelbarer Nähe einer Müllverbrennungsanlage M, deren Gewinnfunktion

$$\Pi^M(x) = 8x - x^2$$

lautet, betreibt ein Unternehmen W, dessen Gewinnfunktion

$$\Pi^W(x, y) = 12y - \frac{1}{2}y^2 - xy$$

lautet, eine Wohnanlage. Dabei steht y für die Anzahl der vermieteten Wohnungen und x für die in der Müllverbrennungsanlage verbrannte Menge Müll. Bei Schadensrecht beträgt die Anzahl der vermieteten Wohnungen

❍ a) 1 ❍ b) 2 ❍ c) 3 ❍ d) 4 ❍ e) 5 ❍ f) 6 ❍ g) 7 ❍ h) 8
richtige Lösung: h)
Bei Schadensrecht maximiert M den Gewinn $\Pi^M(x) = 8x - x^2$. Wir erhalten

$$\begin{aligned} \frac{d\Pi^M(x)}{dx} &= 8 - 2x \overset{!}{=} 0 \\ &\Rightarrow x = 4. \end{aligned}$$

Unternehmen W maximiert $\Pi^W(4, y) = 12y - \frac{1}{2}y^2 - 4y = 8y - \frac{1}{2}y^2$. Wir erhalten

$$\begin{aligned} \frac{d\Pi^W(4, y)}{dy} &= 8 - y \overset{!}{=} 0 \\ &\Rightarrow y = 8. \end{aligned}$$

Also ist **h)** richtig.

8. **(3 Punkte)** Betrachten Sie die Nutzenfunktionen $U_1(x_1, x_2) = 2x_1 + 4x_2$ und $U_2(x_1, x_2) = \frac{2}{1+2x_1+4x_2}$.

❍ a) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil die streng monotone Transformation $\tau(U_1) = \frac{2}{1+U_1}$ exisitiert, die U_1 in U_2 überführt.

❍ b) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil die Indifferenzkurven identisch aussehen.

❍ c) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil $U_1\left(\frac{1}{2}, 0\right) = U_2\left(\frac{1}{2}, 0\right)$.

❍ d) Die beiden Nutzenfunktionen sind nicht äquivalent. Dies lässt sich anhand der Güterbündel $(2, 0)$ und $(0, 1)$ begründen.

❍ e) Die beiden Nutzenfunktionen sind nicht äquivalent. Dies lässt sich anhand der Güterbündel $(2, 1)$ und $(1, 2)$ begründen.
richtige Lösung: e)

❍ f) Aufgrund von $U_1(2,1) = 8 < 10 = U_1(1,2)$ und $U_2(2,1) = \frac{2}{9} > \frac{2}{11} = U_2(1,2)$ sind U_1 und U_2 nicht äquivalent. Daher sind **a)-c)** falsch und **e)** ist richtig. Anhand der Güterbündel $(2, 0)$ und $(0, 1)$ lässt sich nicht begründen, dass U_1 und U_2 nicht äquivalent sind, weil $U_1(2,0) = 4 = U_1(0,1)$ und $U_2(2,0) = \frac{2}{5} = U_2(0,1)$ gilt und somit die zwei Güterbündel $(2, 0)$ und $(0, 1)$ sowohl unter U_1 als auch unter U_2 indifferent sind.

9. **(3 Punkte)** Kurts Nutzenfunktion ist gegeben durch

$$U(x_1, x_2) = \min(x_1, 3x_2).$$

Sein Einkommen beträgt $m = 24$, die Preise $p_1 = 2$, $p_2 = 6$. Das Haushaltsoptimum (x_1^*, x_2^*) lautet

❍ a) $(0, 4)$ ❍ b) $(3, 3)$ ❍ c) $(6, 2)$ ❍ d) $(9, 1)$ ❍ e) $(12, 0)$
richtige Lösung: c)
Die Präferenzen sind monoton, weil $MU_1 \geq 0$ und $MU_2 \geq 0$. Im Haushaltsoptimum muss folgendes Konsumverhältnis gelten:

$$x_1 = 3x_2.$$

Falls $x_1 > 3x_2$ gilt, kann sich der Haushalt bei gleichen Ausgaben besser stellen, indem er weniger von Gut 1 ($MU_1 = 0$) und mehr von Gut 2 ($MU_2 = 3 > 0$) konsumiert. Falls $x_1 < 3x_2$ gilt, kann sich der Haushalt bei gleichen Ausgaben besser stellen, indem er mehr von Gut 1 ($MU_1 = 1 > 0$) und weniger von Gut 2 ($MU_2 = 0$) konsumiert. Durch Einsetzen von $x_1 = 3x_2$ in die Budgetgleichung erhalten wir

$$\begin{aligned} m = 24 = 12x_2 &= 2 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 = p_1 x_1 + p_2 x_2 \\ \Rightarrow x_2^* &= \frac{24}{12} = 2. \end{aligned}$$

Wir erhalten $x_1^* = 3x_2^* = 6$ und damit das Haushaltsoptimum $(x_1^*, x_2^*) = (6, 2)$. Also ist **c)** korrekt.

10. **(3 Punkte)** Betrachten Sie die Nutzenfunktion $U(x_1, x_2) = -\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}$. Die Präferenzen sind

❍ a) monoton, konvex. ❍ c) nicht monoton, konvex.

❍ b) monoton, konkav. ❍ d) nicht monoton, konkav.
richtige Lösung: d)
Die Grenznutzen sind $MU_1(x_1, x_2) = -\frac{1}{2\sqrt{x_1}} < 0$ und $MU_2(x_1, x_2) = -\frac{1}{2\sqrt{x_2}} < 0$. Daher sind die Präferenzen nicht monoton. Die marginale Rate der Substitution $MRS = \frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}}$ nimmt entlang der Indifferenzkurve ab, wenn x_1 steigt, weil das Nutzenniveau bei einem Anstieg von x_1 durch einen Abfall von x_2 aufgrund der Antimonotonie kompensiert werden muss. Daher ist jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B schlechter als A und B. Daher sind die Präferenzen konkav.

11. **(3 Punkte)** Der optimale Konsum von Gut 2 ist durch $x_2(m, p_1, p_2) = \frac{m}{3p_1 + p_2}$ gegeben. Die Preiselastizität der Nachfrage ε_{x_2, p_2} bei $p_1 = 2$, $p_2 = 6$ und $m = 24$ beträgt

❍ a) 0 ❍ b) $-\frac{1}{4}$ ❍ c) $-\frac{1}{3}$ ❍ d) $-\frac{1}{2}$ ❍ e) $-\frac{2}{3}$ ❍ f) $-\frac{3}{4}$ ❍ g) -1 ❍ h) -2
richtige Lösung: d)

Die Preiselastizität der Nachfrage beträgt

$$\begin{aligned}\varepsilon_{x_2,p_2} &= \frac{\partial x_2}{\partial p_2}\cdot\frac{p_2}{x_2}\\ &= -\frac{m}{(3p_1+p_2)^2}\cdot\frac{p_2\cdot(3p_1+p_2)}{m}\\ &= -\frac{p_2}{3p_1+p_2}.\\ &= -\frac{6}{6+6}\\ &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Daher ist **d)** richtig.

12. **(4 Punkte)** Das Haushaltsoptimum eines Haushaltes ist gegeben durch

$$x_1(p_1,p_2,m) = \frac{m}{p_1},\ x_2(p_1,p_2,m) = 0.$$

Die Preise betragen zunächst $p_1 = 1, p_2 = 3$. Das Einkommen beträgt $m = 6$. Es droht eine Preiserhöhung bei Gut 1 auf $p_1 = 2$.

❍ a) Die kompensatorische Variation beträgt 0.

❍ b) Die kompensatorische Variation beträgt 2.

❍ c) Die kompensatorische Variation beträgt 4.

❍ d) Die kompensatorische Variation beträgt 6.

❍ e) Die äquivalente Variation beträgt 0.

❍ f) Die äquivalente Variation beträgt 2.

❍ g) Die äquivalente Variation beträgt 4.

❍ h) Die äquivalente Variation beträgt 6.

richtige Lösung: d)

Der Haushalt konsumiert ausschließlich Gut 1 unabhängig der Preise und des Einkommens. Vor der Preiserhöhung konsumiert der Haushalt $x_1(1,3,6) = 6$ und $x_2(1,3,6) = 0$. Nach der Preiserhöhung würde er $x_1(2,3,6) = 3$ und $x_2(2,3,6) = 0$ konsumieren. Die kompensatorische Variation CV ergibt sich aus

$$\begin{aligned}x_1(2,3,6+CV) = \frac{6+CV}{2} = 6 = x_1(1,3,6)\\ \Rightarrow CV = 6.\end{aligned}$$

Die äquivalente Variation EV ergibt sich aus

$$\begin{aligned}x_1(1,3,6-EV) = \frac{6-EV}{1} = 3 = x_1(2,3,6)\\ \Rightarrow EV = 3.\end{aligned}$$

Daher ist **d)** richtig.

13. **(4 Punkte)** Betrachten Sie die vNM-Nutzenfunktion $u(x) = \sqrt{x}$ und die Lotterie $L = \left[16, 64; \frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right]$. Die Risikoprämie beträgt

❍ a) 0 ❍ b) $\frac{1}{2}$ ❍ c) 1 ❍ d) $\frac{3}{2}$ ❍ e) 2 ❍ f) $\frac{5}{2}$ ❍ g) 3 ❍ h) $\frac{7}{2}$ ❍ i) 4

richtige Lösung: g)

Der Erwartungswert der Lotterie ist $E(L) = \frac{3}{4} \cdot 16 + \frac{1}{4} \cdot 64 = 12 + 16 = 28$. Das Sicherheitsäquivalent CE erfüllt

$$\begin{aligned}
u(CE) &= E_u(L) \\
\sqrt{CE} &= \frac{3}{4} \cdot \sqrt{16} + \frac{1}{4} \cdot \sqrt{64} \\
\sqrt{CE} &= 3 + 2 = 5 \\
\Rightarrow CE &= 25.
\end{aligned}$$

Die Risikoprämie beträgt damit $RP = E(L) - CE = 28 - 25 = 3$. Daher ist **g)** richtig.

14. **(2 Punkte)** Micha, Lars und Greta müssen sich zwischen der Lotterie $L = \left[10, 4; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ und einem sicheren Auszahlungsbetrag in Höhe von 8 entscheiden. Micha ist risikofreudig, Lars risikoneutral und Greta risikoavers.

❍ a) Man kann nicht mit Sicherheit sagen, ob Micha die Lotterie spielt.
❍ b) Man kann nicht mit Sicherheit sagen, ob Lars die Lotterie spielt.
❍ c) Man kann nicht mit Sicherheit sagen, ob Greta die Lotterie spielt.
❍ d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: a)
Der Erwartungswert der Lotterie beträgt $E(L) = \frac{1}{2} \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 4 = 7$. Der Erwartungswert des sicheren Auszahlungsbetrages ist 8. Aufgrund von Risikofreude erhalten wir $E_u(L) > u(E(L)) = u(7) < u(8)$. Damit kann keine Aussage darüber getroffen werden, ob $E_u(L) > u(8)$, $E_u(L) = u(8)$ oder $E_u(L) < u(8)$ gilt. Man kann daher nicht mit Sicherheit sagen, ob Micha die Lotterie spielt. Aufgrund von Risikoneutralität erhalten wir $E_u(L) = u(E(L)) = u(7) < u(8)$, daher spielt Lars die Lotterie nicht. Aufgrund von Risikoaversion erhalten wir $E_u(L) < u(E(L)) = u(7) < u(8)$. Daher spielt Greta die Lotterie nicht.

15. **(3 Punkte)** Ein Haushalt kann sich exakt 3 Einheiten des Gutes 1 und 3 Einheiten des Gutes 2 oder aber 4 Einheiten des Gutes 1 und 1 Einheit des Gutes 2 leisten. Wie viele Einheiten des Gutes 2 kann sich der Haushalt leisten, wenn er sein gesamtes Einkommen für Gut 2 ausgibt?

❍ a) 1 ❍ b) 2 ❍ c) 3 ❍ d) 4 ❍ e) 5 ❍ f) 6 ❍ g) 7 ❍ h) 8 ❍ i) 9
richtige Lösung: i)
Der Haushalt kann sich exakt Güterbündel $(3, 3)$ oder Güterbündel $(4, 1)$ leisten. Die marginalen Opportunitätskosten sind demnach

$$MOC = \frac{p_1}{p_2} = -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{1-3}{4-3} = 2.$$

Durch den Verzicht auf eine Einheit von Gut 1 kann sich der Haushalt 2 weitere Einheiten von Gut 2 leisten. Insgesamt kann sich der Haushalt demnach $3 + 3 \cdot 2 = 9$ Einheiten von Gut 2 leisten, wenn er sein gesamtes Einkommen für Gut 2 ausgibt.

16. **(1 Punkt)** Die Nachfragefunktion lautet $X(p) = 15 - 3p$. Der Prohibitivpreis $\tilde{p}$ und die Sättigungsmenge $\tilde{X}$ sind gegeben durch $\left(\tilde{p}, \tilde{X}\right) =$

❍ a) $(3, 3)$ ❍ c) $(0, 15)$ ❍ e) $(0, 5)$ ❍ g) $(5, 15)$
❍ b) $(15, 0)$ ❍ d) $(5, 0)$ ❍ f) $(15, 5)$
richtige Lösung: g)
Die Sättigungsmenge beträgt $\tilde{X} = X(0) = 15$. Der Prohibitivpreis, welcher $X(p) = 0$ löst, beträgt $\tilde{p} = \frac{15}{3} = 5$.

17. **(2 Punkte)** Betrachten Sie die Kostenfunktion $C(y) = 2y^2 + 5$. Die Durchschnittskosten bei $y = 5$ Einheiten betragen

❍ a) 5 ❍ b) 7 ❍ c) 10 ❍ d) 12 ❍ e) 15 ❍ f) 20

❍ g) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.
richtige Lösung: g)
Die Durchschnittskostenfunktion ist durch $AC(y) = \frac{C(y)}{y} = 2y + \frac{5}{y}$ gegeben. Wir erhalten $AC(5) = 2 \cdot 5 + \frac{5}{5} = 11$. Daher ist **g)** richtig.

18. **(3 Punkte)** Betrachten Sie die Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Die Faktorpreise sind $w_1 = 5$, $w_2 = 4$. Die Kosten bei einer Produktion von $y = 5$ Einheiten betragen

❍ a) 0 ❍ b) 2 ❍ c) 4 ❍ d) 8 ❍ e) 12 ❍ f) 16 ❍ g) 20 ❍ h) 25
richtige Lösung: g)
Die marginale Rate der technischen Substitution lautet $MRTS = \frac{MP_1}{MP_2} = 1$. Die marginalen Oppotunitätskosten, MOC, erfüllen $MOC = \frac{w_1}{w_2} = \frac{5}{4} > 1 = MRTS$. Daher wird ausschließlich Faktor 2 für die Produktion von $y = 5$ verwendent. Aus $y = 5 = 0 + x_2$ erhalten wir $x_2 = 5$. Die Kosten betragen $C(5) = 5 \cdot 0 + 4 \cdot 5 = 20$.

19. **(3 Punkte)** Ein Unternehmen hat die Produktionsfunktion $f(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{2}} x_2$. Kurzfristig muss es vom zweiten Faktor 5 Einheiten einsetzen. Die Faktorpreise betragen $w_1 = 5$ und $w_2 = 8$. Die kurzfristigen Kosten bei einer Produktion von $y = 5$ betragen

❍ a) 13 ❍ b) 15 ❍ c) 26 ❍ d) 40 ❍ e) 45 ❍ f) 60 ❍ g) 65 ❍ h) 80
richtige Lösung: e)
Die kurzfristige Produktionsfunktion lautet $f_S(x_1) = f(x_1, 5) = 5x_1^{\frac{1}{2}}$. Um 5 Einheiten zu produzieren, werden

$$\begin{aligned} 5 &= 5x_1^{\frac{1}{2}} \\ 1 &= x_1^{\frac{1}{2}} \\ \Rightarrow x_1 &= 1 \end{aligned}$$

Einheiten des ersten Faktors benötigt. Die Kosten betragen $1 \cdot 5 + 5 \cdot 8 = 5 + 40 = 45$.

20. **(2 Punkte)** Die langfristige Kostenfunktion eines Unternehmens sei durch $C(y) = y^2 + y + 24$ für $y > 0$ und $C(y) = 0$ für $y = 0$ gegeben. Der Outputpreis beträgt $p = 9$. Das langfristige Angebot beträgt

❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 5
richtige Lösung: a)
Falls das Unternehmen eine positive Menge $y > 0$ anbietet, muss im Gewinnmaximum

$$\begin{aligned} p = 9 &\stackrel{!}{=} 2y + 1 = MC(y) \\ &\Rightarrow y = 4 \end{aligned}$$

gelten. Bei dieser Menge betragen die durschnittlichen Kosten $AC(4) = \frac{C(4)}{4} = 4 + 1 + 6 = 11$. Weil $AC(4) = 11 > 9 = p$, bietet das Unternehmen langfristig 0 Einheiten an. Daher ist **a)** korrekt.

21. **(2 Punkte)** Betrachten Sie die Produktionsfunktionen $f(x) = \frac{1}{4}x^2$ und $g(x) = 4\sqrt{x}$.

❍ a) f hat sinkende Skalenerträge, g hat sinkende Skalenerträge.

❍ b) f hat steigende Skalenerträge, g hat sinkende Skalenerträge.

❍ c) f hat steigende Skalenerträge, g hat steigende Skalenerträge.

❍ d) f hat sinkende Skalenerträge, g hat steigende Skalenerträge.

richtige Lösung: b)
Es gilt $f(tx) = t^2 f(x) > tf(x)$ für $t > 1$. Daher hat f steigende Skalenerträge. Es gilt $g(tx) = \sqrt{t} \cdot g(x) < t \cdot g(x)$ für $t > 1$. Daher hat g sinkende Skalenerträge.

22. **(4 Punkte)** Auf einem Faktormarkt gebe es zwei Nachfrager, A und B. Ihre Nachfragefunktionen sind gegeben durch $x^A(w) = 25 - 5w$ und $x^B(w) = 30 - 3w$. Die aggregierte Faktornachfragefunktion lautet:

❍ a)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 10 \\ 25 - 5w, & 10 \geq w > 5 \\ 30 - 3w & 5 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

❍ b)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 15 \\ 25 - 5w, & 15 \geq w > 10 \\ 55 - 8w & 10 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

❍ c)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 10 \\ 30 - 3w, & 10 \geq w > 5 \\ \frac{55}{2} - 4w & 5 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

❍ d)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 10 \\ 30 - 3w, & 10 \geq w > 5 \\ 55 - 8w & 5 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

❍ e)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 10 \\ 30 - 3w, & 10 \geq w > 5 \\ 25 - 5w & 5 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

richtige Lösung: d)
Der Prohibitivpreis von A ist $w_A^{Pro} = 25/5 = 5$, der Prohibitivpreis von B ist $w_B^{Pro} = 30/3 = 10$. Die aggregierte Faktornachfrage für $w > 10 = w_B^{Pro} > w_A^{Pro}$ ist also 0. Falls $w_B^{Pro} = 10 \geq w > 5 = w_A^{Pro}$, fragt nur B nach. Die aggregierte Faktornachfrage lautet also $x(w) = x^B(w) = 30 - 3w$ für $10 \geq w > 5$. Falls $w_B^{Pro} > w_A^{Pro} = 5 \geq w \geq 0$, fragen A und B nach. Die aggregierte Faktornachfrage lautet also $x(w) = x^A(w) + x^B(w) = 55 - 8w$ für $5 \geq w \geq 0$. Daher ist **d)** richtig.

23. **(4 Punkte)** 10 Unternehmen haben die Möglichkeit auf einem Markt zu agieren. Die langfristige Kostenfunktion von Unternehmen $i \in \{1, \ldots, 10\}$ bei Ausbringunsmenge y_i ist gegeben durch

$$C_i(y_i) = \begin{cases} 8 + \frac{y_i^2}{2}, & y_i > 0 \\ 0, & y_i = 0 \end{cases}.$$

Die Marktnachfrage lautet $D(p) = 48 - 3p$. Wie viele Unternehmen bieten bei vollständiger Konkurrenz eine positive Ausbringungsmenge an?

❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 4 ❍ e) 5 ❍ f) 6 ❍ g) 8 ❍ h) 9 ❍ i) 10

richtige Lösung: h)

Bei vollständiger Konkurrenz gilt $AC(y_i) \stackrel{!}{=} MC(y_i) \stackrel{!}{=} p$ für jedes Unternehmen $i \in \{1, \ldots, 10\}$, das eine positive Menge anbietet. Aus der ersten Bedingung erhalten wir

$$\begin{aligned} AC(y_i) = \frac{8}{y_i} + \frac{y_i}{2} &\stackrel{!}{=} y_i = MC(y_i) \\ 16 &= y_i^2 \\ &\Rightarrow y_i = 4. \end{aligned}$$

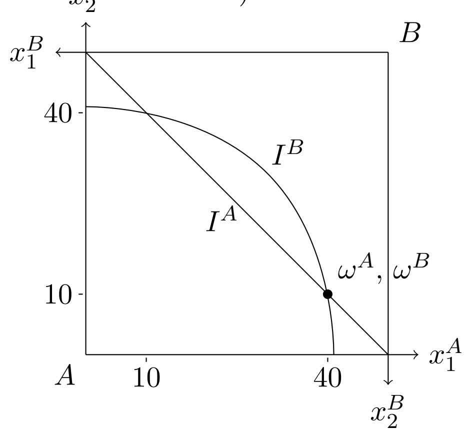
Aus der zweiten Bedingung erhalten wir

$$p \stackrel{!}{=} 4 = MC(4).$$

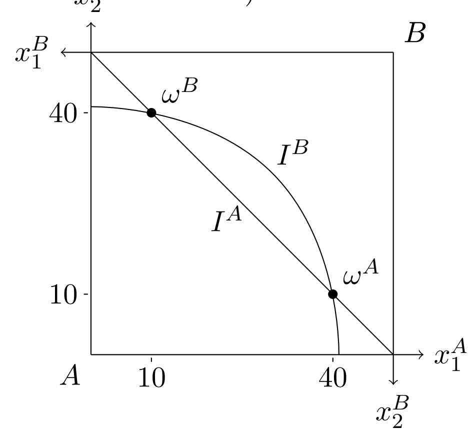
Die Marktnachfrage bei $p = 4$ beträgt $D(4) = 48 - 3 \cdot 4 = 36$. Da jedes Unternehmen 4 Einheiten anbietet und das Marktangebot 36 sein muss, bieten $n = 36/4 = 9$ Unternehmen eine positive Ausbringungsmenge an.

24. **(2 Punkte)** In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion $U_A\left(x_1^A, x_2^A\right) = x_1^A - x_2^A$ und Akteur B die Nutzenfunktion $U_B\left(x_1^B, x_2^B\right) = 2x_1^B x_2^B$. Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (40, 10)$ beziehungsweise $\omega^B = (10, 40)$. Welche der folgenden Grafiken skizziert die Anfangsausstattungen und die durch die Anfangsausstattungen verlaufenden Indifferenzkurven? Hierbei bezeichnen I_A und I_B die Indifferenzkurven von Agent A bzw. B.

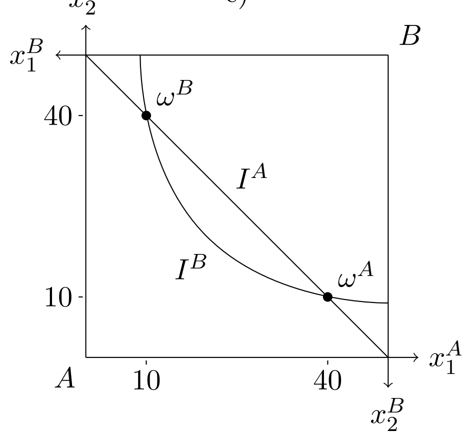
a)



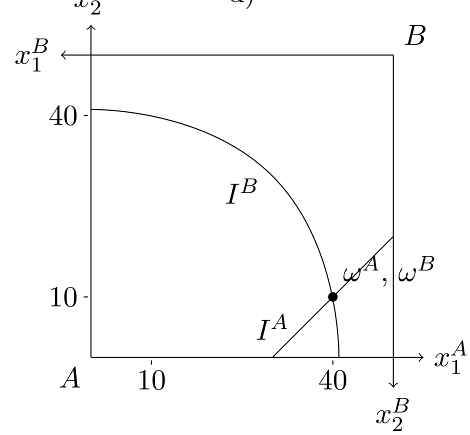
b)



c)



d)

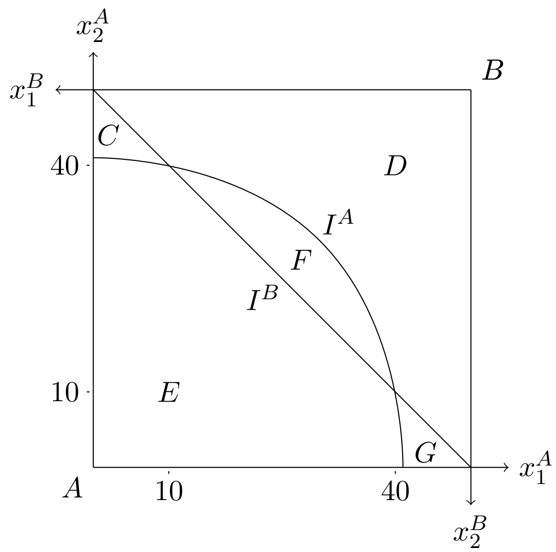


❍ a) ❍ b) ❍ c) ❍ d)

richtige Lösung: d)

Die Anfangsausstattungen w^A, w^B müssen in einem Punkt liegen. Somit sind b) und c) falsch. der Nutzen von A steigt, wenn er mehr von Gut 1 oder weniger von Gut 2 konsumiert, da $\partial U_A / \partial x_1^A > 0$ und $\partial U_A / \partial x_2^A < 0$. Demnach verlaufen seine Indifferenzkurven positiv geneigt. Somit ist a) falsch. Die Indifferenzkurven von A verlaufen linear, weil $MRS^A = -1$. Agent B besitzt monotone, konvexe Präferenzen, da $\partial U_b / \partial x_i^B \geq 0$ für $i = 1, 2$ und $MRS^B = x_2^B / x_1^B$. In Graphik d) ist die Anfangsausstattung korrekt eingezeichnet, beide Indifferenzkurven verlaufen durch die Anfangsausstattung und der Verlauf beider Indifferenzkurven ist korrekt skizziert.

25. **(3 Punkte)** In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion $U_A\left(x_1^A, x_2^A\right) = \left(x_1^A\right)^2 + \left(x_2^A\right)^2$ und Akteur B die Nutzenfunktion $U_B\left(x_1^B, x_2^B\right) = x_1^B + x_2^B$. Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (10, 40)$ bzw. $\omega^B = (40, 10)$. Betrachten Sie folgende Grafik, in der I_A und I_B die Indifferenzkurven von Agent A bzw. B bezeichnen und C, D, E, F, G jeweils Flächen bezeichnen.



Die Tauschlinse entspricht

❍ a) F ❍ b) $F + D$ ❍ c) $F + E$ ❍ d) D ❍ e) E ❍ f) $C + G$

richtige Lösung: f)

Die Präferenzen beider Akteure sind monoton. Daher stellt jedes Güterbündel oberhalb und rechts von I_A A besser und jedes Güterbündel unterhalb und links von I_B Akteuer B besser. Alle Güterbündel, die beiden Akteure (schwach) besser stellen, sind durch demnach durch die Flächen C und G gekennzeichnet.

26. **(4 Punkte)** In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion $U_A\left(x_1^A, x_2^A\right) = x_1^A + x_2^A$ und Akteur B die Nutzenfunktion $U_B\left(x_1^B, x_2^B\right) = 2x_1^B x_2^B$. Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (4, 1)$ beziehungsweise $\omega^B = (1, 4)$.

❍ a) Die Allokation $\left(x^A = (0,0), x^B = (5,5)\right)$ ist nicht Pareto-optimal, weil Agent A sich gegenüber der Anfangsausstattung verschlechtert.

❍ b) Die Allokation $\left(x^A = (1,1), x^B = (4,4)\right)$ ist nicht Pareto-optimal, weil sie nicht in der Tauschlinse liegt.

❍ c) Die Allokation $\left(x^A = (2,2), x^B = (3,3)\right)$ ist eine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung, weil sich Akteur B gegenüber der Anfangsausstattung besser stellt.

❍ d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: d)

Die Allokation $\left(x^A = (0, 0), x^B = (5, 5)\right)$ ist Pareto-optimal: Agent A kann nur besser gestellt werden, indem sich Agent B verschlechtert; Agent B konsumiert bereits alle Einheiten. Daher kann sich dieser nicht mehr besser stellen. Ebenso ist die Begründung falsch, da Pareto-optimale Güterbündel unabhängig von der Anfangsausstattungen sind. Daher ist a) falsch. Aussage **b)** ist falsch, weil die Allokation $\left(x^A = (1,1), x^B = (4,4)\right)$ Pareto-optimal ist. Außerdem gilt, dass Parato-optimale Güterbündel außerhalb einer Tauschlinse liegen können. Aussage **c)** ist falsch. Akteur B stellt sich zwar besser, Agent A stellt sich dafür schlechter. Somit trifft **d)** zu.

27. **(4 Punkte)** Die Nutzenfunktion von Agent A sei durch $U^A(x_1^A, x_2^A) = \min\left(x_1^A, 2x_2^A\right)$ gegeben. Die Nutzenfunktion von Agent B sei durch $U^B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B + x_2^B$ gegeben. Die Anfangsausstattungen seien durch $\omega^A = (2,4)$ bzw. $\omega^B = (4,2)$ gegeben. Das höchste Nutzenniveau, das Agent B durch freiwilligen Tausch erreichen kann, beträgt

❍ a) 2 ❍ b) 3 ❍ c) 4 ❍ d) 5 ❍ e) 6 ❍ f) 7 ❍ g) 8 ❍ h) 9

richtige Lösung: h)

Das Nutzenniveau von Agent A bei Konsum der Anfangsausstattung beträgt $U^A(2,4) = \min(2,8) = 2$. Agent A erreicht das gleiche Nutzenniveau bei Konsum von $x_1^A = 2$ und $x_2^A = 1$, weil $U^A(2,1) = \min(2,2) = 2$. Die Abgabe weiterer Einheiten von Gut 2 oder die Abgabe weiterer Einheiten von Gut 1 stellt Agent A schlechter. Daher kann Agent B maximal $x_1^B = 4$ und $x_2^B = 2 + 3 = 5$ konsumieren, ohne Agent A schlechter zu stellen. Aufgrund von Agent B's monotonen Präferenzen beträgt das höchste Nutzenniveau, das Agent B durch freiwilligen Tausch erreichen kann, $U^B(4,5) = 9$. Daher ist **h)** korrekt.