1. **(3 Punkte)** Betrachten Sie die Nutzenfunktionen $U_1(x_1, x_2) = 2x_1 + 4x_2$ und $U_2(x_1, x_2) = \frac{2}{1+2x_1+4x_2}$.

❍ a) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil die streng monotone Transformation $\tau(U_1) = \frac{2}{1+U_1}$ exisitiert, die U_1 in U_2 überführt.

❍ b) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil die Indifferenzkurven identisch aussehen.

❍ c) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil $U_1\left(\frac{1}{2}, 0\right) = U_2\left(\frac{1}{2}, 0\right)$.

❍ d) Die beiden Nutzenfunktionen sind nicht äquivalent. Dies lässt sich anhand der Güterbündel $(2, 0)$ und $(0, 1)$ begründen.

❍ e) Die beiden Nutzenfunktionen sind nicht äquivalent. Dies lässt sich anhand der Güterbündel $(2, 1)$ und $(1, 2)$ begründen.

richtige Antwort: e)

Die Transformation $\tau(U_1) = \frac{2}{1+U_1}$ führt zwar U_1 in U_2 über, ist aber nicht streng monoton, weil $\frac{\partial\tau(U_1)}{\partial U_1} = -\frac{2}{(1+U_1)^2} < 0$. Daher ist **a)** falsch. Zwei Nutzenfunktionen können, müssen aber nicht äquivalent sein, wenn die Indifferenzkurven identisch aussehen. Die Nutzenfunktionen $U_1(x_1, x_2)$ und $\tilde{U}_1(x_1, x_2) = -U_1(x_1, x_2)$ sind z.B. nicht äquivalent. Daher ist die Begründung von **b)** falsch. **c)** ist falsch, weil durch $U_1\left(\frac{1}{2}, 0\right) = U_2\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ keine Aussage über die Äquivalenz von U_1 und U_2 getroffen werden kann. Anhand von $U_1(2, 0) = 4 = U_1(0, 1)$ und $U_2(2, 0) = \frac{2}{5} = U_2(0, 1)$ lässt sich nicht begründen, dass U_1 und U_2 nicht äuqivalent sind. Daher ist **d)** falsch. Weil $U_1(2, 1) = 8 < 10 = U_1(1, 2)$ und $U_2(2, 1) = \frac{2}{9} > \frac{2}{11} = U_2(1, 2)$, sind U_1 und U_2 nicht äquivalent. Daher ist **e)** richtig.

2. **(3 Punkte)** Betrachten Sie die Nutzenfunktion $U(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2$. Die Präferenzen sind

❍ a) monoton und konvex.

❍ b) monoton und konkav.

❍ c) nicht monoton und konvex.

❍ d) nicht monoton und konkav.

richtige Antwort: b)

Die Präferenzen sind monoton, weil $MU_1 = 4x_1 \geq 0$ und $MU_2 = 6x_2 \geq 0$. Die marginale Rate der Substitution beträgt $MRS = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{4x_1}{6x_2} = \frac{2x_1}{3x_2}$. Da die Präferenzen monoton sind, sinkt x_2 entlang der Indifferenzkurve, wenn x_1 steigt. Demnach nimmt die MRS mit steigendem x_1 (und mit fallendem x_2) zu. Jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B ist demnach schlechter als A und B. Die Präferenzen sind also konkav. Also ist **b)** korrekt.

3. **(3 Punkte)** Leas Nutzenfunktion ist gegeben durch

$$U(x_1, x_2) = \min(x_1, 4x_2).$$

Ihr Einkommen sei m, die Preise von Gut 1 bzw. Gut 2 seien p_1 und p_2. Die Engelkurve für Gut 2 lautet

❍ a) $x_2(p_2) = 4x_1$

❍ b) $x_2(p_2) = \frac{m-p_1x_1}{p_2}$

❍ c) $x_2(p_2) = \frac{4m}{4p_1+p_2}$

❍ d) $x_2(p_2) = \frac{m}{4p_1+p_2}$

❍ e) $x_2(m) = 4x_1$

❍ f) $x_2(m) = \frac{m-p_1x_1}{p_2}$

❍ g) $x_2(m) = \frac{4m}{4p_1+p_2}$

❍ h) $x_2(m) = \frac{m}{4p_1+p_2}$

richtige Antwort: h)

Gut 1 und Gut 2 sind perfekte Komplemente. Wir erhalten die Optimalitätsbedingung $x_1 \stackrel{!}{=} 4x_2$. Einsetzen dieser Optimalitätsbedingung in die Budgetgleichung ergibt

$$\begin{aligned} m &= p_1x_1 + p_2x_2 \\ m &= 4p_1x_2 + p_2x_2 \\ \Rightarrow x_2 &= \frac{m}{4p_1 + p_2} \end{aligned}$$

Die Engelkurve von Gut 2 gibt die Nachfrage nach Gut 2 in Abhängigkeit des Einkommens m (und nicht des Preises p_2) an. Sie lautet demnach $x_2(m) = \frac{m}{4p_1+p_2}$. Daher ist **h)** korrekt.

4. **(2 Punkte)** Leas Nutzenfunktion ist gegeben durch

$$U(x_1, x_2) = \min(x_1, 4x_2).$$

Ihr Einkommen beträgt $m = 48$, die Preise $p_1 = 2$, $p_2 = 4$. Das Haushaltsoptimum (x_1^*, x_2^*) lautet

❍ a) $(24, 0)$	❍ c) $(16, 4)$	❍ e) $(8, 8)$	❍ g) $(0, 12)$
❍ b) $(20, 2)$	❍ d) $(12, 6)$	❍ f) $(4, 10)$	

richtige Antwort: c)

Die Präferenzen sind monoton, weil $MU_1 \geq 0$ und $MU_2 \geq 0$. Im Haushaltsoptimum muss folgendes Konsumverhältnis gelten:

$$x_1 = 4x_2$$

Falls $x_1 > 4x_2$ gilt, kann sich der Haushalt bei gleichen Ausgaben besser stellen, indem er weniger von Gut 1 ($MU_1 = 0$) und mehr von Gut 2 ($MU_2 = 4 > 0$) konsumiert. Falls $x_1 < 4x_2$ gilt, kann sich der Haushalt bei gleichen Ausgaben besser stellen, indem er mehr von Gut 1 ($MU_1 = 1 > 0$) und weniger von Gut 2 ($MU_2 = 0$) konsumiert. Durch Einsetzen von $x_1 = 4x_2$ in die Budgetgleichung erhalten wir

$$\begin{aligned} 48 &= 2x_1 + 4x_2 \\ 48 &= 8x_2 + 4x_2 \\ \Rightarrow x_2^* &= \frac{48}{12} = 4. \end{aligned}$$

Wir erhalten $x_1^* = 4x_2^* = 16$ und damit das Haushaltsoptimum $(x_1^*, x_2^*) = (16, 4)$. Also ist **c)** korrekt.

5. **(3 Punkte)** Gerdas Nutzenfunktion sei durch $U(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$ gegeben. Der Preis von Gut 1 beträgt $p_1 = 4$, der von Gut 2 $p_2 = 6$. Gerdas minimale Ausgaben bei einem Nutzen von $\overline{U}$ betragen

❍ a) $p_1x_1 + p_2x_2$	❍ d) $\overline{U}$	❍ g) $4\overline{U}$
❍ b) $x_1 + 2x_2$	❍ e) $2\overline{U}$	❍ h) $5\overline{U}$
❍ c) $4 + 12 = 16$	❍ f) $3\overline{U}$	❍ i) $6\overline{U}$

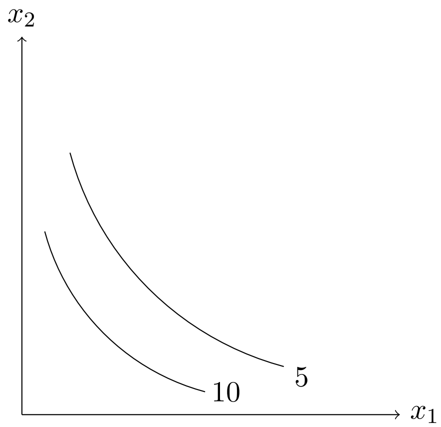
richtige Antwort: f)

Gerdas Präferenzen sind monoton, weil $MU_1 = 1 > 0$ und $MU_2 = 2 > 0$ gilt. Die marginale Rate der Substitution erfüllt

$$MRS = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{1}{2} < \frac{2}{3} = \frac{p_1}{p_2} = MOC.$$

Sie konsumiert demnach ausschließlich Gut 2, um das Nutzenniveau $\bar{U}$ bei minimalen Ausgaben zu erreichen. Um das Nutzenniveau $\bar{U} = 0 + 2 \cdot x_2$ zu erreichen, muss Sie $x_2^* = \frac{\bar{U}}{2}$ Einheiten von Gut 2 konsumieren. Dies führt zu minimalen Ausgaben $4 \cdot 0 + 6 \cdot x_2^* = 3\bar{U}$. Demnach ist **f)** korrekt.

6. **(3 Punkte)** Betrachten Sie die in der Grafik veranschaulichten Indifferenzkurven.



Die dadurch angedeuteten Präferenzen sind

❍ a) nicht monoton, weil der Nutzen mit zunehmenden Gütermengen steigt.

❍ b) streng konkav, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B besser ist als A und B.

❍ c) streng konkav, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B schlechter ist als A und B.

❍ d) streng konvex, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B besser ist als A und B.

❍ e) streng konvex, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B schlechter ist als A und B.

richtige Antwort: c)

Die Präferenzen sind nicht monoton, weil der Nutzen mit zunehmenden Gütermengen sinkt (nicht steigt). Daher ist **a)** falsch. Die Präferenzen sind streng konkav, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei indifferenten Güterbündeln A und B schlechter ist als A und B. Daher ist **c)** korrekt.

7. **(2 Punkte)** Grunhilde muss sich zwischen einer Lotterie $L = \left\lfloor 4, 12; \frac{3}{4}, \frac{1}{4} \right\rfloor$ und einem sicheren Auszahlungsbetrag in Höhe von 5 entscheiden.

❍ a) Grunhilde entscheidet sich für die Lotterie L, weil $E(L) > 5$.

❍ b) Grunhilde entscheidet sich für die Lotterie L, weil $E(L) < 5$.

❍ c) Grunhilde entscheidet sich für die Lotterie L, wenn $E_u(L) > 5$.

❍ d) Grunhilde entscheidet sich für die Lotterie L, wenn $E_u(L) > u(5)$.

richtige Antwort: d)

Wenn der erwartete Nutzen der Lotterie den erwarteten Nutzen des sicheren Auszahlungsbetrages übersteigt, wenn also $E_u(L) > u(5) = E_u(\lfloor 5; 1 \rfloor)$ gilt, dann spielt Grunhilde die Lotterie.

8. **(2 Punkte)** Micha, Lars und Greta müssen sich zwischen der Lotterie $L = \left\lfloor 10, 4; \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rfloor$ und einem sicheren Auszahlungsbetrag in Höhe von 8 entscheiden. Micha ist risikofreudig, Lars risikoneutral und Greta risikoavers.

❍ a) Man kann nicht mit Sicherheit sagen, ob Micha die Lotterie spielt.

❍ b) Man kann nicht mit Sicherheit sagen, ob Lars die Lotterie spielt.

❍ c) Man kann nicht mit Sicherheit sagen, ob Greta die Lotterie spielt.

❍ d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Antwort: a)

Der Erwartungswert der Lotterie beträgt $E(L) = \frac{1}{2} \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 4 = 7$. Der Erwartungswert des sicheren Auszahlungsbetrages ist 8. Bei Risikofreude erhalten wir $E_u(L) > u(E(L)) = u(7) < u(8)$. Daher können wir keine Aussage darüber treffen, ob $E_u(L) > u(8)$, $E_u(L) = u(8)$ oder $E_u(L) < u(8)$ gilt. Daher kann man nicht mit Sicherheit sagen, ob Micha die Lotterie spielt. Bei Risikoneutralität erhalten wir $E_u(L) = u(E(L)) = u(7) < u(8)$. Daher spielt Lars die Lotterie nicht. Bei Risikoaversion erhalten wir $E_u(L) < u(E(L)) = u(7) < u(8)$. Daher spielt Greta die Lotterie nicht. Da Antwort **a)** korrekt ist, ist Antwort **d)** falsch.

9. **(2 Punkte)** Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?

❍ a) Die vNM-Nutzenfunktion $u(x) = \sqrt{x}$ gibt Risikoaversion wieder.

❍ b) Die vNM-Nutzenfunktion $u(x) = x^2$ gibt Risikoneutralität wieder.

❍ c) Die vNM-Nutzenfunktion $u(x) = 2x^3 + 4$ gibt Risikoneutralität wieder.

❍ d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Antwort: a)

Die erste und zweite Ableitung von $u(x) = \sqrt{x}$ nach x lautet $u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ beziehungsweise $u''(x) = -\frac{1}{4\sqrt{x^3}} < 0$. Demnach gibt die vNM-Nutzenfunktion $u(x) = \sqrt{x}$ Riskoaversion wieder. Daher ist **a)** korrekt. Die vNM-Nutzenfunktion $u(x) = x^2$ gibt keine Risikoneutralität wieder, weil $u''(x) = 2 \neq 0$. Ebenso gibt die vNM-Nutzenfunktion $u(x) = 2x^3 + 4$ keine Risikoneutralität wieder, weil $u''(x) = 12x \neq 0$. Demnach sind **b)-d)** falsch.

10. **(3 Punkte)** Laura verfügt über ein Einkommen m und hat die Nutzenfunktion

$$U(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2.$$

Ihr optimaler Konsum $x^* = (x_1^*, x_2^*)$ ist demnach gegeben durch

$$x^* \in \begin{cases} \left(\frac{m}{p_1}, 0\right), & \text{falls } p_1 < p_2 \\ \left\{\left(\frac{m}{p_1}, 0\right), \left(0, \frac{m}{p_2}\right)\right\}, & \text{falls } p_1 = p_2 \\ \left(0, \frac{m}{p_2}\right), & \text{falls } p_1 > p_2. \end{cases}$$

Es sei $m = 24$, $p_1 = 3$, $p_2 = 4$. Es droht eine Preiserhöhung bei Gut 1 auf $p_1^n = 6$. Die kompensatorische Variation beträgt

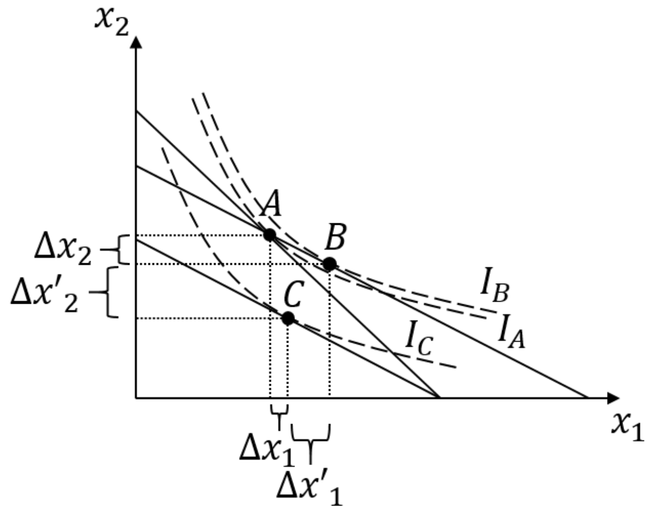
❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 5 ❍ g) 6 ❍ h) 7 ❍ i) 8

richtige Lösung: i)

Vor der Preiserhöhung konsumiert Laura ausschließlich $\frac{m}{p_1} = 8$ Einheiten von Gut 1 und erhält den Nutzen $U(8, 0) = 8^2$. Nach der Preiserhöhung, falls Laura die Zahlung CV erhält, konsumiert sie ausschließlich $\frac{m+CV}{p_2}$ Einheiten von Gut 2 und erhählt hieraus den Nutzen $U(0, \frac{m+CV}{p_2}) = \left(\frac{m+CV}{p_2}\right)^2$. Durch Gleichsetzen der zwei Nutzen erhalten wir die kompensatorische Variation

$$\begin{aligned} 8^2 &= \left(\frac{24 + CV}{4}\right)^2 \\ 8 &= 6 + \frac{CV}{4} \\ CV &= 8. \end{aligned}$$

11. **(2 Punkte)** Betrachten Sie folgende Grafik, in der I_i die zu Güterbündel $i \in \{A, B, C\}$ gehörende Indifferenzkurve bezeichnet. Budgetgeraden werden durch die durchgezogenen Geraden dargestellt. Nehmen Sie an, dass sich das Haushaltsoptimum bei den Preisen p_1, p_2 im Punkt A befindet. In der Grafik wird die Preiserhöhung von p_2 auf $p_2^n > p_2$ dargestellt.



❍ a) Der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist $\Delta x_2'$, der absolute Substitutionseffekt von Gut 2 ist $\Delta x_2 + \Delta x_2'$.

❍ b) Der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist $\Delta x_2 + \Delta x_2'$, der absolute Substitutionseffekt von Gut 2 ist Δx_2.

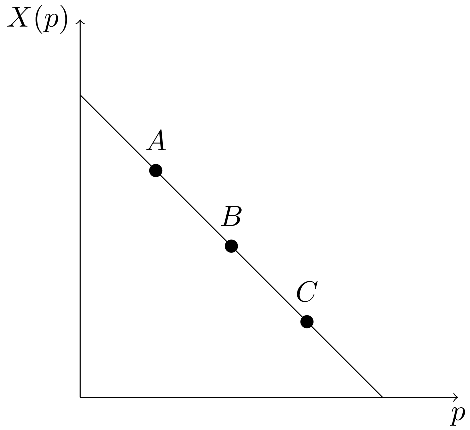
❍ c) Der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist Δx_2, der absolute Substitutionseffekt von Gut 2 ist $\Delta x_2'$.

❍ d) Der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist $\Delta x_2'$, der absolute Substitutionseffekt von Gut 2 ist Δx_2.

richtige Lösung: d)

Das neue Haushaltsoptimum bei Preisen p_1, p_2^n ist gegeben durch C. Beim Substitutionseffekt wird angenommen, dass sich der Haushalt das alte Haushaltsoptimum A trotz Preisänderung leisten kann. Die Budgetgrade rotiert also um A (gegen den Uhrzeigersinn), wenn p_2 steigt. Der optimale Konsum verschiebt sich folglich von A nach B. Der absolute Substitutionseffek von Gut 2 ist demnach Δx_2. Da sich der Haushalt Güterbündel B nach der Preiserhöhung nicht leisten kann, verschiebt sich der optimale Konsum von B nach C. Der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist also $\Delta x_2'$. Daher ist **d)** richtig.

12. **(2 Punkte)** Betrachten Sie folgende Grafik, die eine lineare Nachfragefunktion $X(p)$ abbildet.



❍ a) Die Nachfrage ist in Punkt C elastischer als in den Punkten B und A.

❍ b) Die Nachfrage ist in Punkt B elastischer als in den Punkten A und C.

❍ c) Die Nachfrage ist in Punkt A elastischer als in den Punkten B und C.

❍ d) Die Preiselastizität der Nachfrage ist in allen drei Punkten A, B, C gleich.

richtige Lösung: a)

Die Preiselastizität der Nachfrage lautet $\varepsilon_{X,p} = \frac{\partial X}{\partial p} \cdot \frac{p}{X} = -|\frac{\partial X}{\partial p}| \cdot \frac{p}{X}$. Falls p steigt, sinkt X. Demnach steigt der Faktor $\frac{p}{X}$, wenn p steigt. Der Faktor $|\frac{\partial X}{\partial p}|$ ist konstant in p. Demnach steigt das Produkt der zwei Faktoren $|\frac{\partial X}{\partial p}|$ und $\frac{p}{X}$, wenn p steigt. Die Nachfrage ist im Punkt C somit elastischer als in den Punkten A und B.

13. **(1 Punkt)** Die Nachfragefunktion sei gegeben durch $X(p) = 12 - 2p$. Die Preiselastizität der Nachfrage lautet

❍ a) $\frac{-p}{6}$ ❍ b) -2 ❍ c) $\frac{p}{6-p}$ ❍ d) $\frac{2p}{6-p}$ ❍ e) $\frac{-p}{6-p}$ ❍ f) $\frac{-2p}{6-p}$

richtige Lösung: e)

Die Preiselastizität der Nachfrage lautet $\varepsilon_{X,p} = \frac{\partial X}{\partial p} \cdot \frac{p}{X} = -2 \cdot \frac{p}{12-2p} = \frac{-p}{6-p}$. Demnach ist **e)** korrekt.

14. **(2 Punkte)** Betrachten Sie die Kostenfunktion $C(y) = 2y^2 + 2y$. Die Durchschnittskosten bei $y = 3$ Einheiten betragen

❍ a) 9 ❍ b) 12 ❍ c) 15 ❍ d) 18 ❍ e) 21 ❍ f) 24

❍ g) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: g)

Die Durchschnittskostenfunktion ist durch $AC(y) = \frac{C(y)}{y} = 2y+2$ gegeben. Wir erhalten $AC(3) = 2 \cdot 3 + 2 = 8$. Daher ist **g)** richtig.

15. **(2 Punkte)** Betrachten Sie die Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Die Faktorpreise sind $w_1 = 4$, $w_2 = 3$. Der optimale Einsatz der Produktionsfaktoren erfüllt

❍ a) $x_2 = \frac{1}{12}x_1$ ❍ b) $x_2 = \frac{3}{4}x_1$ ❍ c) $x_2 = \frac{4}{3}x_1$ ❍ d) $x_2 = 12x_1$ ❍ e) $x_2 = 0$ ❍ f) $x_1 = 0$

❍ g) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Antwort: c)

Der optimale Einsatz der Produktionsfaktoren erfüllt $MRTS \stackrel{!}{=} \frac{w_1}{w_2}$. Mit $MRTS = \frac{x_2}{x_1}$ erhalten wir als Optimalitätsbedingung $\frac{x_2}{x_1} \stackrel{!}{=} \frac{4}{3}$ oder auch

$$x_2 \stackrel{!}{=} \frac{4}{3} x_1.$$

16. **(4 Punkte)** Ein Monopolist betreibt Preisdiskriminierung ersten Grades. Seine Kostenfunktion lautet $C(y) = 2y$. Die inverse Nachfragefunktion lautet $p(y) = 6 - y$. Der Monopolgewinn beträgt

❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 5 ❍ g) 6 ❍ h) 7 ❍ i) 8

richtige Antwort: i)

Aufgrund von Preisdiskriminierung ersten Grades gilt für den Grenzerlös $MR(y) = p(y)$. Der Monopolist verkauft solange weitere marginale Einheiten des Gutes, bis der Grenzerlös den Grenzkosten entspricht. Wir erhalten

$$\begin{aligned} MR(y) = p(y) = 6 - y &\stackrel{!}{=} 2 = MC(y) \\ \Rightarrow y^M &= 4. \end{aligned}$$

Der Monopolgewinn entspricht der Fläche des Dreiecks mit den drei Punkten $(0, p(0)) = (0, 6)$, $(0, MC(0)) = (0, 2)$ und $\left(y^M, p(y^M)\right) = (4, 2)$. Der Monopolgewinn beträgt also $\Pi^M = \frac{1}{2}(6-2) \cdot (4-0) = 8$. Alternativ kann der Monopolgewinn auch folgendermaßen berechnet werden (Fixkosten $F = 0$):

$$\begin{aligned} \Pi^M &= \int_0^{y^M} (p(y) - MC(y))\, dy - F \\ &= \int_0^4 (4 - y)\, dy - 0 \\ &= \left(4y - \frac{y^2}{2}\right)_0^4 = 16 - 8 = 8 \end{aligned}$$

17. **(4 Punkte)** Auf einem Faktormarkt gebe es zwei Nachfrager, A und B. Ihre Nachfragefunktionen sind gegeben durch $x^A(w) = 25 - 5w$ und $x^B(w) = 30 - 3w$. Die aggregierte Faktornachfragefunktion lautet:

❍ a)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 10 \\ 25 - 5w, & 10 \geq w > 5 \\ 30 - 3w & 5 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

❍ b)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 15 \\ 25 - 5w, & 15 \geq w > 10 \\ 55 - 8w & 10 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

❍ c)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 10 \\ 30 - 3w, & 10 \geq w > 5 \\ \frac{55}{2} - 4w & 5 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

❍ d)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 10 \\ 30 - 3w, & 10 \geq w > 5 \\ 55 - 8w & 5 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

❍ e)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 10 \\ 30 - 3w, & 10 \geq w > 5 \\ 25 - 5w & 5 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

richtige Lösung: d)

Der Prohibitivpreis von A ist $w_A^{Pro} = 25/5 = 5$, der Prohibitivpreis von B ist $w_B^{Pro} = 30/3 = 10$. Die aggregierte Faktornachfrage für $w > 10 = w_B^{Pro} > w_A^{Pro}$ ist also 0. Falls $w_B^{Pro} = 10 \geq w > 5 = w_A^{Pro}$, fragt nur B nach. Die aggregierte Faktornachfrage lautet also $x(w) = x^B(w) = 30 - 3w$ für $10 \geq w > 5$. Falls $w_B^{Pro} > w_A^{Pro} = 5 \geq w \geq 0$, fragen A und B nach. Die aggregierte Faktornachfrage lautet also $x(w) = x^A(w) + x^B(w) = 55 - 8w$ für $5 \geq w \geq 0$. Daher ist **d)** richtig.

18. **(4 Punkte)** Ein Unternehmen hat die Produktionsfunktion $f(x_1, x_2) = x_1^{\frac{2}{3}} x_2$. Kurzfristig muss es vom ersten Faktor 8 Einheiten einsetzen. Die Faktorpreise betragen $w_1 = 2$ und $w_2 = 12$. Die kurzfristigen Kosten bei einer Produktion von $y = 8$ betragen

❍ a) 12 ❍ b) 26 ❍ c) 30 ❍ d) 40 ❍ e) 48 ❍ f) 60 ❍ g) 64 ❍ h) 78

richtige Antwort: d)

Die kurzfristige Produktionsfunktion ist durch $f_S(x_2) = f(8, x_2) = 4x_2$ gegeben. Um $y = 4x_2$ Einheiten zu produzieren, müssen also $x_2(y) = \frac{4}{y}$ Einheiten des zweiten Faktors eingesetzt werden. Die kurzfristigen Kosten bei einer Produktion von 8 Einheiten betragen also $C_S(8) = w_1 \cdot 8 + w_2 \cdot \frac{4}{8} = 2 \cdot 8 + 12 \cdot 2 = 40$. Demnach ist **d)** richtig.

19. **(2 Punkte)** Es sei $C(y) = y^2 + y + 24$ die Kostenfunktion eines Unternehmens. Der Outputpreis beträgt $p = 11$. Das langfristige Angebot beträgt

❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 5

richtige Antwort: f)

Falls das Unternehmen eine positive Menge im Gewinnmaximum langfristig anbietet, muss $MC(y) \stackrel{!}{=} p$ und $AC(y) \leq p$ gelten. Aus der ersten Bedingung folgt

$$\begin{aligned} MC(y) &= 2y + 1 \stackrel{!}{=} 11 = p \\ &\Rightarrow y = 5. \end{aligned}$$

Es resultieren die durchschnittlichen Kosten $AC(5) = C(5)/5 = 5 + 1 + 24/5 = 10.8 < 11 = p$. Daher beträgt das langfristige Angebot 5.

20. **(4 Punkte)** 100 Unternehmen haben die Möglichkeit auf einem Markt zu agieren. Die langfristige Kostenfunktion von Unternehmen $i \in \{1, \ldots, 100\}$ bei Ausbringunsmenge y_i ist gegeben durch

$$C_i(y_i) = \begin{cases} 8 + \frac{y_i^2}{2} & y_i > 0 \\ 0 & y_i = 0 \end{cases}.$$

Die Marktnachfrage lautet $D(p) = 480 - 30p$. Wie viele Unternehmen bieten im Gleichgewicht eine positive Ausbringungsmenge an?

❍ a) 0 ❍ b) 10 ❍ c) 20 ❍ d) 40 ❍ e) 50 ❍ f) 60 ❍ g) 80 ❍ h) 90 ❍ i) 100

richtige Antwort: h)

Im langfristigen Gleichgewicht gilt $AC_i(y_i) \stackrel{!}{=} MC_i(y_i) \stackrel{!}{=} p$ für jedes Unternehmen $i \in \{1, \ldots, 100\}$, das eine positive Menge anbietet. Aus der ersten Bedingung erhalten wir

$$\begin{aligned} AC_i(y_i) = \frac{8}{y_i} + \frac{y_i}{2} &\stackrel{!}{=} y_i = MC_i(y_i) \\ 16 &= y_i^2 \\ &\Rightarrow y_i = 4. \end{aligned}$$

Aus der zweiten Bedingung erhalten wir

$$p \stackrel{!}{=} 4 = MC_i(4).$$

Die Marktnachfrage beträgt $D(4) = 480 - 30 \cdot 4 = 360$. Da jedes auf dem Markt agierende Unternehmen 4 Einheiten anbietet und das Marktangebot im Gleichgewicht 360 ist, bieten $n = 360/4 = 90$ Unternehmen eine positive Ausbringungsmenge an.

21. **(2 Punkte)** Betrachten Sie die Produktionsfunktion $f(x_1, x_2) = \frac{1}{4}\left(x_1^2 + 2x_2^2\right)^{\frac{1}{4}}$.

❍ a) Es liegen konstante Skalenerträge vor.
❍ b) Es liegen wachsende Skalenerträge vor.
❍ c) Es liegen fallende Skalenerträge vor.
❍ d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Antwort: c)

Es gilt

$$\begin{aligned} f(tx_1, tx_2) &= \frac{1}{4}\left((tx_1)^2 + 2(tx_2)^2\right)^{\frac{1}{4}} \\ &= \sqrt{t}\frac{1}{4}\left(x_1^2 + 2x_2^2\right)^{\frac{1}{4}} \\ &= \sqrt{t} f(x_1, x_2) < t f(x_1, x_2) \end{aligned}$$

für $t > 1$. Daher hat f fallende Skalenerträge.

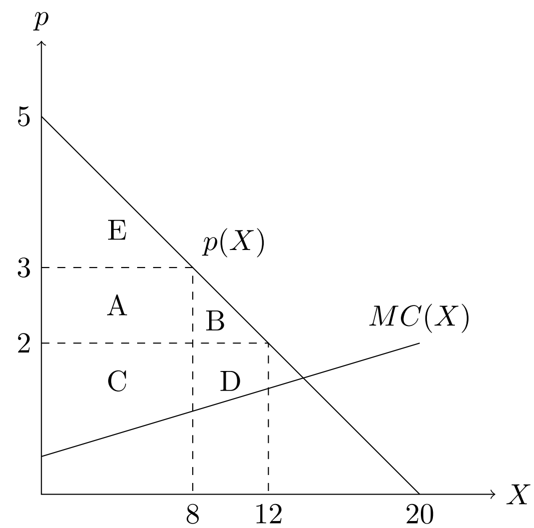
22. **(4 Punkte)** In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion $U_A\left(x_1^A, x_2^A\right) = x_1^A + x_2^A$ und Akteur B die Nutzenfunktion $U_B\left(x_1^B, x_2^B\right) = 2x_1^B x_2^B$. Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (40, 10)$ beziehungsweise $\omega^B = (10, 40)$.

❍ a) Die Allokation $\left(x^A = (0,0), x^B = (50,50)\right)$ ist nicht Pareto-optimal, weil Agent A sich gegenüber der Anfangsausstattung verschlechtert.
❍ b) Die Allokation $\left(x^A = (10,10), x^B = (40,40)\right)$ ist nicht Pareto-optimal, weil sie nicht in der Tauschlinse liegt.
❍ c) Die Allokation $\left(x^A = (20,20), x^B = (30,30)\right)$ ist eine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung, weil sich Akteur B gegenüber der Anfangsausstattung besser stellt.
❍ d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Antwort: d)

Die Allokation $\left(x^A = (0,0), x^B = (50,50)\right)$ ist Pareto-optimal. Agent A kann nur besser gestellt werden, indem Agent B schlechter gestellt wird. Da Agent B bereits alle Einheiten konsumiert, kann dieser nicht besser gestellt werden. Ebenso ist die Begründung von a) falsch, da Pareto-optimale Güterbündel unabhängig von der Anfangsausstattungen sind. Daher ist **a)** falsch. Aussage **b)** ist falsch, weil die Allokation $\left(x^A = (10,10), x^B = (40,40)\right)$ Pareto-optimal ist und Parato-optimale Güterbündel nicht in der Tauschlinse liegen müssen. Aussage **c)** ist falsch. Akteur B stellt sich zwar besser, Agent A stellt sich dafür schlechter. Somit trifft Aussage **d)** zu.

23. **(2 Punkte)** Die Nachfrage auf einem Markt ist durch die inverse Nachfragefunktion $p(X) = 5 - \frac{1}{4} \cdot X$ gegeben. Der Preis sinkt von 3 auf 2. Betrachten Sie folgende Grafik, in der A, B, C, D, E jeweils eine Fläche angeben.



Die Änderung der Konsumentenrente aufgrund der Preisänderung beträgt

❍ a) $-A$ ❍ c) $C + D$ ❍ e) $A + B$

❍ b) $D - A$ ❍ d) $B + D$ ❍ f) $A + B + E$

richtige Antwort: e)

Vor der Preisreduktion beträgt die Konsumentenrente E. Nach der Preisreduktion beträgt diese $E + A + B$. Die Änderung beträgt demnach $A + B$. Somit ist **e)** richtig.

24. **(4 Punkte)** Auf einem Markt gelte die Marktnachfragefunktion $D(p) = 160 - 2p$ und die Marktangebotsfunktion $S(p) = 10 + 5p$. Es wird eine Mengensteuer von $t = 5$ eingeführt, die die Anbieter an den Staat abzutreten haben. Die Steuereinnahmen betragen?

❍ a) 5 ❍ b) 25 ❍ c) 125 ❍ d) 250 ❍ e) 400 ❍ f) 550 ❍ g) 750

richtige Antwort: f)

Die Nachfrager zahlen den Bruttopreis p. Die Anbieter erzielen den Nettopreis $p^n = p - 5$. Die Angebotsfunktion nach Einführung der Steuer lautet

$$S_t(p) = S(p-5) = 10 + 5(p-5) = -15 + 5p.$$

Im Marktgleichgewicht gilt

$$\begin{aligned} D(p) = 160 - 2p &\overset{!}{=} -15 + 5p = S_t(p) \\ 175 &= 7p \\ &\Rightarrow p = 25. \end{aligned}$$

Die Nachfrage im Gleichgewicht beträgt also $D(25) = 110$, was zu Steuereinnahmen in Höhe von $110 \cdot 5 = 550$ führt.

25. **(3 Punkte)** Betrachten Sie folgendes simultane Spiel.

		Spieler 2	
		l	r
Spieler 1	o	(4,8)	(8,2)
	u	(5,1)	(7,0)

❍ a) o ist eine dominante Strategie, weil $8 > 1$ und $8 > 7$.

❍ b) o ist eine dominante Strategie, weil $4 < 5$ und $8 > 7$.

❍ c) u ist eine dominante Strategie, weil $5 > 7$ und $1 > 0$.

❍ d) r ist eine dominante Strategie, weil $8 > 4$ und $2 > 0$.

❍ e) l ist eine dominante Strategie, weil $8 > 2$ und $1 > 0$.

richtige Antwort: e)

l ist eine dominante Strategie, weil $8 > 2$ (Spieler 1 spielt o) und $1 > 0$ (Spieler 1 spielt u). Damit ist r keine dominante Strategie. Die Strategien o und u sind keine dominanten Strategien, weil $4 < 5$ (Spieler 2 spielt l) und $8 > 7$ (Spieler 2 spielt r) gilt.

26. **(2 Punkte)** Auf einem Markt agieren die Unternehmen 1 und 2. Unternehmen 1 wählt die Menge $x_1 \in \{a, b, c\}$. Unternehmen 2 wählt die Menge $x_2 \in \{d, e, f\}$. Die hieraus resultierenden Gewinne $(\Pi_1(x_1, x_2), \Pi_2(x_1, x_2))$ sind in unten stehender Matrix dargestellt.

		Unternehmen 2		
		d	e	f
	a	$(26, 9)$	$(22, 14)$	$(18, 15)$
Unternehmen 1	b	$(33, 7)$	$(27, 10)$	$(21, 9)$
	c	$(36, 5)$	$(28, 6)$	$(20, 3)$

Die Stackelberg-Mengen $x^S = \left(x_1^S, x_2^S\right)$, wenn **Unternehmen 2 Führer** ist, lauten

❍ a) (a, d)	❍ d) (b, d)	❍ g) (c, d)
❍ b) (a, e)	❍ e) (b, e)	❍ h) (c, e)
❍ c) (a, f)	❍ f) (b, f)	❍ i) (c, f)

richtige Antwort: f)

Unternehmen 2 antizipiert die Reaktionsfunktion von Unternehmen 1. Unternehmen 1 wählt c, falls Unternehmen 2 d wählt, weil $36 > 33, 26$. Unternehmen 1 wählt c, falls Unternehmen 2 e wählt, weil $28 > 27, 22$. Unternehmen 1 wählt b, falls Unternehmen 3 f wählt, weil $21 > 20, 18$. Somit kann Unternehmen 2 nur noch die Auszahlungen 5, 6, 9 erzielen, falls es d, e, f wählt. Da $9 > 6, 5$ wählt Unternehmen 2 f. Unternehmen 1 wählt folglich b. Somit lauten die Stackelberg-Mengen (b, f).

Alternative Lösung:

Unternehmen 2 antizipiert die Reaktionsfunktion von Unternehmen 1. Diese lautet

$$x_1^R(x_2) = \begin{cases} c & \text{, falls } x_2 = d \\ c & \text{, falls } x_2 = e \\ b & \text{, falls } x_2 = f \end{cases},$$

weil $36 > 33, 26$ $(x_2 = d)$; $28 > 27, 22$ $(x_2 = e)$; $21 > 20, 18$ $(x_2 = f)$. Die reduzierte Gewinnfunktion von Unternehmen 2 lautet damit

$$\Pi_2^R(x_2) = \Pi_2(x_1^R(x_2), x_2) = \begin{cases} 5 & \text{, falls } x_2 = d \\ 6 & \text{, falls } x_2 = e \\ 9 & \text{, falls } x_2 = f \end{cases}.$$

Gewinnmaximal für Unternehmen 2 ist demnach die Menge $x_2^S = f$. Unternehmen 1 wählt $x_1^S = x_1^R(x_2^S) = x_1^R(f) = b$.

27. **(2 Punkte)** Auf einem Markt agieren die Unternehmen 1 und 2. Unternehmen 1 wählt die Menge $x_1 \in \{a, b, c\}$. Unternehmen 2 wählt die Menge $x_2 \in \{d, e, f\}$. Die hieraus resultierenden Gewinne $(\Pi_1(x_1, x_2), \Pi_2(x_1, x_2))$ sind in unten stehender Matrix dargestellt.

		Unternehmen 2		
		d	e	f
Unternehmen 1	a	$(26, 9)$	$(22, 14)$	$(18, 15)$
	b	$(33, 7)$	$(27, 10)$	$(21, 9)$
	c	$(36, 5)$	$(28, 6)$	$(20, 3)$

Die Cournot-Mengen $x^C = \left(x_1^C, x_2^C\right)$ lauten

❍ a) (a, d) ❍ d) (b, d) ❍ g) (c, d)

❍ b) (a, e) ❍ e) (b, e) ❍ h) (c, e)

❍ c) (a, f) ❍ f) (b, f) ❍ i) (c, f)

richtige Antwort: h)

Beide Unternehmen wählen simultan ihre Mengen. Die Strategiekombination (c, e) ist ein Gleichgewicht, weil $28 > 27, 22$ und $6 > 5, 3$. Die Strategiekombination (c, e) ist das einzige Gleichgewicht, weil in allen anderen Strategiekombination mindestens ein Spieler profitabel von seiner Strategie abweichen kann. In z.B. (a, d) steigert Spieler 1 seinen Auszahlungsbetrag von 26 auf 36, wenn er statt der Strategie a die Strategie c wählt. Die Cournot-Mengen lauten also (c, e).

28. **(4 Punkte)** Auf einer Insel leben 2 Menschen. Es gibt dort ein privates und ein öffentliches Gut. Die Nutzenfunktion von Inselbewohner 1 lautet $U_1(g, x_1) = 9\ln(g) + x_1$, die Nutzenfunktion von Inselbewohner 2 lautet $U_2(g, x_2) = g + x_2$, wobei x_i die von Inselbewohner $i \in \{1, 2\}$ konsumierte Menge

des privaten Gutes und g die Menge des öffentlichen Gutes bezeichnen. Der Preis des privaten Gutes beträgt $p_x = 2$ und der Preis des öffentlichen Gutes $p_g = 5$. Die Pareto-optimale Menge des öffentlichen Gutes lautet

❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 5 ❍ g) 6

richtige Antwort: g)

Die marginalen Raten der Substitution lauten

$$MRS^1 = \frac{MU_g^1}{MU_{x_1}^1} = \frac{9}{g},$$
$$MRS^2 = \frac{MU_g^2}{MU_{x_2}^2} = 1.$$

Die aggregierte Zahlungsbereitschaft für das öffentliche Gut muss

$$MRS = MRS^1 + MRS^2 = \frac{9}{g} + 1 \stackrel{!}{=} \frac{5}{2} = \frac{p_g}{p_x}$$

erfüllen. Wir erhalten $g = 6$.

29. **(4 Punkte)** In unmittelbarer Nähe einer Müllverbrennungsanlage M, mit der Gewinnfunktion

$$\Pi^M(x) = 8x - x^2,$$

betreibt ein Unternehmen W, dessen Gewinnfunktion

$$\Pi^W(x, y) = 12y - \frac{1}{2}y^2 - xy$$

lautet, eine Wohnanlage. Dabei steht y für die Anzahl der vermieteten Wohnungen und x für die in der Müllverbrennungsanlage verbrannte Menge Müll. Bei Schadensrecht erzielt das Unternehmen W einen Gewinn in Höhe von

❍ a) 4 ❍ b) 8 ❍ c) 12 ❍ d) 16 ❍ e) 20 ❍ f) 24 ❍ g) 32 ❍ h) 40

richtige Antwort: g)

Bei Schadensrecht maximiert M $\Pi^M(x) = 8x - x^2$. Wir erhalten

$$\frac{\partial \Pi^M(x)}{\partial x} = 8 - 2x \stackrel{!}{=} 0$$
$$\Rightarrow x = 4.$$

Die Gewinnfunktion von W lautet dann $\Pi^W(4, y) = 12y - \frac{1}{2}y^2 - 4y = 8y - \frac{1}{2}y^2$. Durch Maximieren erhalten wir

$$\frac{\partial \Pi^W(4, y)}{\partial y} = 8 - y \stackrel{!}{=} 0$$
$$\Rightarrow y = 8.$$
$$\Rightarrow \Pi^W(4, 8) = 32.$$