1. **(3 Punkte)** Betrachten Sie die Nutzenfunktionen $U_1(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)\, x_3$ und $U_2(x_1, x_2, x_3) = \left(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}\right) \sqrt{x_3}$.

   ❍ a) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil U_1 durch die monoton steigende Transformation $\tau(U) = \sqrt{U}$ in U_2 überführt wird.

   ❍ b) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil die Indifferenzkurven identisch aussehen.

   ❍ c) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil $U_1(0,0,0) = U_2(0,0,0)$.

   ❍ d) Die beiden Nutzenfunktionen sind nicht äquivalent. Dies lässt sich anhand der Güterbündel $(1,1,1)$ und $(0,2,1)$ begründen.

   ❍ e) Die beiden Nutzenfunktionen sind nicht äquivalent. Dies lässt sich anhand der Güterbündel $(1,0,1)$ und $(2,0,1)$ begründen.

   richtige Lösung: d)

   Aufgrund von $U_1(1,1,1) = 2 = U_1(0,2,1)$ und $U_2(1,1,1) = 2 > \sqrt{2} = U_2(0,2,1)$ sind U_1 und U_2 nicht äquivalent. Daher sind **a)-c)** falsch und **d)** ist richtig. Anhand der Güterbündel $(1,0,1)$ und $(2,0,1)$ lässt sich nicht begründen, dass U_1 und U_2 nicht äquivalent sind, weil $U_1(1,0,1) = 1 < 2 = U_1(2,0,1)$ und $U_2(1,0,1) = 1 < \sqrt{2} = U_2(2,0,1)$ gilt und somit Güterbündel $(2,0,1)$ dem Güterbündel $(1,0,1)$ sowohl unter U_1 als auch unter U_2 vorgezogen wird.

2. **(4 Punkte)** Holgers Nutzenfunktion ist gegeben durch

   $$U(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + 2\sqrt{x_2}.$$

   Sein Einkommen beträgt $m = 18$. Die Preise betragen $p_1 = 2$, $p_2 = 1$. Das Haushaltsoptimum (x_1^*, x_2^*) lautet

   ❍ a) $(9, 0)$ ❍ b) $(7, 4)$ ❍ c) $(5, 8)$ ❍ d) $(3, 12)$ ❍ e) $(1, 16)$ ❍ f) $(0, 18)$

   richtige Lösung: e)
   Die Präferenzen sind monoton, weil $MU_1 = \frac{1}{2\sqrt{x_1}} \geq 0$ und $MU_2 = \frac{1}{\sqrt{x_2}} \geq 0$. Die MRS lautet

   $$MRS = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{\sqrt{x_2}}{2\sqrt{x_1}}.$$

   Aufgrund von Monotonie sinkt x_2 entlang der Indifferenzkurve, wenn x_1 steigt. Demnach nimmt die MRS mit steigendem x_1 (und mit fallendem x_2) ab. Die Präferenzen sind konvex und das Haushaltsoptimum lässt sich bestimmen durch das Einsetzen von

   $$\begin{aligned} MRS = \frac{\sqrt{x_2}}{2\sqrt{x_1}} &\stackrel{!}{=} \frac{2}{1} = \frac{p_1}{p_2} = MOC \\ &\Rightarrow x_2 = 16 x_1 \end{aligned}$$

   in die Budgetgleichung

   $$\begin{aligned} p_1 x_1 + p_2 x_2 = 2 \cdot x_1 + 1 \cdot 16 x_1 = 18 x_1 &= 18 = m \\ \Rightarrow x_1^* &= \frac{18}{18} = 1. \end{aligned}$$

   Wir erhalten $x_2^* = 16 x_1^* = 16$ und damit das Haushaltsoptimum $(x_1^*, x_2^*) = (1, 16)$.

3. **(2 Punkte)** Betrachten Sie die Nutzenfunktion $U(x_1, x_2) = x_1^2 - \frac{1}{x_2}$.

❍ a) Die Präferenzen sind monoton.

❍ b) Gut 1 ist ein Ungut, Gut 2 nicht.

❍ c) Gut 2 ist ein Ungut, Gut 1 nicht.

❍ d) Sowohl Gut 1 als auch Gut 2 sind Ungüter.

richtige Lösung: a)
Der marginale Nutzen von Gut 1 ist $MU_1 = 2x_1 \geq 0$. Daher ist Gut 1 kein Ungut. Weil $MU_2 = \frac{1}{x_2^2} > 0$ gilt, ist Gut 2 kein Ungut. Die Präferenzen sind also monoton. Daher ist **a)** richtig.

4. **(3 Punkte)** Leas Nutzenfunktion ist gegeben durch

$$U(x_1, x_2) = \min(x_1, 4x_2).$$

Ihr Einkommen sei m, die Preise von Gut 1 bzw. Gut 2 seien p_1 und p_2. Die Engelkurve für Gut 2 lautet

❍ a) $x_2(p_2) = 4x_1$

❍ b) $x_2(p_2) = \frac{m - p_1 x_1}{p_2}$

❍ c) $x_2(p_2) = \frac{4m}{4p_1 + p_2}$

❍ d) $x_2(p_2) = \frac{m}{4p_1 + p_2}$

❍ e) $x_2(m) = 4x_1$

❍ f) $x_2(m) = \frac{m - p_1 x_1}{p_2}$

❍ g) $x_2(m) = \frac{4m}{4p_1 + p_2}$

❍ h) $x_2(m) = \frac{m}{4p_1 + p_2}$

richtige Lösung: h)
Im Haushaltsoptimum gilt $x_1 = 4x_2$. Einsetzen in $m = p_1 x_1 + p_2 x_2$ liefert

$$m = 4p_1 x_2 + p_2 x_2 = (4p_1 + p_2) x_2$$
$$\Rightarrow x_2(m) = \frac{m}{4p_1 + p_2}.$$

Daher ist **h)** richtig.

5. **(2 Punkte)** Sabine muss sich zwischen einer Lotterie $L = [12, 0; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ und einem sicheren Auszahlungsbetrag in Höhe von 5 entscheiden.

❍ a) Sabine entscheidet sich für die Lotterie L, weil $E(L) > 5$.
❍ b) Sabine entscheidet sich für die Lotterie L, weil $E(L) < 5$.
❍ c) Sabine entscheidet sich für die Lotterie L, wenn $E_u(L) > 5$.
❍ d) Sabine entscheidet sich für die Lotterie L, wenn $E_u(L) > u(5)$.

richtige Lösung: d)
Wenn der erwartete Nutzen der Lotterie den erwarteten Nutzen des sicheren Auszahlungsbetrages übersteigt, wenn also $E_u(L) > u(5) = E_u([5; 1])$ gilt, dann spielt Sabine die Lotterie.

6. **(4 Punkte)** Betrachten Sie die vNM-Nutzenfunktion $u(x) = x^2$ und die Lotterie $L = \left[10, 2; \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$. Die Risikoprämie beträgt

❍ a) -2 ❍ b) $-\frac{4}{3}$ ❍ c) $-\frac{1}{2}$ ❍ d) 0 ❍ e) $\frac{1}{2}$ ❍ f) $\frac{4}{3}$ ❍ g) 2

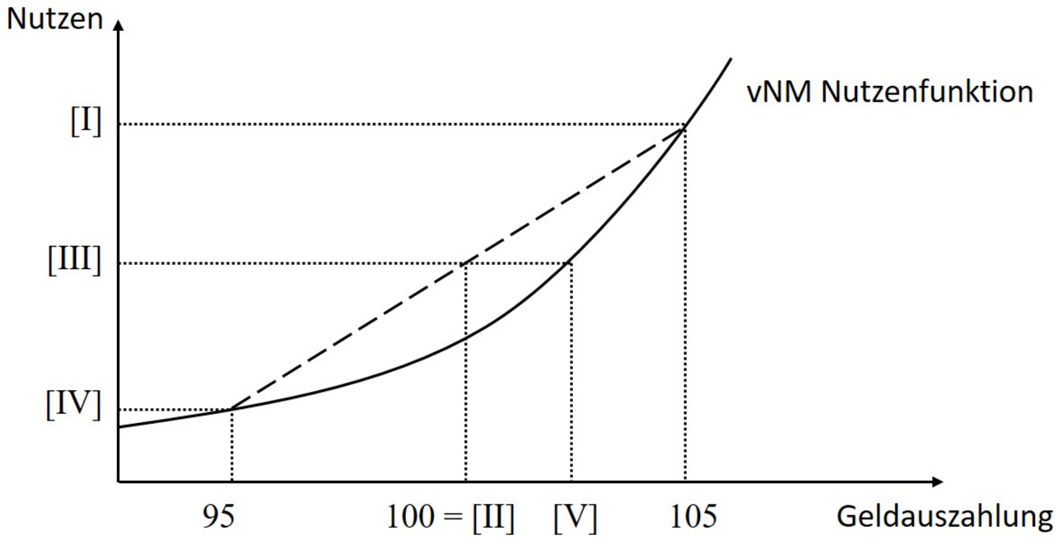
richtige Lösung: b)

Der Erwartungswert der Lotterie ist $E(L) = \frac{1}{3} \cdot 10 + \frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{14}{3}$. Das Sicherheitsäquivalent CE erfüllt

$$u(CE) = E_u(L)$$
$$CE^2 = \frac{1}{3} \cdot 10^2 + \frac{2}{3} \cdot 2^2$$
$$CE^2 = \frac{108}{3} = 36$$
$$\Rightarrow CE = 6.$$

Die Risikoprämie beträgt damit $RP = E(L) - CE = \frac{14}{3} - \frac{18}{3} = -\frac{4}{3}$. Daher ist **b)** richtig.

7. **(2 Punkte)** Betrachten Sie die Lotterie $L = \left[95, 105; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ und die in der Abbildung dargestellte vNM-Nutzenfunktion.



[IV] bezeichnet

❍ a) $CE(L)$ ❍ b) $E(L)$ ❍ c) $u(105)$ ❍ d) $u(95)$ ❍ e) $u(E(L))$ ❍ f) $E_u(L)$

❍ g) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: d)
[IV] bezeichnet $u(95)$.

8. **(2 Punkte)** Ein Ein-Personen-Haushalt, der zwei Güter 1 und 2 konsumiert, verfügt über ein (Brutto-) Einkommen von m. Die (Netto-) Preise betragen p_1, p_2. Der Staat erhebt eine Kopfsteuer in Höhe von T, eine Stücksteuer t_1 auf Gut 1 sowie eine Mehrwertsteuer τ_2 für Gut 2. Die Budgetrestriktion lautet

❍ a) $(p_1 + t_1)x_1 + (p_2 + \tau_2)x_2 \leq m + T$ ❍ e) $(p_1 + t_1)x_1 + (p_2 + \tau_2)x_2 \leq m - T$

❍ b) $p_1(1 + t_1)x_1 + (p_2 + \tau_2)x_2 \leq m + T$ ❍ f) $p_1(1 + t_1)x_1 + (p_2 + \tau_2)x_2 \leq m - T$

❍ c) $(p_1 + t_1)x_1 + p_2(1 + \tau_2)x_2 \leq m + T$ ❍ g) $(p_1 + t_1)x_1 + p_2(1 + \tau_2)x_2 \leq m - T$

❍ d) $p_1(1 + t_1)x_1 + p_2(1 + \tau_2)x_2 \leq m + T$ ❍ h) $p_1(1 + t_1)x_1 + p_2(1 + \tau_2)x_2 \leq m - T$

richtige Lösung: g)
Ohne Steuern lautet die Budgetristriktion $p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$. Die Kopfsteuer reduziert das verfügbare Einkommen m um T. Die Stücksteuer erhöht den Preis von Gut 1 um den Summanden t_1. Die Mehrwertsteuer τ_2 erhöht den Preis von Gut 2 um den Faktor $(1 + \tau_2)$. Demnach lautet die neue Budgetristriktion $(p_1 + t_1)\, x_1 + p_2(1 + \tau_2)x_2 \leq m - T$. Somit ist **g)** richtig.

9. **(4 Punkte)** Die Nutzenfunktion eines Haushaltes laute $U(x_1, x_2) = x_1x_2$. Das Haushaltsoptimum ist also gegeben durch

$$x_1\,(p_1, p_2, m) = \frac{m}{2p_1},\ x_2\,(p_1, p_2, m) = \frac{m}{2p_2}.$$

Die Preise betragen zunächst $p_1 = 1, p_2 = 4$. Das Einkommen beträgt $m = 12$. Es steht eine Preisveränderung bei beiden Güter auf $p_1 = 2$ bzw. $p_2 = 2$ an. Die äquivalente Variation beträgt

❍ a) 0 ❍ b) 2 ❍ c) 4 ❍ d) 6 ❍ e) 8 ❍ f) 10 ❍ g) 12

richtige Lösung: a)
Nach der Preisveränderung lautet das Haushaltsoptimum $(x_1^*, x_2^*) = (3,3)$ und der Nutzen beträgt $U(3,3) = 9$. Die äquivalente Variation EV erfüllt

$$\begin{aligned} U\left(\frac{12-EV}{2\cdot 1}, \frac{12-EV}{2\cdot 4}\right) &= 9 \\ \frac{(12-EV)^2}{16} &= 9 \\ \frac{12-EV}{4} &= 3 \\ \Rightarrow EV &= 0. \end{aligned}$$

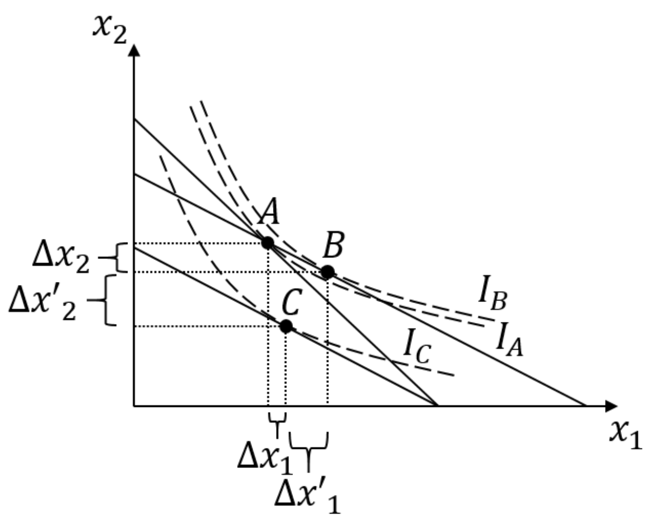
Daher ist **a)** richtig.

10. **(3 Punkte)** Ein Haushalt hat die Nutzenfunktion $U(x_1, x_2) = x_1$. Er verfügt über ein Einkommen m. Die Preise sind p_1 und p_2. Die Einkommens-Konsum-Kurve lautet

❍ a) $x_1(m) = \frac{m}{p_1}$
❍ b) $x_2(m) = \frac{m}{p_2}$
❍ c) $\left(0, \frac{m}{p_2}\right)$
❍ d) $\left(\frac{m}{p_1}, 0\right)$
❍ e) $\left(\frac{m}{p_1}, \frac{m}{p_2}\right)$
❍ f) $x_2(x_1) = \frac{m}{p_2}$
❍ g) $x_2(x_1) = 0$
❍ h) $x_1(x_2) = 0$

richtige Lösung: g)
Der Haushalt konsumiert nur Gut 1. Der Konsum von Gut 2 beträgt $x_2 = 0$. Daher lautet die Einkommens-Konsum-Kurve $x_2(x_1) = 0$.

11. **(2 Punkte)** Betrachten Sie folgende Grafik, in der I_i die zu Güterbündel $i \in \{A, B, C\}$ gehörende Indifferenzkurve bezeichnet. Budgetgeraden werden durch die durchgezogenen Geraden dargestellt. Nehmen Sie an, dass sich das Haushaltsoptimum bei den Preisen p_1, p_2 im Punkt A befindet. In der Grafik wird die Preiserhöhung von p_2 auf $p_2^h > p_2$ dargestellt.



❍ a) Der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist $\Delta x'_2$, der absolute Substitutionseffekt von Gut 2 ist $\Delta x_2 + \Delta x'_2$.
❍ b) Der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist $\Delta x_2 + \Delta x'_2$, der absolute Substitutionseffekt von Gut 2 ist Δx_2.
❍ c) Der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist Δx_2, der absolute Substitutionseffekt von Gut 2 ist $\Delta x'_2$.

❍ d) Der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist $\Delta x_2'$, der absolute Substitutionseffekt von Gut 2 ist Δx_2.

richtige Lösung: d)

Das neue Haushaltsoptimum bei Preisen p_1, p_2^h ist gegeben durch C. Beim Substitutionseffekt wird angenommen, dass sich der Haushalt das alte Haushaltsoptimum A trotz Preisänderung leisten kann. Die Budgetgrade rotiert also um A (gegen den Uhrzeigersinn), wenn p_2 steigt. Der optimale Konsum verschiebt sich folglich von A nach B. Der absolute Substitutionseffek von Gut 2 ist demnach Δx_2. Da sich der Haushalt Güterbündel B nach der Preiserhöhung nicht leisten kann, verschiebt sich der optimale Konsum von B nach C. Der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist also $\Delta x_2'$. Daher ist **d)** richtig.

12. **(2 Punkte)** Betrachten Sie die Kostenfunktion $C(y) = 2y + 4\sqrt{y}$. Die Durchschnittskosten bei $y = 4$ Einheiten betragen

❍ a) 1 ❍ b) 2 ❍ c) 3 ❍ d) 4 ❍ e) 5 ❍ f) 6

❍ g) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: d)

Die Durchschnittskosten bei $y = 4$ Einheiten betragen $AC(4) = \frac{C(4)}{4} = 2 + \frac{4}{\sqrt{4}} = 4$. Somit ist **d)** richtig.

13. **(3 Punkte)** Ein Unternehmen produziert die Ausbringungsmenge y zu Kosten von $C(y) = 20y + 40\sqrt{y}$. Wie hoch ist der Gewinn des preisnehmenden Unternehmens bei einem Preis von 15?

❍ a) -240 ❍ b) 0 ❍ c) 16 ❍ d) 60 ❍ e) 160 ❍ f) 240 ❍ g) 320 ❍ h) 480

richtige Lösung: b)

Die Grenzkosten $MC(y) = 20 + \frac{20}{\sqrt{y}} > 15$ liegen für alle $y \in [0, \infty)$ oberhalb des Preises. Daher produziert das Unternehmen die Menge $y = 0$. Der Gewinn beträgt $\Pi(0) = 15 \cdot 0 - C(0) = 0$. Somit ist **b)** richtig.

14. **(4 Punkte)** Betrachten Sie die Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Die Faktorpreise sind $w_1 = 5$, $w_2 = 4$. Die Kosten bei einer Produktion von $y = 5$ Einheiten betragen

❍ a) 0 ❍ b) 2 ❍ c) 4 ❍ d) 8 ❍ e) 12 ❍ f) 16 ❍ g) 25 ❍ h) 40

❍ i) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: i)

Die marginale Rate der technischen Substitution lautet $MRTS = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{x_2}{x_1}$. Wenn x_1 steigt, muss x_2 bei konstantem Produktionsniveau fallen. Die marginale Rate der technischen Substitution nimmt mit steigendem x_1 also ab. Falls $MRTS > \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je mehr von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Bei $MRTS < \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je weniger von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Der optimale Einsatz der Produktionsfaktoren erfüllt

$$MRTS = \frac{x_2}{x_1} \stackrel{!}{=} \frac{w_1}{w_2} = MOC$$
$$x_2 = \frac{5}{4} x_1.$$

Um $y = 5$ Einheiten zu produzieren, werden also

$$\begin{aligned} 5 &= x_1 \cdot \frac{5}{4} x_1 \\ 4 &= x_1^2 \\ \Rightarrow x_1 &= 2 \end{aligned}$$

Einheiten von Faktor 1 und $x_2 = \frac{5}{4} \cdot 2 = \frac{5}{2}$ Einheiten von Faktor 2 eingesetzt. Die Kosten bei $y = 5$ betragen $C(5) = 5 \cdot 2 + 4 \cdot \frac{5}{2} = 10 + 10 = 20$. Daher ist **i)** richtig.

15. **(3 Punkte)** Ein Monopolist steht der inversen Nachfragefunktion $p(y) = 10 - \frac{y}{2}$ gegenüber. Seine Kostenfunktion lautet $C(y) = 2y + 2$. Der gewinnmaximale Preis beträgt

   ❍ a) 1 ❍ b) 2 ❍ c) 3 ❍ d) 4 ❍ e) 5 ❍ f) 6 ❍ g) 7 ❍ h) 8

   richtige Lösung: f)

   Die Gewinnfunktion des Monopolisten ist $\Pi(y) = (10 - \frac{y}{2}) \cdot y - 2y - 2 = (8 - \frac{y}{2})y - 2$. Die Gewinnmaximierungsbedingung erster Ordnung $\Pi'(y) = 8 - y \stackrel{!}{=} 0$ führt zu der Monopolmenge $y^M = 8$. Der gewinnmaximale Preis beträgt $p(8) = 6$. Daher ist **f)** richtig.

16. **(3 Punkte)** Gegeben seien drei inverse Nachfragefunktionen $p(q_1) = 30 - 3q_1$, $p(q_2) = 24 - 6q_2$ und $p(q_3) = 15 - q_3$. Die aggregierte Marktnachfrage bei $p = 18$ lautet

   ❍ a) -3 ❍ b) -2 ❍ c) -1 ❍ d) 0 ❍ e) 1 ❍ f) 2 ❍ g) 3 ❍ h) 4 ❍ i) 5

   richtige Lösung: i)

   Bei $p = 18$ übersteigt der Preis den Prohibitivpreis 15 der dritten inversen Nachfragefunktion. Wir erhalten $q_1(p) = 10 - \frac{p}{3}$, $q_2(p) = 4 - \frac{p}{6}$ und $q_3(p) = 0$ bei $p = 18$. Die aggregierte Nachfrage beträgt also $q_1(18) + q_2(18) + q_3(18) = 4 + 1 + 0 = 5$. Daher ist **i)** richtig.

17. **(4 Punkte)** Ein Unternehmen hat die Möglichkeit auf einem Markt zu agieren. Die langfristige Kostenfunktion des Unternehmens lautet

   $$C(y) = \begin{cases} \frac{1}{3}y^3 + \frac{2}{3}, & y > 0 \\ 0, & y = 0 \end{cases}.$$

   Wie hoch muss der Marktpreis mindestens sein, damit das Unternehmen eine positive Menge anbietet?

   ❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 5 ❍ g) 6

   richtige Lösung: b)

   Falls das Unternehmen eine positive Menge $y > 0$ anbietet, muss im Gewinnmaximum

   $$\begin{aligned} p &\stackrel{!}{=} y^2 = MC(y) \\ \Rightarrow y &= \sqrt{p} \end{aligned}$$

   gelten. Das Unternehmen bietet eine positive Menge an, falls $AC(y) \leq p \stackrel{!}{=} y^2 = MC(y)$ gilt. Umformen und Einsetzen ergibt

   $$\begin{aligned} AC(y) = \frac{1}{3}y^2 + \frac{2}{3y} &\leq y^2 = MC(y) \\ \frac{2}{3y} &\leq \frac{2}{3}y^2 \\ 1 &\leq y^3 \\ \Rightarrow 1 &\leq p^{3/2} \\ 1 &\leq p. \end{aligned}$$

Daher muss der Marktpreis mindestens 1 sein. Somit ist **b)** korrekt.

18. **(2 Punkte)** Ein Unternehmen produziert ein Gut mit einem Faktor. Die Produktionsfunktion lautet $y = f(x) = \sqrt{x}$. Der Faktorpreis w und der Verkaufspreis p des Gutes sind fest vorgegeben.

❍ a) Es liegen konstante Skalenerträge vor.

❍ b) Es liegen wachsende Skalenerträge vor.

❍ c) Es liegen fallende Skalenerträge vor.

❍ d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.
richtige Lösung: c)
Für alle $t > 1$ gilt $f(tx) = \sqrt{tx} = \sqrt{t}\sqrt{x} < t\sqrt{x} = tf(x)$. Daher liegen fallende Skalenerträge vor. Somit ist **c)** korrekt.

19. **(2 Punkte)** Ein Unternehmen besitzt die Produktionsfunktion

$$y = f(x_1, x_2) = x_1^{\frac{3}{5}} \cdot x_2^{\frac{1}{3}}.$$

Die Produktionselastizität des zweiten Produktionsfaktors beträgt

❍ a) $\frac{1}{5}$ ❍ b) $\frac{1}{3}$ ❍ c) $\frac{3}{5}$ ❍ d) $\frac{4}{5}$ ❍ e) $\frac{5}{3}$ ❍ f) 3

❍ g) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.
richtige Lösung: b)
Es gilt

$$\begin{aligned}\varepsilon_{y,x_2} &= \frac{\partial y}{\partial x_2} \cdot \frac{x_2}{y} \\ &= \frac{1}{3} x_1^{\frac{3}{5}} x_2^{-\frac{2}{3}} \cdot \frac{x_2}{x_1^{\frac{3}{5}} x_2^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{3}.\end{aligned}$$

Somit ist **b)** richtig.

20. **(4 Punkte)** Die Produktionsfunktion sei durch $y = f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + 2\sqrt{x_2}$ gegeben. Es bezeichnen w_1 und w_2 die Faktorpreise sowie p den Güterpreis. Die Faktornachfragefunktion für den Produktionsfaktor 1 lautet

❍ a) $x_1(w_1) = \frac{p^2}{4w_1^2}$ ❍ c) $x_1(w_1) = \frac{w_1}{p}$ ❍ e) $x_1(w_1) = \frac{2w_2}{w_1}$

❍ b) $x_1(w_1) = \frac{p}{w_1}$ ❍ d) $x_1(w_1) = x_2$ ❍ f) $x_1(w_1) = \frac{4w_1^2}{p^2}$

richtige Lösung: a)
Die Produkionsfunktion ist konkav in x_1. Im Gewinnmaximum gilt daher

$$\begin{aligned}p \cdot MP_1 = p\frac{1}{2\sqrt{x_1}} &\overset{!}{=} w_1 \\ \Rightarrow x_1(w_1) &= \frac{p^2}{4w_1^2}.\end{aligned}$$

21. **(2 Punkte)** In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion $U_A\left(x_1^A, x_2^A\right) = x_1^A + x_2^A$ und Akteur B die Nutzenfunktion $U_B\left(x_1^B, x_2^B\right) = x_1^B x_2^B$. Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (9, 1)$ beziehungsweise $\omega^B = (1, 9)$.

❍ a) Die Allokation $\left(x^A = (2,2), x^B = (8,8)\right)$ liegt in der Tauschlinse.

❍ b) Die Allokation $\left(x^A = (4,4), x^B = (6,6)\right)$ liegt in der Tauschlinse.

❍ c) Die Allokation $\left(x^A = (6,6), x^B = (4,4)\right)$ liegt in der Tauschlinse.

❍ d) Die Allokation $\left(x^A = (8,8), x^B = (2,2)\right)$ liegt in der Tauschlinse.

❍ e) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.
richtige Lösung: c)
Bei der Anfangsausstattung betragen die Nutzen $U_A(9,1) = 10$ und $U_B(1,9) = 9$. Eine Allokation liegt in der Tauschlinse, falls sowohl A als auch B ein schwach höheres Nutzenniveau erhalten. Bei **a)** gilt $U_A(2,2) = 4 < 10$, bei **b)** $U_A(4,4) = 8 < 10$. Daher sind **a)** und **b)** falsch. Bei **c)** gilt $U_A(6,6) = 12 > 10$ und $U_B(4,4) = 16 > 9$. Somit ist **c)** korrekt. Bei **d)** gilt $U_B(2,2) = 4 < 9$. Daher ist **d)** falsch.

22. **(2 Punkte)** In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion $U_A\left(x_1^A, x_2^A\right) = x_1^A + x_2^A$ und Akteur B die Nutzenfunktion $U_B\left(x_1^B, x_2^B\right) = x_1^B x_2^B$. Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (9,1)$ beziehungsweise $\omega^B = (1,9)$.

❍ a) Die Allokation $\left(x^A = (2,8), x^B = (8,2)\right)$ ist Pareto-optimal.

❍ b) Die Allokation $\left(x^A = (4,6), x^B = (6,4)\right)$ ist Pareto-optimal.

❍ c) Die Allokation $\left(x^A = (5,5), x^B = (5,5)\right)$ ist Pareto-optimal.

❍ d) Die Allokation $\left(x^A = (6,4), x^B = (4,6)\right)$ ist Pareto-optimal.

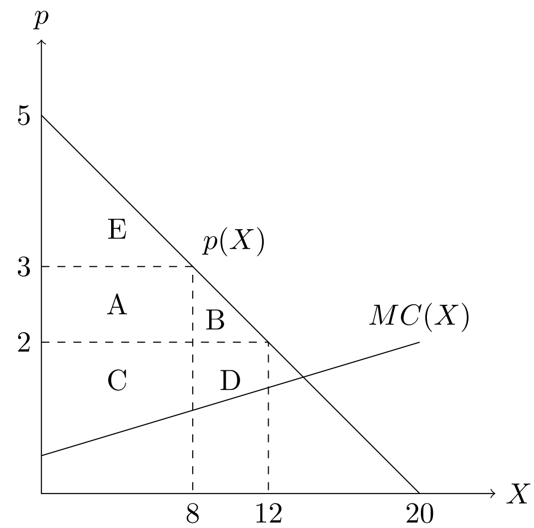
❍ e) Die Allokation $\left(x^A = (8,2), x^B = (2,8)\right)$ ist Pareto-optimal.

❍ f) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.
richtige Lösung: c)
Akteur A hat monotone Präferenzen, weil $MU_1^A = 1 > 0$ und $MU_2^A = 1 > 0$. Es gilt $MRS^A = 1$. Daher sind A's Präferenzen monoton und (schwach) konvex. Akteur B hat monotone Präferenzen, weil $MU_1^B = x_2^B \geq 0$ und $MU_2^B = x_1^B \geq 0$. Es gilt $MRS^B = \frac{x_2^B}{x_1^B}$. Wenn x_1^B steigt, muss x_2^B bei konstantem Nutzenniveau fallen. Daher veringert sich MRS^B mit steigendem x_1^B. Die Präferenzen von B sind also konvex (und monoton). Eine Pareto-optimale Allokation erfüllt daher

$$MRS^B \overset{!}{=} MRS^A$$
$$\frac{x_2^B}{x_1^B} = 1$$
$$\Rightarrow x_2^B = x_1^B.$$

Da diese Bedinung von allen in **a)**, **b)**, **d)**, **e)** genannten Allokationen verletzt wird, sind **a)**, **b)**, **d)**, **e)** falsch. In der in **c)** genannten Allokation gilt $x_2^B = x_1^B$. Zusätzlich gilt $x_1^A + x_1^B = 10 = \omega_1^A + \omega_1^B$ und $x_2^A + x_2^B = 10 = \omega_2^A + \omega_2^B$. Daher ist **c)** korrekt.

23. **(2 Punkte)** Die Nachfrage auf einem Markt ist durch die inverse Nachfragefunktion $p(X) = 5 - \frac{1}{4} \cdot X$ gegeben. Der Preis sinkt von 3 auf 2. Betrachten Sie folgende Grafik, in der A, B, C, D, E jeweils eine Fläche angeben.



Die Änderung der Produzentenrente aufgrund der Preisänderung beträgt

❍ a) $-(A+B)$ ❍ c) $D-A$ ❍ e) $B+D$ ❍ g) $A+B+E$

❍ b) $-A$ ❍ d) $C+D$ ❍ f) $A+B$

richtige Antwort: c)
Die Fläche A geht aufgrund der Preisreduktion verloren. Hinzu kommt die Fläche D aufgrund der durch die Preisreduktion induzierten Mengensteigerung. Daher ist **c)** richtig.

24. **(4 Punkte)** Ein Monopolist betreibt Preisdiskriminierung dritten Grades. Die inverse Nachfragefunktion auf Markt 1 ist durch $p_1(x_1) = 12 - 2x_1$ gegeben. Auf Markt 2 verlangt der Monopolist den Preis $p_2 = 6$. Die konstanten Grenz- und Stückkosten des Monopolisten betragen 4.

❍ a) Die Preiselastizität der Nachfrage ist auf beiden Märkten gleich hoch.
❍ b) Es gelten $|\epsilon_{x_1,p_1}| > |\epsilon_{x_2,p_2}|$ und $p_1 > p_2$.
❍ c) Es gelten $|\epsilon_{x_1,p_1}| < |\epsilon_{x_2,p_2}|$ und $p_1 > p_2$.
❍ d) Es gelten $|\epsilon_{x_1,p_1}| > |\epsilon_{x_2,p_2}|$ und $p_1 < p_2$.
❍ e) Es gelten $|\epsilon_{x_1,p_1}| < |\epsilon_{x_2,p_2}|$ und $p_1 < p_2$.
❍ f) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: c)
Die Erlösfunktion für Markt 1 lautet $R_1(x_1) = (12 - 2x_1)\, x_1$. Der Gesamtgewinn beträgt $\Pi(x_1, x_2) = R_1(x_1) + R(x_2) - 4(x_1 + x_2)$. Im Gewinnmaximum gilt

$$\frac{\partial \Pi}{x_1} = MR_1(x_1) - 4 \overset{!}{=} 0$$
$$\frac{\partial \Pi}{x_2} = MR_2(x_2) - 4 \overset{!}{=} 0$$

und somit $MR_1(x_1) = MR_2(x_2)$. Auflösen der ersten Gleichung $12 - 4x_1 - 4 = 0$ liefert $x_1^M = 2$ und $p_1(2) = 8 > 6 = p_2$. Ferner gilt für Markt $i \in \{1, 2\}$ im Gewinnmaximum

$$\begin{aligned} MR_i &= \frac{\partial p_i}{\partial x_i} x_i + p_i \\ &= p_i \left(\frac{\partial p_i}{\partial x_i} \frac{x_i}{p_i} + 1 \right) \\ &= p_i \left(1 - \frac{1}{|\epsilon_{x_1,p_1}|} \right) \overset{!}{=} 4. \end{aligned}$$

Aufgrund von $p_1(2) = 8 > 6 = p_2$ erhalten wir daher $|\epsilon_{x_1,p_1}| < |\epsilon_{x_2,p_2}|$. Somit ist **c)** richtig.

25. **(3 Punkte)** Betrachten Sie folgendes simultane Spiel.

		Spieler 2 l	Spieler 2 r
Spieler 1	o	(7,0)	(5,1)
	u	(8,2)	(4,8)

❍ a) u ist eine dominante Strategie, weil $8 > 1$ und $8 > 7$.

❍ b) u ist eine dominante Strategie, weil $4 < 5$ und $8 > 7$.

❍ c) r ist eine dominante Strategie, weil $1 > 0$ und $5 > 4$.

❍ d) l ist eine dominante Strategie, weil $8 > 4$ und $2 > 0$.

❍ e) r ist eine dominante Strategie, weil $1 > 0$ und $8 > 2$.

richtige Lösung: e)

u ist keine dominante Strategie, weil $4 < 5$; l ist keine dominante Strategie, weil $0 < 1$; r ist eine dominante Strategie, weil $1 > 0$ und $8 > 2$. Demnach ist **e)** korrekt.

26. **(2 Punkte)** Betrachten Sie folgendes Spiel.

		Spieler 2 l	Spieler 2 r
Spieler 1	o	(7,0)	(5,1)
	u	(8,2)	(4,8)

Spieler 2 ist Führer. Spieler 1 ist Folger. Im Stackelberg-Gleichgewicht erhält Spieler 2

❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 4 ❍ e) 5 ❍ f) 7 ❍ g) 8

richtige Lösung: c)

Die Reaktionsfunktion von Spieler 1 ist gegeben durch

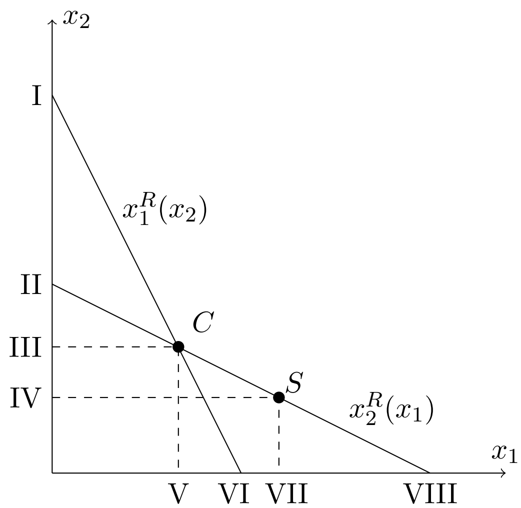
$$s_1^R(s_2) = \begin{cases} u, & s_2 = l \\ o, & s_2 = r, \end{cases}$$

weil $8 > 7$ ($s_2 = l$) und $5 > 4$ ($s_2 = r$). Spieler 2's reduzierte Gewinnfunktion ist gegeben durch

$$\Pi_2^r(s_2) = \Pi_2(s_1^R(s_2), s_2) = \begin{cases} 2, & s_2 = l \\ 1, & s_2 = r. \end{cases}$$

Spieler 2 wählt $s_2 = l$, weil $\Pi_2^r(l) = 2 > 1 = \Pi_2^r(r)$. Somit erhält Spieler 2 im Stackelberg-Gleichgewicht 2.

27. **(1 Punkt)** Betrachten Sie die in der Abbildung dargestellten Reaktionsfunktionen.



[VI] bezeichnet

❍ a) die Cournot-Menge von Unternehmen 1.

❍ b) die Stackelberg-Menge von Unternehmen 1.

❍ c) die Monopol-Menge von Unternehmen 1.

❍ d) die Limit-Menge von Unternehmen 1.

❍ e) das Stackelberg-Gleichgewicht.

❍ f) die Cournot-Menge von Unternehmen 2.

❍ g) die Stackelberg-Menge von Unternehmen 2.

❍ h) die Monopol-Menge von Unternehmen 2.

❍ i) die Limit-Menge von Unternehmen 2.

richtige Lösung: c)
Bei [VI] gilt $x_2 = 0$ und $x_1^R(0) = x_1^M$. Somit ist **c)** richtig.

28. **(2 Punkte)** Horst und Luise betreiben benachbarte Gartencafés, deren Gäste durch Blumen angelockt werden. Horst baut ausschließlich Sonnenblumen an. Luise baut ausschließlich Gänseblümchen an. Horsts Gewinnfunktion lautet

$$\Pi^H(x) = 6x - x^2,$$

Luises Gewinnfunktion lautet

$$\Pi^L(x, y) = 8y + \frac{x^2}{2} - y^2,$$

wobei x für die Anzahl der Sonnenblumen in Horsts Garten und y für die Anzahl der Gänseblümchen in Luises Garten steht. Die externen Effekte sind

❍ a) einseitig und positiv.

❍ b) wechselseitig und positiv.

❍ c) einseitig und negativ.

❍ d) wechselseitig und negativ.

richtige Lösung: a)
Es gilt $\frac{\partial \Pi^H}{\partial y} = 0$ und $\frac{\partial \Pi^L}{\partial x} = x \geq 0$. Daher sind die externen Effekte einseitig und positiv.

29. **(4 Punkte)** Auf einer Insel leben 2 Menschen. Es gibt dort ein privates und ein öffentliches Gut. Die Nutzenfunktion von Inselbewohner 1 lautet $U_1(g, x_1) = 9\ln(g) + x_1$, die Nutzenfunktion von Inselbewohner 2 lautet $U_2(g, x_2) = g + x_2$, wobei x_i die von Inselbewohner $i \in \{1, 2\}$ konsumierte Menge des privaten Gutes und g die Menge des öffentlichen Gutes bezeichnen. Der Preis des privaten Gutes beträgt $p_x = 2$ und der Preis des öffentlichen Gutes $p_g = 5$. Die Pareto-optimale Menge des öffentlichen Gutes lautet

❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 5 ❍ g) 6

richtige Lösung: g)
Die marginalen Raten der Substitution lauten

$$MRS^1 = \frac{MU_g^1}{MU_{x_1}^1} = \frac{9}{g},$$
$$MRS^2 = \frac{MU_g^2}{MU_{x_2}^2} = 1.$$

Die aggregierte Zahlungsbereitschaft für das öffentliche Gut muss demnach

$$MRS = MRS^1 + MRS^2 = \frac{9}{g} + 1 \stackrel{!}{=} \frac{5}{2} = \frac{p_g}{p_x}$$

erfüllen. Wir erhalten

$$\begin{aligned} \frac{9}{g} + 1 &= \frac{5}{2} \\ \frac{9}{g} &= \frac{3}{2} \\ \Rightarrow g &= 6. \end{aligned}$$

Somit ist **g)** richtig.