

1. (3 Punkte) Betrachten Sie die Nutzenfunktionen $U_1(x_1, x_2) = 2x_1 + 4x_2$ und $U_2(x_1, x_2) = \frac{2}{1+2x_1+4x_2}$.
- a) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil die streng monotone Transformation $\tau(U_1) = \frac{2}{1+U_1}$ existiert, die U_1 in U_2 überführt.
 - b) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil die Indifferenzkurven identisch aussehen.
 - c) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil $U_1(\frac{1}{2}, 0) = U_2(\frac{1}{2}, 0)$.
 - d) Die beiden Nutzenfunktionen sind nicht äquivalent. Dies lässt sich anhand der Güterbündel $(2, 0)$ und $(0, 1)$ begründen.
 - e) Die beiden Nutzenfunktionen sind nicht äquivalent. Dies lässt sich anhand der Güterbündel $(2, 1)$ und $(1, 2)$ begründen.
- richtige Lösung: e)**

Aufgrund von $U_1(2, 1) = 8 < 10 = U_1(1, 2)$ und $U_2(2, 1) = \frac{2}{9} > \frac{2}{11} = U_2(1, 2)$ sind U_1 und U_2 nicht äquivalent. Daher sind **a)-c)** falsch und **e)** ist richtig. Anhand der Güterbündel $(2, 0)$ und $(0, 1)$ lässt sich nicht begründen, dass U_1 und U_2 nicht äquivalent sind, weil $U_1(2, 0) = 4 = U_1(0, 1)$ und $U_2(2, 0) = \frac{2}{5} = U_2(0, 1)$ gilt und somit die zwei Güterbündel $(2, 0)$ und $(0, 1)$ sowohl unter U_1 als auch unter U_2 indifferent sind.

2. (3 Punkte) Kurts Nutzenfunktion ist gegeben durch

$$U(x_1, x_2) = \min(x_1, 3x_2).$$

Sein Einkommen beträgt $m = 24$, die Preise $p_1 = 2$, $p_2 = 6$. Das Haushaltsoptimum (x_1^*, x_2^*) lautet

- a) $(0, 4)$
 - b) $(3, 3)$
 - c) $(6, 2)$
 - d) $(9, 1)$
 - e) $(12, 0)$
- richtige Lösung: c)**

Die Präferenzen sind monoton, weil $MU_1 \geq 0$ und $MU_2 \geq 0$. Im Haushaltsoptimum muss folgendes Konsumverhältnis gelten:

$$x_1 = 3x_2.$$

Falls $x_1 > 3x_2$ gilt, kann sich der Haushalt bei gleichen Ausgaben besser stellen, indem er weniger von Gut 1 ($MU_1 = 0$) und mehr von Gut 2 ($MU_2 = 3 > 0$) konsumiert. Falls $x_1 < 3x_2$ gilt, kann sich der Haushalt bei gleichen Ausgaben besser stellen, indem er mehr von Gut 1 ($MU_1 = 1 > 0$) und weniger von Gut 2 ($MU_2 = 0$) konsumiert. Durch Einsetzen von $x_1 = 3x_2$ in die Budgetgleichung erhalten wir

$$\begin{aligned} m = 24 &= 12x_2 = 2 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 = p_1x_1 + p_2x_2 \\ \Rightarrow x_2^* &= \frac{24}{12} = 2. \end{aligned}$$

Wir erhalten $x_1^* = 3x_2^* = 6$ und damit das Haushaltsoptimum $(x_1^*, x_2^*) = (6, 2)$. Also ist **c)** korrekt.

3. (3 Punkte) Betrachten Sie die Nutzenfunktion $U(x_1, x_2) = -\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}$. Die Präferenzen sind
- a) monoton, konvex.
 - b) monoton, konkav.
 - c) nicht monoton, konvex.
 - d) nicht monoton, konkav.

richtige Lösung: d)

Die Grenznutzen sind $MU_1(x_1, x_2) = -\frac{1}{2\sqrt{x_1}} < 0$ und $MU_2(x_1, x_2) = -\frac{1}{2\sqrt{x_2}} < 0$. Daher sind die Präferenzen nicht monoton. Die marginale Rate der Substitution $MRS = \frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}}$ nimmt entlang der Indifferenzkurve ab, wenn x_1 steigt, weil das Nutzenniveau bei einem Anstieg von x_1 durch einen Abfall von x_2 aufgrund der Antimonotonie kompensiert werden muss. Daher ist jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B schlechter als A und B . Daher sind die Präferenzen konkav.

4. (3 Punkte) Der optimale Konsum von Gut 2 ist durch $x_2(m, p_1, p_2) = \frac{m}{3p_1 + p_2}$ gegeben. Die Preiselastizität der Nachfrage ε_{x_2, p_2} bei $p_1 = 2$, $p_2 = 6$ und $m = 24$ beträgt

- a) 0 ○ b) $-\frac{1}{4}$ ○ c) $-\frac{1}{3}$ ○ d) $-\frac{1}{2}$ ○ e) $-\frac{2}{3}$ ○ f) $-\frac{3}{4}$ ○ g) -1 ○ h) -2

richtige Lösung: d)

Die Preiselastizität der Nachfrage beträgt

$$\begin{aligned}\varepsilon_{x_2, p_2} &= \frac{\partial x_2}{\partial p_2} \cdot \frac{p_2}{x_2} \\ &= -\frac{m}{(3p_1 + p_2)^2} \cdot \frac{p_2 \cdot (3p_1 + p_2)}{m} \\ &= -\frac{p_2}{3p_1 + p_2} \\ &= -\frac{6}{6 + 6} \\ &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Daher ist **d)** richtig.

5. (4 Punkte) Das Haushaltsoptimum eines Haushaltes ist gegeben durch

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1}, \quad x_2(p_1, p_2, m) = 0.$$

Die Preise betragen zunächst $p_1 = 1, p_2 = 3$. Das Einkommen beträgt $m = 6$. Es droht eine Preiserhöhung bei Gut 1 auf $p_1 = 2$.

- a) Die kompensatorische Variation beträgt 0. ○ e) Die äquivalente Variation beträgt 0.
 ○ b) Die kompensatorische Variation beträgt 2. ○ f) Die äquivalente Variation beträgt 2.
 ○ c) Die kompensatorische Variation beträgt 4. ○ g) Die äquivalente Variation beträgt 4.
 ○ d) Die kompensatorische Variation beträgt 6. ○ h) Die äquivalente Variation beträgt 6.

richtige Lösung: d)

Der Haushalt konsumiert ausschließlich Gut 1 unabhängig der Preise und des Einkommens. Vor der Preiserhöhung konsumiert der Haushalt $x_1(1, 3, 6) = 6$ und $x_2(1, 3, 6) = 0$. Nach der Preiserhöhung würde er $x_1(2, 3, 6) = 3$ und $x_2(2, 3, 6) = 0$ konsumieren. Die kompensatorische Variation CV ergibt sich aus

$$\begin{aligned}x_1(2, 3, 6 + CV) &= \frac{6 + CV}{2} = 6 = x_1(1, 3, 6) \\ \Rightarrow CV &= 6.\end{aligned}$$

Die äquivalente Variation EV ergibt sich aus

$$\begin{aligned}x_1(1, 3, 6 - EV) &= \frac{6 - EV}{1} = 3 = x_1(2, 3, 6) \\ \Rightarrow EV &= 3.\end{aligned}$$

Daher ist **d)** richtig.

6. (4 Punkte) Betrachten Sie die vNM-Nutzenfunktion $u(x) = \sqrt{x}$ und die Lotterie $L = [16, 64; \frac{3}{4}, \frac{1}{4}]$. Die Risikoprämie beträgt

- a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) 1 d) $\frac{3}{2}$ e) 2 f) $\frac{5}{2}$ g) 3 h) $\frac{7}{2}$ i) 4
richtige Lösung: g)

Der Erwartungswert der Lotterie ist $E(L) = \frac{3}{4} \cdot 16 + \frac{1}{4} \cdot 64 = 12 + 16 = 28$. Das Sicherheitsäquivalent CE erfüllt

$$\begin{aligned}
 u(CE) &= E_u(L) \\
 \sqrt{CE} &= \frac{3}{4} \cdot \sqrt{16} + \frac{1}{4} \cdot \sqrt{64} \\
 \sqrt{CE} &= 3 + 2 = 5 \\
 \Rightarrow CE &= 25.
 \end{aligned}$$

Die Risikoprämie beträgt damit $RP = E(L) - CE = 28 - 25 = 3$. Daher ist **g)** richtig.

7. (2 Punkte) Micha, Lars und Greta müssen sich zwischen der Lotterie $L = [10, 4; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ und einem sicheren Auszahlungsbetrag in Höhe von 8 entscheiden. Micha ist risikofreudig, Lars risikoneutral und Greta risikoavers.

- a) Man kann nicht mit Sicherheit sagen, ob Micha die Lotterie spielt.
 b) Man kann nicht mit Sicherheit sagen, ob Lars die Lotterie spielt.
 c) Man kann nicht mit Sicherheit sagen, ob Greta die Lotterie spielt.
 d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: a)

Der Erwartungswert der Lotterie beträgt $E(L) = \frac{1}{2} \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 4 = 7$. Der Erwartungswert des sicheren Auszahlungsbetrages ist 8. Aufgrund von Risikofreude erhalten wir $E_u(L) > u(E(L)) = u(7) < u(8)$. Damit kann keine Aussage darüber getroffen werden, ob $E_u(L) > u(8)$, $E_u(L) = u(8)$ oder $E_u(L) < u(8)$ gilt. Man kann daher nicht mit Sicherheit sagen, ob Micha die Lotterie spielt. Aufgrund von Risikoneutralität erhalten wir $E_u(L) = u(E(L)) = u(7) < u(8)$, daher spielt Lars die Lotterie nicht. Aufgrund von Risikoaversion erhalten wir $E_u(L) < u(E(L)) = u(7) < u(8)$. Daher spielt Greta die Lotterie nicht.

8. (3 Punkte) Ein Haushalt kann sich exakt 3 Einheiten des Gutes 1 und 3 Einheiten des Gutes 2 oder aber 4 Einheiten des Gutes 1 und 1 Einheit des Gutes 2 leisten. Wie viele Einheiten des Gutes 2 kann sich der Haushalt leisten, wenn er sein gesamtes Einkommen für Gut 2 ausgibt?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5 f) 6 g) 7 h) 8 i) 9
richtige Lösung: i)

Der Haushalt kann sich exakt Güterbündel (3, 3) oder Güterbündel (4, 1) leisten. Die marginalen Opportunitätskosten sind demnach

$$MOC = \frac{p_1}{p_2} = -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{1-3}{4-3} = 2.$$

Durch den Verzicht auf eine Einheit von Gut 1 kann sich der Haushalt 2 weitere Einheiten von Gut 2 leisten. Insgesamt kann sich der Haushalt demnach $3 + 3 \cdot 2 = 9$ Einheiten von Gut 2 leisten, wenn er sein gesamtes Einkommen für Gut 2 ausgibt.

9. (1 Punkt) Die Nachfragefunktion lautet $X(p) = 15 - 3p$. Der Prohibitivpreis \tilde{p} und die Sättigungsmenge \tilde{X} sind gegeben durch $(\tilde{p}, \tilde{X}) =$

- a) (3, 3) c) (0, 15) e) (0, 5) g) (5, 15)
 b) (15, 0) d) (5, 0) f) (15, 5)

richtige Lösung: g)

Die Sättigungsmenge beträgt $\tilde{X} = X(0) = 15$. Der Prohibitivpreis, welcher $X(p) = 0$ löst, beträgt $\tilde{p} = \frac{15}{3} = 5$.

10. **(2 Punkte)** Betrachten Sie die Kostenfunktion $C(y) = 2y^2 + 5$. Die Durchschnittskosten bei $y = 5$ Einheiten betragen

- a) 5 b) 7 c) 10 d) 12 e) 15 f) 20

g) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: g)

Die Durchschnittskostenfunktion ist durch $AC(y) = \frac{C(y)}{y} = 2y + \frac{5}{y}$ gegeben. Wir erhalten $AC(5) = 2 \cdot 5 + \frac{5}{5} = 11$. Daher ist **g)** richtig.

11. **(3 Punkte)** Betrachten Sie die Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Die Faktorpreise sind $w_1 = 5$, $w_2 = 4$. Die Kosten bei einer Produktion von $y = 5$ Einheiten betragen

- a) 0 b) 2 c) 4 d) 8 e) 12 f) 16 g) 20 h) 25

richtige Lösung: g)

Die marginale Rate der technischen Substitution lautet $MRTS = \frac{MP_1}{MP_2} = 1$. Die marginalen Opportunitätskosten, MOC, erfüllen $MOC = \frac{w_1}{w_2} = \frac{5}{4} > 1 = MRTS$. Daher wird ausschließlich Faktor 2 für die Produktion von $y = 5$ verwendet. Aus $y = 5 = 0 + x_2$ erhalten wir $x_2 = 5$. Die Kosten betragen $C(5) = 5 \cdot 0 + 4 \cdot 5 = 20$.

12. **(3 Punkte)** Ein Unternehmen hat die Produktionsfunktion $f(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{2}} x_2$. Kurzfristig muss es vom zweiten Faktor 5 Einheiten einsetzen. Die Faktorpreise betragen $w_1 = 5$ und $w_2 = 8$. Die kurzfristigen Kosten bei einer Produktion von $y = 5$ betragen

- a) 13 b) 15 c) 26 d) 40 e) 45 f) 60 g) 65 h) 80

richtige Lösung: e)

Die kurzfristige Produktionsfunktion lautet $f_S(x_1) = f(x_1, 5) = 5x_1^{\frac{1}{2}}$. Um 5 Einheiten zu produzieren, werden

$$\begin{aligned}
 5 &= 5x_1^{\frac{1}{2}} \\
 1 &= x_1^{\frac{1}{2}} \\
 \Rightarrow x_1 &= 1
 \end{aligned}$$

Einheiten des ersten Faktors benötigt. Die Kosten betragen $1 \cdot 5 + 5 \cdot 8 = 5 + 40 = 45$.

13. **(2 Punkte)** Die langfristige Kostenfunktion eines Unternehmens sei durch $C(y) = y^2 + y + 24$ für $y > 0$ und $C(y) = 0$ für $y = 0$ gegeben. Der Outputpreis beträgt $p = 9$. Das langfristige Angebot beträgt

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5

richtige Lösung: a)

Falls das Unternehmen eine positive Menge $y > 0$ anbietet, muss im Gewinnmaximum

$$\begin{aligned}
 p &= 9 \stackrel{!}{=} 2y + 1 = MC(y) \\
 \Rightarrow y &= 4
 \end{aligned}$$

gelten. Bei dieser Menge betragen die durchschnittlichen Kosten $AC(4) = \frac{C(4)}{4} = 4 + 1 + 6 = 11$. Weil $AC(4) = 11 > 9 = p$, bietet das Unternehmen langfristig 0 Einheiten an. Daher ist **a)** korrekt.

14. (2 Punkte) Betrachten Sie die Produktionsfunktionen $f(x) = \frac{1}{4}x^2$ und $g(x) = 4\sqrt{x}$.

- a) f hat sinkende Skalenerträge, g hat sinkende Skalenerträge.
- b) f hat steigende Skalenerträge, g hat sinkende Skalenerträge.
- c) f hat steigende Skalenerträge, g hat steigende Skalenerträge.
- d) f hat sinkende Skalenerträge, g hat steigende Skalenerträge.

richtige Lösung: b)

Es gilt $f(tx) = t^2 f(x) > t f(x)$ für $t > 1$. Daher hat f steigende Skalenerträge. Es gilt $g(tx) = \sqrt{t} \cdot g(x) < t \cdot g(x)$ für $t > 1$. Daher hat g sinkende Skalenerträge.

15. (4 Punkte) Auf einem Faktormarkt gebe es zwei Nachfrager, A und B . Ihre Nachfragefunktionen sind gegeben durch $x^A(w) = 25 - 5w$ und $x^B(w) = 30 - 3w$. Die aggregierte Faktornachfragefunktion lautet:

- a)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 10 \\ 25 - 5w, & 10 \geq w > 5 \\ 30 - 3w & 5 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

- b)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 15 \\ 25 - 5w, & 15 \geq w > 10 \\ 55 - 8w & 10 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

- c)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 10 \\ 30 - 3w, & 10 \geq w > 5 \\ \frac{55}{2} - 4w & 5 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

- d)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 10 \\ 30 - 3w, & 10 \geq w > 5 \\ 55 - 8w & 5 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

- e)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 10 \\ 30 - 3w, & 10 \geq w > 5 \\ 25 - 5w & 5 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

richtige Lösung: d)

Der Prohibitivpreis von A ist $w_A^{Pro} = 25/5 = 5$, der Prohibitivpreis von B ist $w_B^{Pro} = 30/3 = 10$. Die aggregierte Faktornachfrage für $w > 10 = w_B^{Pro} > w_A^{Pro}$ ist also 0. Falls $w_B^{Pro} = 10 \geq w > 5 = w_A^{Pro}$, fragt nur B nach. Die aggregierte Faktornachfrage lautet also $x(w) = x^B(w) = 30 - 3w$ für $10 \geq w > 5$. Falls $w_B^{Pro} > w_A^{Pro} = 5 \geq w \geq 0$, fragen A und B nach. Die aggregierte Faktornachfrage lautet also $x(w) = x^A(w) + x^B(w) = 55 - 8w$ für $5 \geq w \geq 0$. Daher ist **d)** richtig.

16. (4 Punkte) 10 Unternehmen haben die Möglichkeit auf einem Markt zu agieren. Die langfristige Kostenfunktion von Unternehmen $i \in \{1, \dots, 10\}$ bei Ausbringungsmenge y_i ist gegeben durch

$$C_i(y_i) = \begin{cases} 8 + \frac{y_i^2}{2}, & y_i > 0 \\ 0, & y_i = 0 \end{cases}.$$

Die Marktnachfrage lautet $D(p) = 48 - 3p$. Wie viele Unternehmen bieten bei vollständiger Konkurrenz eine positive Ausbringungsmenge an?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 4 e) 5 f) 6 g) 8 h) 9 i) 10
- richtige Lösung: h)**

Bei vollständiger Konkurrenz gilt $AC(y_i) \stackrel{!}{=} MC(y_i) \stackrel{!}{=} p$ für jedes Unternehmen $i \in \{1, \dots, 10\}$, das eine positive Menge anbietet. Aus der ersten Bedingung erhalten wir

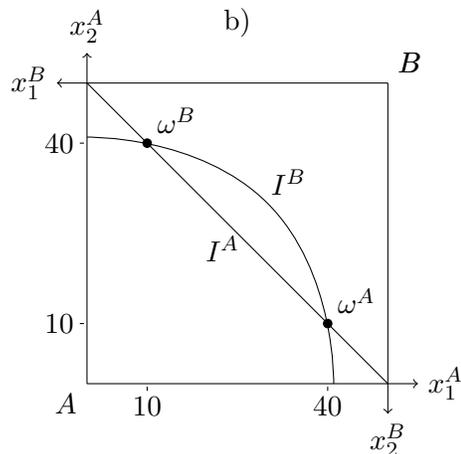
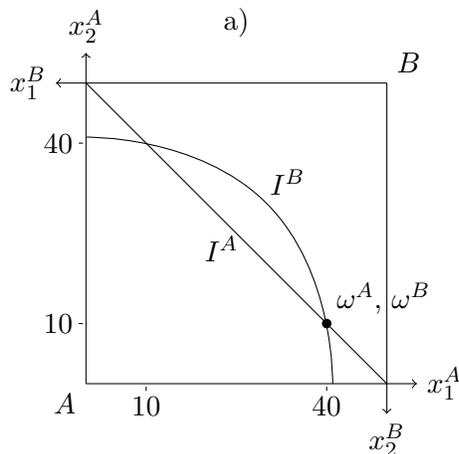
$$\begin{aligned} AC(y_i) &= \frac{8}{y_i} + \frac{y_i}{2} \stackrel{!}{=} y_i = MC(y_i) \\ 16 &= y_i^2 \\ \Rightarrow y_i &= 4. \end{aligned}$$

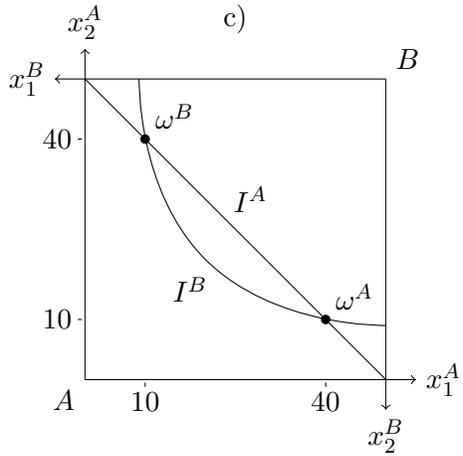
Aus der zweiten Bedingung erhalten wir

$$p \stackrel{!}{=} 4 = MC(4).$$

Die Marktnachfrage bei $p = 4$ beträgt $D(4) = 48 - 3 \cdot 4 = 36$. Da jedes Unternehmen 4 Einheiten anbietet und das Marktangebot 36 sein muss, bieten $n = 36/4 = 9$ Unternehmen eine positive Ausbringungsmenge an.

17. (2 Punkte) In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion $U_A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A - x_2^A$ und Akteur B die Nutzenfunktion $U_B(x_1^B, x_2^B) = 2x_1^B x_2^B$. Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (40, 10)$ beziehungsweise $\omega^B = (10, 40)$. Welche der folgenden Grafiken skizziert die Anfangsausstattungen und die durch die Anfangsausstattungen verlaufenden Indifferenzkurven? Hierbei bezeichnen I_A und I_B die Indifferenzkurven von Agent A bzw. B.





a)

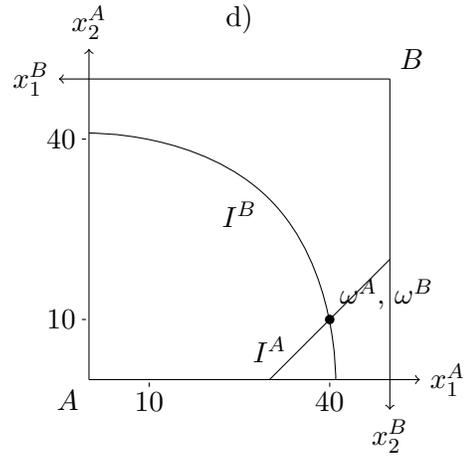
b)

c)

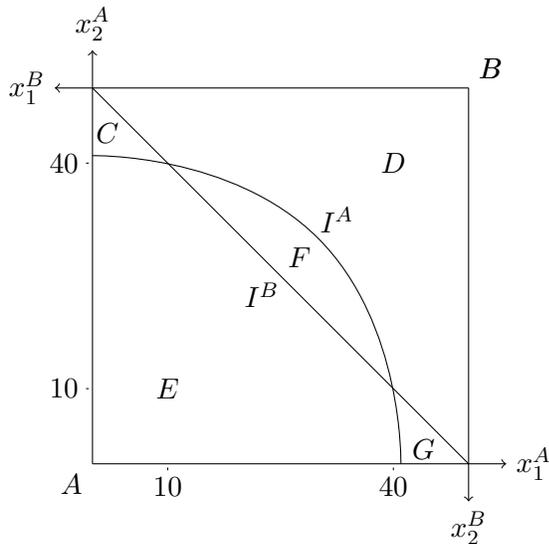
d)

richtige Lösung: d)

Die Anfangsausstattungen w^A, w^B müssen in einem Punkt liegen. Somit sind b) und c) falsch. Der Nutzen von A steigt, wenn er mehr von Gut 1 oder weniger von Gut 2 konsumiert, da $\partial U_A / \partial x_1^A > 0$ und $\partial U_A / \partial x_2^A < 0$. Demnach verlaufen seine Indifferenzkurven positiv geneigt. Somit ist a) falsch. Die Indifferenzkurven von A verlaufen linear, weil $MRS^A = -1$. Agent B besitzt monotone, konvexe Präferenzen, da $\partial U_b / \partial x_i^B \geq 0$ für $i = 1, 2$ und $MRS^B = x_2^B / x_1^B$. In Graphik d) ist die Anfangsausstattung korrekt eingezeichnet, beide Indifferenzkurven verlaufen durch die Anfangsausstattung und der Verlauf beider Indifferenzkurven ist korrekt skizziert.



18. (3 Punkte) In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion $U_A(x_1^A, x_2^A) = (x_1^A)^2 + (x_2^A)^2$ und Akteur B die Nutzenfunktion $U_B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B + x_2^B$. Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (10, 40)$ bzw. $\omega^B = (40, 10)$. Betrachten Sie folgende Grafik, in der I_A und I_B die Indifferenzkurven von Agent A bzw. B bezeichnen und C, D, E, F, G jeweils Flächen bezeichnen.



Die Tauschlinie entspricht

a) F

b) F + D

c) F + E

d) D

e) E

f) C + G

richtige Lösung: f)

Die Präferenzen beider Akteure sind monoton. Daher stellt jedes Güterbündel oberhalb und rechts von I_A A besser und jedes Güterbündel unterhalb und links von I_B Akteur B besser. Alle Güterbündel, die beiden Akteure (schwach) besser stellen, sind durch demnach durch die Flächen C und G gekennzeichnet.

19. (4 Punkte) In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion $U_A(x_1^A, x_2^A) =$

$x_1^A + x_2^A$ und Akteur B die Nutzenfunktion $U_B(x_1^B, x_2^B) = 2x_1^B x_2^B$. Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (4, 1)$ beziehungsweise $\omega^B = (1, 4)$.

- a) Die Allokation $(x^A = (0, 0), x^B = (5, 5))$ ist nicht Pareto-optimal, weil Agent A sich gegenüber der Anfangsausstattung verschlechtert.
- b) Die Allokation $(x^A = (1, 1), x^B = (4, 4))$ ist nicht Pareto-optimal, weil sie nicht in der Tauschlinie liegt.
- c) Die Allokation $(x^A = (2, 2), x^B = (3, 3))$ ist eine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung, weil sich Akteur B gegenüber der Anfangsausstattung besser stellt.
- d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: d)

Die Allokation $(x^A = (0, 0), x^B = (5, 5))$ ist Pareto-optimal: Agent A kann nur besser gestellt werden, indem sich Agent B verschlechtert; Agent B konsumiert bereits alle Einheiten. Daher kann sich dieser nicht mehr besser stellen. Ebenso ist die Begründung falsch, da Pareto-optimale Güterbündel unabhängig von der Anfangsausstattungen sind. Daher ist a) falsch. Aussage **b)** ist falsch, weil die Allokation $(x^A = (1, 1), x^B = (4, 4))$ Pareto-optimal ist. Außerdem gilt, dass Pareto-optimale Güterbündel außerhalb einer Tauschlinie liegen können. Aussage **c)** ist falsch. Akteur B stellt sich zwar besser, Agent A stellt sich dafür schlechter. Somit trifft **d)** zu.

20. (4 Punkte) Die Nutzenfunktion von Agent A sei durch $U^A(x_1^A, x_2^A) = \min(x_1^A, 2x_2^A)$ gegeben. Die Nutzenfunktion von Agent B sei durch $U^B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B + x_2^B$ gegeben. Die Anfangsausstattungen seien durch $\omega^A = (2, 4)$ bzw. $\omega^B = (4, 2)$ gegeben. Das höchste Nutzenniveau, das Agent B durch freiwilligen Tausch erreichen kann, beträgt

- a) 2 ○ b) 3 ○ c) 4 ○ d) 5 ○ e) 6 ○ f) 7 ○ g) 8 ○ h) 9

richtige Lösung: h)

Das Nutzenniveau von Agent A bei Konsum der Anfangsausstattung beträgt $U^A(2, 4) = \min(2, 8) = 2$. Agent A erreicht das gleiche Nutzenniveau bei Konsum von $x_1^A = 2$ und $x_2^A = 1$, weil $U^A(2, 1) = \min(2, 2) = 2$. Die Abgabe weiterer Einheiten von Gut 2 oder die Abgabe weiterer Einheiten von Gut 1 stellt Agent A schlechter. Daher kann Agent B maximal $x_1^B = 4$ und $x_2^B = 2 + 3 = 5$ konsumieren, ohne Agent A schlechter zu stellen. Aufgrund von Agent B 's monotonen Präferenzen beträgt das höchste Nutzenniveau, das Agent B durch freiwilligen Tausch erreichen kann, $U^B(4, 5) = 9$. Daher ist **h)** korrekt.

21. (4 Punkte) Ein Monopolist steht der inversen Nachfragefunktion $p(x) = 5 - \frac{1}{2}x$ gegenüber. Seine Kostenfunktion lautet $C(x) = 3x + 1$. Die Produzentenrente beträgt

- a) 0 ○ b) $\frac{1}{2}$ ○ c) 1 ○ d) $\frac{3}{2}$ ○ e) 2 ○ f) $\frac{5}{2}$ ○ g) 3 ○ h) $\frac{7}{2}$

richtige Lösung: e)

Der Monopolist maximiert seinen Gewinn $\Pi(x) = p(x)x - C(x)$. Wir erhalten

$$\begin{aligned} MR(x) &= 5 - x \stackrel{!}{=} 3 = MC(x) \\ \Rightarrow x^M &= 2, \\ p^M &= p(2) = 4. \end{aligned}$$

Die Produzentenrente (Gewinn plus Fixkosten) beträgt

$$\Pi(2) + 1 = (4 \cdot 2 - 3 \cdot 2 - 1) + 1 = 2.$$

Daher ist **e)** richtig. Alternativer Rechenweg: Die Produzentenrente beträgt

$$\begin{aligned}
 PR &= \int_0^{x^M} (p^M - MC(x)) dx \\
 &= \int_0^2 (4 - 3) dx \\
 &= \int_0^2 1 dx \\
 &= 2.
 \end{aligned}$$

Alternativer Rechenweg auf Basis einer Skizze: Weil die marginalen Kosten konstant sind, beträgt die Produzentenrente $PR = (4 - 3) \cdot (2 - 0) = 2$.

22. **(3 Punkte)** Auf einem Markt gelte die Marktnachfragefunktion $D(p) = 20 - p$ und die Marktangebotsfunktion $S(p) = 6 + 3p$. Es wird eine Mengensteuer von $t = 2$ eingeführt, die die Anbieter an den Staat abzutreten haben. Wie hoch sind die Steuereinnahmen?

- a) 0 b) 4 c) 5 d) 10 e) 12 f) 15 g) 24 h) 30

richtige Lösung: h)

Der Bruttopreis, der von den Konsumenten gezahlt wird, laute p . Die Anbieter erhalten den Nettopreis $p^N = p - 2$. Im Gleichgewicht gilt

$$\begin{aligned}
 D(p) &= 20 - p \stackrel{!}{=} 3p = 6 + 3p^N = S(p^N) \\
 &\Rightarrow 20 = 4p \\
 &\Rightarrow p = 5.
 \end{aligned}$$

Die Nachfrage beträgt $D(5) = 20 - 5 = 15$. Die Steuereinnahmen betragen damit $15 \cdot 2 = 30$. Daher ist **h)** richtig.

23. **(3 Punkte)** Betrachten Sie folgendes simultane Spiel.

		Spieler2	
		l	r
Spieler1	o	(5, 4)	(8, 3)
	u	(5, 2)	(3, 1)

- a) $(8, 3)$ ist ein Nash-Gleichgewicht, weil $8 \geq 3$ und $3 \geq 1$.
 b) $(5, 4)$ ist ein Nash-Gleichgewicht, weil $5 \geq 5$ und $4 \geq 3$.
 c) (o, r) ist ein Nash-Gleichgewicht, weil $8 \geq 3$ und $3 \geq 1$.
 d) (o, l) ist ein Nash-Gleichgewicht, weil $5 \geq 5$ und $4 \geq 3$.
 e) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: d)

Die Strategiekombination (o, r) ist kein Gleichgewicht, weil Spieler 2 durch Wahl von Strategie l den Auszahlungsbetrag $4 > 3$ erhält. Daher ist **c)** falsch. Die Strategiekombination (o, l) ist ein Gleichgewicht, weil kein Spieler profitabel abweichen kann, denn $5 \geq 5$ (u statt o) und $3 \leq 4$ (r statt l). Daher ist **d)** richtig. Antworten **a)-b)** sind falsch, weil $(8, 3)$ und $(5, 4)$ keine Strategiekombinationen sind.

24. **(2 Punkte)** Auf einem Markt agieren die Unternehmen 1 und 2. Unternehmen 1 wählt die Menge $x_1 \in \{a, b, c\}$. Unternehmen 2 wählt die Menge $x_2 \in \{d, e, f\}$. Die hieraus resultierenden Gewinne $(\Pi_1(x_1, x_2), \Pi_2(x_1, x_2))$ sind in unten stehender Matrix dargestellt.

		Unternehmen 2		
		d	e	f
Unternehmen 1	a	(26, 9)	(22, 14)	(18, 15)
	b	(33, 7)	(27, 10)	(21, 9)
	c	(36, 5)	(28, 6)	(20, 3)

Die Stackelberg-Mengen $x^S = (x_1^S, x_2^S)$, wenn **Unternehmen 2 Führer** ist, lauten

- | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| <input type="radio"/> a) (a, d) | <input type="radio"/> d) (b, d) | <input type="radio"/> g) (c, d) |
| <input type="radio"/> b) (a, e) | <input type="radio"/> e) (b, e) | <input type="radio"/> h) (c, e) |
| <input type="radio"/> c) (a, f) | <input type="radio"/> f) (b, f) | <input type="radio"/> i) (c, f) |

richtige Lösung: f)

Unternehmen 2 antizipiert die Reaktionsfunktion von Unternehmen 1. Unternehmen 1 wählt c , falls Unternehmen 2 d wählt, weil $36 > 33, 26$. Unternehmen 1 wählt c , falls Unternehmen 2 e wählt, weil $28 > 27, 22$. Unternehmen 1 wählt b , falls Unternehmen 2 f wählt, weil $21 > 20, 18$. Somit kann Unternehmen 2 nur noch die Auszahlungen 5, 6, 9 erzielen, falls es d, e, f wählt. Da $9 > 6, 5$ wählt Unternehmen 2 f . Unternehmen 1 wählt folglich b . Somit lauten die Stackelberg-Mengen (b, f) .

Alternative Lösung:

Unternehmen 2 antizipiert die Reaktionsfunktion von Unternehmen 1. Diese lautet

$$x_1^R(x_2) = \begin{cases} c & , \text{ falls } x_2 = d \\ c & , \text{ falls } x_2 = e , \\ b & , \text{ falls } x_2 = f \end{cases}$$

weil $36 > 33, 26$ ($x_2 = d$); $28 > 27, 22$ ($x_2 = e$); $21 > 20, 18$ ($x_2 = f$). Die reduzierte Gewinnfunktion von Unternehmen 2 lautet damit

$$\Pi_2^R(x_2) = \Pi_2(x_1^R(x_2), x_2) = \begin{cases} 5 & , \text{ falls } x_2 = d \\ 6 & , \text{ falls } x_2 = e . \\ 9 & , \text{ falls } x_2 = f \end{cases}$$

Gewinnmaximal für Unternehmen 2 ist demnach die Menge $x_2^S = f$. Unternehmen 1 wählt $x_1^S = x_1^R(x_2^S) = x_1^R(f) = b$.

25. **(2 Punkte)** Auf einem Markt agieren die Unternehmen 1 und 2. Unternehmen 1 wählt die Menge $x_1 \in \{a, b, c\}$. Unternehmen 2 wählt die Menge $x_2 \in \{d, e, f\}$. Die hieraus resultierenden Gewinne

$(\Pi_1(x_1, x_2), \Pi_2(x_1, x_2))$ sind in unten stehender Matrix dargestellt.

		Unternehmen 2		
		d	e	f
Unternehmen 1	a	(26, 9)	(22, 14)	(18, 15)
	b	(33, 7)	(27, 10)	(21, 9)
	c	(36, 5)	(28, 6)	(20, 3)

Die Cournot-Mengen $x^C = (x_1^C, x_2^C)$ lauten

- | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| <input type="radio"/> a) (a, d) | <input type="radio"/> d) (b, d) | <input type="radio"/> g) (c, d) |
| <input type="radio"/> b) (a, e) | <input type="radio"/> e) (b, e) | <input type="radio"/> h) (c, e) |
| <input type="radio"/> c) (a, f) | <input type="radio"/> f) (b, f) | <input type="radio"/> i) (c, f) |

richtige Antwort: h)

Beide Unternehmen wählen simultan ihre Mengen. Die Strategiekombination (c, e) ist ein Gleichgewicht, weil $28 > 27, 22$ und $6 > 5, 3$. Die Strategiekombination (c, e) ist das einzige Gleichgewicht, weil in allen anderen Strategiekombination mindestens ein Spieler profitabel von seiner Strategie abweichen kann. In z.B. (a, d) steigert Spieler 1 seinen Auszahlungsbetrag von 26 auf 36, wenn er statt der Strategie a die Strategie c wählt. Die Cournot-Mengen lauten also (c, e) .

26. **(3 Punkte)** Drei Personen leben gemeinsam in einer WG. Alle drei erfreuen sich am Anblick von Pflanzen im gemeinsam genutzten Wohnzimmer. Elisa und Kathi haben jeweils eine maximale Zahlungsbereitschaft von 3 pro Wohnzimmerpflanze. Nicos maximale Zahlungsbereitschaft beträgt 12 pro Wohnzimmerpflanze. Die Kosten zur Anschaffung von x Wohnzimmerpflanzen belaufen sich auf $C(x) = x^2 + 19$. Wie groß ist die Pareto-optimale Anzahl an Wohnzimmerpflanzen?

- | | | | | |
|---|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| <input type="radio"/> a) 0 | <input type="radio"/> b) 9 | <input type="radio"/> c) 10 | <input type="radio"/> d) 11 | <input type="radio"/> e) 12 |
| <input type="radio"/> f) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt. | | | | |

richtige Lösung: b)

Die aggregierte marginale Zahlungsbereitschaft der drei Personen für eine Wohnzimmerpflanze beträgt $AMZB(x) = 2 \cdot 3 + 12 = 18$. Da die Kosten konvex sind, finden wir die optimale Anzahl an Wohnzimmerpflanzen über den Ansatz

$$\begin{aligned}
 AMZB(x) &\stackrel{!}{=} MC(x) \\
 18 &= 2x \\
 x^* &= 9.
 \end{aligned}$$

Also ist **b)** die richtige Antwort.

27. **(4 Punkte)** In unmittelbarer Nähe einer Müllverbrennungsanlage M , deren Gewinnfunktion

$$\Pi^M(x) = 8x - x^2$$

lautet, betreibt ein Unternehmen W , dessen Gewinnfunktion

$$\Pi^W(x, y) = 12y - \frac{1}{2}y^2 - xy$$

lautet, eine Wohnanlage. Dabei steht y für die Anzahl der vermieteten Wohnungen und x für die in der Müllverbrennungsanlage verbrannte Menge Müll. Bei Schadensrecht beträgt die Anzahl der vermieteten Wohnungen

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5 f) 6 g) 7 h) 8

richtige Lösung: h)

Bei Schadensrecht maximiert M den Gewinn $\Pi^M(x) = 8x - x^2$. Wir erhalten

$$\begin{aligned}\frac{d\Pi^M(x)}{dx} &= 8 - 2x \stackrel{!}{=} 0 \\ &\Rightarrow x = 4.\end{aligned}$$

Unternehmen W maximiert $\Pi^W(4, y) = 12y - \frac{1}{2}y^2 - 4y = 8y - \frac{1}{2}y^2$. Wir erhalten

$$\begin{aligned}\frac{d\Pi^W(4, y)}{dy} &= 8 - y \stackrel{!}{=} 0 \\ &\Rightarrow y = 8.\end{aligned}$$

Also ist **h)** richtig.