

1. (4 Punkte) Auf einem Faktormarkt gebe es zwei Nachfrager, A und B . Ihre Nachfragefunktionen sind gegeben durch $x^A(w) = 12 - 3w$ und $x^B(w) = 25 - 5w$. Die aggregierte Faktornachfragefunktion lautet:

a)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 5 \\ 25 - 5w, & 5 \geq w > 4 \\ 12 - 3w & 4 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

b)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 5 \\ 12 - 3w, & 5 \geq w > 4 \\ 37/2 - 4w & 4 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

c)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 5 \\ 25 - 5w, & 5 \geq w > 4 \\ 37/2 - 4w & 4 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

d)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 5 \\ 25 - 5w, & 5 \geq w > 4 \\ 37 - 8w & 4 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

e)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 5 \\ 12 - 3w, & 5 \geq w > 4 \\ 37 - 8w & 4 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

richtige Lösung: d)

Der Prohibitivpreis von A ist $w_A^{Pro} = 12/3 = 4$, der Prohibitivpreis von B ist $w_B^{Pro} = 25/5 = 5$. Die aggregierte Faktornachfrage für $w > 5 = w_B^{Pro} > w_A^{Pro}$ ist also 0. Falls $w_B^{Pro} = 5 \geq w > 4 = w_A^{Pro}$, fragt nur B nach. Die aggregierte Faktornachfrage lautet also $x(w) = x^B(w) = 25 - 5w$ für $5 \geq w > 4$. Falls $w_B^{Pro} > w_A^{Pro} = 4 \geq w \geq 0$, fragen A und B nach. Die aggregierte Faktornachfrage lautet also $x(w) = x^A(w) + x^B(w) = 37 - 8w$ für $4 \geq w \geq 0$. Daher ist **d)** richtig.

2. (2 Punkte) Betrachten Sie die Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$. Die Faktorpreise sind w_1, w_2 , wobei $w_1 > w_2$ gilt. Eine Optimalitätsbedingung zur Bestimmung der Minimalkostenkombination lautet

a) $\frac{\frac{\partial y}{\partial x_1}}{\frac{\partial y}{\partial x_2}} \stackrel{!}{=} \frac{w_1}{w_2}$

c) $x_1 \stackrel{!}{=} 0$

b) $\frac{\frac{\partial y}{\partial x_1}}{\frac{\partial y}{\partial x_2}} \stackrel{!}{=} w_1 w_2$

d) $x_2 \stackrel{!}{=} 0$

e) $x_1 \stackrel{!}{=} x_2$

richtige Lösung: c)

Die Produktionstechnologie ist konkav, weil die

$$MRTS = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{x_1}{x_2}$$

mit steigendem x_1 (und daher fallendem x_2 entlang der Isoquante) steigt. Es wird also entweder ausschließlich Faktor 1, $y = x_1^2$, oder ausschließlich Faktor 2, $y = x_2^2$, zur Produktion verwendet. Die Ausgaben zur Produktion betragen daher entweder $w_1\sqrt{y}$ bei Verwendung von Faktor 1 oder $w_2\sqrt{y}$ bei Verwendung von Faktor 2. Weil $w_1 > w_2$, wird ausschließlich Faktor 2 zur Produktion verwendet. Also muss $x_1 = 0$ gelten. Daher ist **c)** richtig.

3. (4 Punkte) Ein Unternehmen hat die Produktionsfunktion $f(x_1, x_2) = 2\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$. Die Faktorpreise betragen $w_1 = 4$ und $w_2 = 3$. Wie lautet die Kostenfunktion?

- a) $C(x_1, x_2) = 4x_1 + 3x_2$
 c) $C(y) = y^2$
 e) $C(x_1, x_2) = 7(x_1 + x_2)$
 g) $C(y) = \frac{1}{4}y^2$
 b) $C(y) = 7y$
 d) $C(y) = 3y^2$
 f) $C(y) = \frac{4}{3}y^2$
 h) $C(y) = \frac{3}{4}y^2$

richtige Lösung: h)

Es gilt

$$MRTS = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{2\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}}$$

Entlang der Isoquante sinkt x_2 , wenn x_1 steigt. Die $MRTS$ nimmt mit steigendem x_1 also ab. Das optimale Faktorverhältnis ergibt sich aus

$$\begin{aligned}
 MRTS &= \frac{2\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}} \stackrel{!}{=} \frac{4}{3} = \frac{w_1}{w_2} \\
 \frac{x_2}{x_1} &= \frac{4}{9} \\
 \Rightarrow x_2 &= \frac{4}{9}x_1.
 \end{aligned}$$

Die Produktion bei optimalen Faktoreinsatz $(x_1, \frac{4}{9}x_1)$ beträgt

$$y = 2\sqrt{x_1} + \sqrt{\frac{4}{9}x_1} = (2 + \frac{2}{3})\sqrt{x_1} = \frac{8}{3}\sqrt{x_1}.$$

Daraus erhalten wir $x_1(y) = \frac{9}{64}y^2$ und $x_2(y) = \frac{1}{16}y^2$ und schließlich die Kostenfunktion

$$C(y) = 4x_1(y) + 3x_2(y) = \frac{9}{16}y^2 + \frac{3}{16}y^2 = \frac{3}{4}y^2.$$

4. (4 Punkte) Ein Unternehmen hat die Möglichkeit auf einem Markt zu agieren. Der Marktpreis beträgt $p = 4$. Die langfristige Kostenfunktion des Unternehmens lautet

$$C(y) = \begin{cases} 12 + \frac{y^2}{2} & y > 0 \\ 0 & y = 0 \end{cases}.$$

$MC(y)$ bezeichne die marginalen, $AC(y)$ die durchschnittlichen Kosten des Unternehmens.

- a) Das Unternehmen produziert die Menge $y = 4$, weil $MC(4) \stackrel{!}{=} p$.
 b) Das Unternehmen produziert die Menge $y = 0$, weil $AC(4) > MC(4) \stackrel{!}{=} p$.

- c) Das Unternehmen produziert die Menge $y = 4$, weil $AC(4) > MC(4) \stackrel{!}{=} p$.
- d) Das Unternehmen produziert die Menge $y = 0$, weil $AC(4) < MC(4) \stackrel{!}{=} p$.
- e) Das Unternehmen produziert die Menge $y = 4$, weil $AC(4) < MC(4) \stackrel{!}{=} p$.

richtige Lösung: b)

Falls das Unternehmen eine positive Menge produziert, erhalten wir die gewinnmaximale Menge

$$\begin{aligned} MC(y) &= y \stackrel{!}{=} 4 = p \\ \Rightarrow y &= 4. \end{aligned}$$

Die durchschnittlichen Kosten lauten $AC(y) = \frac{12}{y} + \frac{y}{2}$, falls $y > 0$. Wir erhalten $AC(4) = \frac{12}{4} + \frac{4}{2} = 5$. Der Gewinn des Unternehmens, wenn es die Menge $y = 4$ produziert, lautet also

$$\begin{aligned} \Pi(4) &= p \cdot 4 - C(4) \\ &= 4(p - AC(4)) \\ &= 4(4 - 5) < 0. \end{aligned}$$

Weil $AC(4) = 5 > 4 = MC(4) \stackrel{!}{=} p$, produziert das Unternehmen nicht. Wir erhalten die gewinnmaximale Menge $y = 0$.

5. (2 Punkte) Ein Unternehmen produziert ein Gut mit einem Faktor. Die Produktionsfunktion lautet $y = f(x) = \sqrt{x}$. Der Faktorpreis w und der Verkaufspreis p des Gutes sind fest vorgegeben.
- a) Es liegen konstante Skalenerträge vor.
 - b) Es liegen wachsende Skalenerträge vor.
 - c) Es liegen fallende Skalenerträge vor.
 - d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

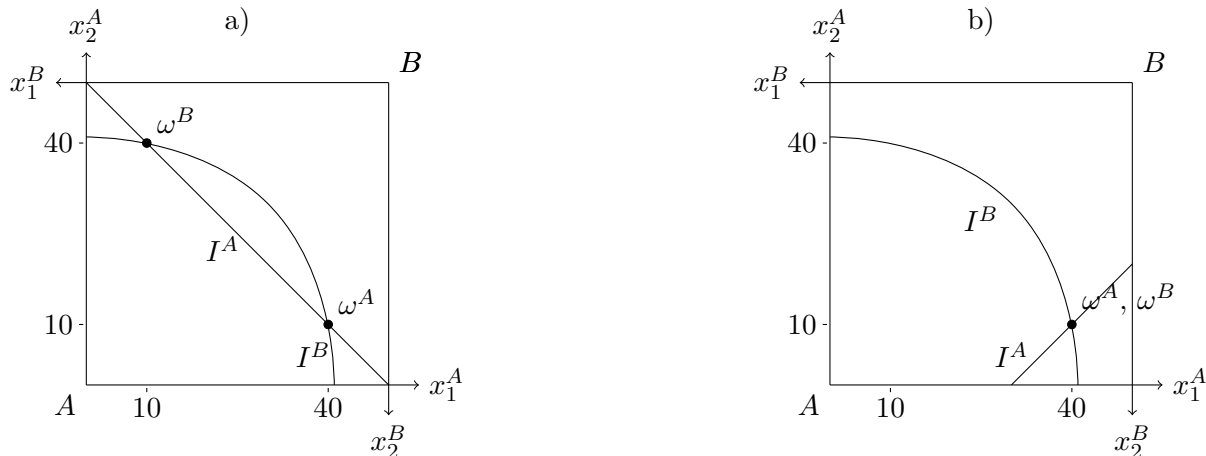
richtige Lösung: c)

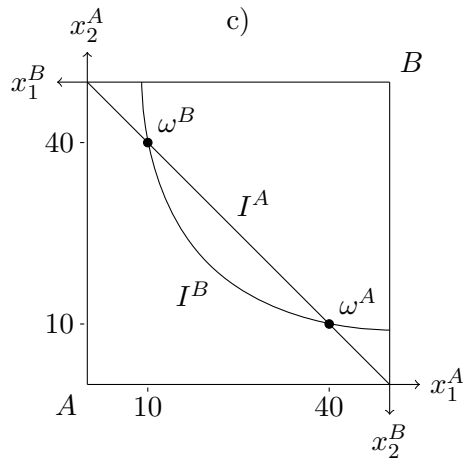
Es gilt

$$f(tx) = \sqrt{tx} = \sqrt{t} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{t}f(x) < tf(x)$$

für $t > 1$. Daher liegen fallende Skalenerträge vor.

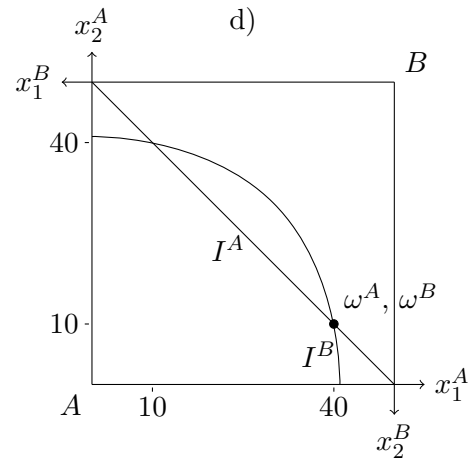
6. (2 Punkte) In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion $U_A(x_1^A, x_2^A) = 2x_1^A + 2x_2^A$ und Akteur B die Nutzenfunktion $U_B(x_1^B, x_2^B) = \sqrt{x_1^B} + \sqrt{x_2^B}$. Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (40, 10)$ beziehungsweise $\omega^B = (10, 40)$. Welche der folgenden Grafiken skizziert die Anfangsausstattungen und die durch die Anfangsausstattungen verlaufenden Indifferenzkurven? Hierbei bezeichnen I_A und I_B die Indifferenzkurven von Agent A bzw. B .





a)

b)



c)

d)

richtige Lösung: d)

Die Anfangsausstattungen w^A, w^B müssen in einem Punkt liegen. Somit sind **a)** und **c)** falsch. Agent A besitzt monotone, lineare Präferenzen, da $\partial U_A / \partial x_i^A > 0$ für $i = 1, 2$ und $MRS^A = 1$. Demnach verläuft seine Indifferenzkurve negativ geneigt. Somit ist **b)** falsch. Agent B besitzt monotone, konvexe Präferenzen, da $\partial U_b / \partial x_i^B \geq 0$ für $i = 1, 2$ und $MRS^B = \sqrt{x_2^B} / \sqrt{x_1^B}$. In Graphik **d)** ist die Anfangsausstattung korrekt eingezeichnet, beide Indifferenzkurven verlaufen durch die Anfangsausstattung und der Verlauf beider Indifferenzkurven ist korrekt skizziert

7. (3 Punkte) Betrachten Sie eine beliebige Tauschökonomie mit zwei Agenten und Anfangsausstattung ω .

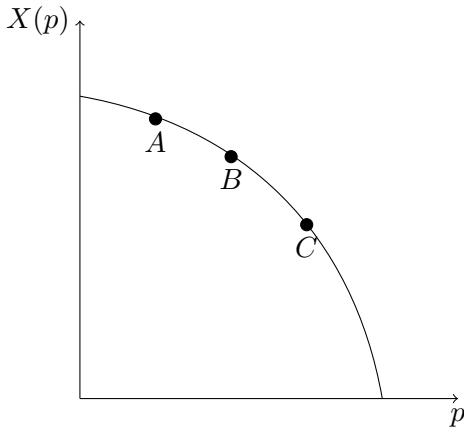
- a) Alle Pareto-optimalen Allokationen liegen in der zur Anfangsausstattung ω gehörenden Tauschlinie.
- b) Wenn für zwei Allokationen $x = ((x_1^A, x_2^A), (x_1^B, x_2^B))$ und $y = ((y_1^A, y_2^A), (y_1^B, y_2^B))$ gilt $U_A(x_1^A, x_2^A) > U_A(y_1^A, y_2^A)$, dann ist x eine Pareto-Verbesserung gegenüber y .
- c) Die Anfangsausstattung ω ist Pareto-optimal.
- d) Pareto-Optima erfüllen $x_1^A = x_1^B$ und $x_2^A = x_2^B$.
- e) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: e)

Die zu w gehörende Tauschlinie ist die Schnittmenge der zu w gehörenden Bessermengen von Agent A und B . In der Tauschlinie ist w enthalten. Falls die Tauschlinie strikte Verbesserungen einzelner Akteure beinhaltet, ist die Anfangsausstattung w nicht Pareto-optimal. Daher ist **a)** und **c)** falsch.

Pareto-Optimalität gilt für alle Allokationen, bei denen sich kein Agent besser stellen kann, ohne einen anderen schlechter zu stellen. Da keine Aussage über das Nutzenniveau von Agent B getroffen wird, ist **b)** falsch. Zu **d)** lassen sich viele Gegenbeispiele finden. Somit sind **a)-d)** falsch.

8. (2 Punkte) Betrachten Sie folgende Grafik, die eine Nachfragefunktion $X(p)$ abbildet.



- a) Die Nachfrage ist in Punkt A elastischer als in den Punkten B und C.
- b) Die Nachfrage ist in Punkt B elastischer als in den Punkten A und C.
- c) Die Nachfrage ist in Punkt C elastischer als in den Punkten A und B.
- d) Die Preiselastizität der Nachfrage ist in allen drei Punkten A, B, C gleich.

richtige Lösung: c)

Die Preiselastizität der Nachfrage lautet $\epsilon_{X,p} = \frac{\partial X}{\partial p} \cdot \frac{p}{X} = -\left|\frac{\partial X}{\partial p}\right| \cdot \frac{p}{X}$. Falls p steigt, sinkt X . Demnach steigt $\frac{p}{X}$. Falls p steigt, steigt $\left|\frac{\partial X}{\partial p}\right|$. Demnach steigen beide Faktoren, $\left|\frac{\partial X}{\partial p}\right|$ und $\frac{p}{X}$, wenn p steigt. Die Nachfrage ist im Punkt C somit elastischer als in den Punkten A und B.

9. (3 Punkte) Ein Monopolist agiere auf einem Markt mit der inversen Nachfragefunktion $p(q) = -2q + 40$. Die Kostenfunktion des Monopolisten sei durch $C(q) = 3q^2$ gegeben. Wie lautet die Konsumentenrente bei der Cournot-Menge $q^M = 4$

- a) 0
- b) 8
- c) 16
- d) 32
- e) 48
- f) 80

richtige Lösung: c)

Die Konsumenten zahlen den Preis $p(4) = 40 - 2 \cdot 4 = 32$. Da die Nachfragefunktion linear ist, lässt sich die Konsumentenrente über die Dreiecksformel bestimmen. Wir erhalten

$$KR = \frac{p(0) - p(4)}{2} \cdot (4 - 0) = \frac{40 - 32}{2} \cdot 4 = 16.$$

10. (1 Punkt) In welcher Einheit wird die Konsumentenrente gemessen?

- a) Gramm
- b) Nutzeinheiten
- c) Geldeinheiten / Mengeneinheiten
- d) Geldeinheiten
- e) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: d)

Die Konsumentenrente wird in Geldeinheiten gemessen.

11. (3 Punkte) Ein Monopolist betreibt Preisdiskriminierung ersten Grades auf einem Markt. Die Nachfragefunktion lautet $Y(p) = 22 - 2p$. Die Kostenfunktion des Monopolisten beträgt $C(Y) = \frac{Y^2}{2} + 2Y$. Welche Menge wird der Monopolist anbieten?

- a) $Y^M = 4$
 b) $Y^M = 4.5$
 c) $Y^M = 5.5$
 d) $Y^M = 6$
 e) $Y^M = 6.5$
 f) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: d)

Aufgrund der Preisdiskriminierung ersten Grades erfüllt der marginale Erlös $MR(Y) = p(Y)$. Die inverse Nachfragefunktion lautet

$$\begin{aligned}
 Y(p) &= 22 - 2p \\
 Y/2 &= 11 - p \\
 \Rightarrow p(Y) &= 11 - Y/2.
 \end{aligned}$$

Die gewinnmaximale Menge erhalten wir aus

$$\begin{aligned}
 p(Y) &\stackrel{!}{=} MC(Y) \\
 11 - Y/2 &= Y + 2 \\
 9 &= 3Y/2 \\
 \Rightarrow Y^M &= 6.
 \end{aligned}$$

12. (3 Punkte) Auf einem Markt gelte die Marktnachfragefunktion $D(p) = 130 - 2p$ und die Marktangebotsfunktion $S(p) = 10 + 3p$. Es wird eine Mengensteuer von $t = 10$ eingeführt, die die Anbieter an den Staat abzutreten haben. Wie hoch sind die Steuereinnahmen?

- a) 700
 b) 820
 c) 850
 d) 900
 e) 1000

richtige Lösung: a)

Die Angebotsfunktion nach Einführung der Steuer lautet

$$S_t(p) = S(p - 10) = 10 + 3(p - 10) = -20 + 3p.$$

Im Marktgleichgewicht gilt

$$\begin{aligned}
 D(p) &= 130 - 2p \stackrel{!}{=} -20 + 3p = S_t(p) \\
 150 &= 5p \\
 \Rightarrow p &= 30.
 \end{aligned}$$

Die Nachfrage beträgt damit $D(30) = 130 - 2 \cdot 30 = 70$. Somit ergeben sich Steuereinnahmen in Höhe von $10 \cdot 70 = 700$.

13. (4 Punkte) $N = 1000$ identische Unternehmen befinden sich im vollkommenen Wettbewerb. Die Kostenfunktion von Unternehmen $i \in \{1, \dots, N\}$ ist gegeben durch

$$C(x_i) = \begin{cases} 9 + x_i^2 & , \text{ falls } x_i > 0 \\ 0 & , \text{ falls } x_i = 0 \end{cases}$$

wobei x_i die von Unternehmen i produzierte Menge bezeichnet. Für $x_i > 0$, sind die Durchschnittskosten also $AC(x_i) = \frac{9}{x_i} + x_i$ und die marginalen Kosten $MC(x_i) = 2x_i$. Die Marktnachfrage laute $D(p) = 1800 - 100p$. Wie viele Unternehmen bieten im Gleichgewicht eine positive Ausbringungsmenge an?

- a) 0
 c) 200
 e) 400
 g) 600
 i) 800
 b) 100
 d) 300
 f) 500
 h) 700
 j) 900

richtige Lösung: e)

Im langfristigen Gleichgewicht gilt $AC(x_i) \stackrel{!}{=} MC(x_i) \stackrel{!}{=} p$ für jedes Unternehmen $i \in \{1, \dots, N\}$, das eine positive Menge anbietet. Aus der ersten Bedingung erhalten wir

$$\begin{aligned} AC(x_i) &= \frac{9}{x_i} + x_i \stackrel{!}{=} 2x_i = MC(x_i) \\ 9 &= x_i^2 \\ \Rightarrow x_i &= 3. \end{aligned}$$

Aus der zweiten Bedingung erhalten wir

$$p \stackrel{!}{=} 6 = MC(3).$$

Die Marktnachfrage beträgt $D(6) = 1800 - 100 \cdot 6 = 1200$. Da jedes Unternehmen 3 Einheiten anbietet und das Marktangebot im Gleichgewicht 1200 ist, bieten $n = 1200/3 = 400$ Unternehmen eine positive Ausbringungsmenge an.

14. **(1 Punkt)** Die Nachfragefunktion sei gegeben durch $X(p) = 12 - 2p^2$. Die Preiselastizität der Nachfrage lautet

- a) $\frac{-p}{12-2p^2}$ b) $\frac{-p^2}{6-p^2}$ c) $\frac{-p}{6-p^2}$ d) $\frac{-p^2}{12-2p^2}$ e) $\frac{-2p^2}{6-p^2}$

richtige Lösung: e)

$$\epsilon_{X,p} = \frac{\partial X(p)}{\partial p} \cdot \frac{p}{X(p)} = -4p \cdot \frac{p}{12-2p^2} = \frac{-4p^2}{12-2p^2} = \frac{-2p^2}{6-p^2}.$$

15. **(3 Punkte)** Betrachten Sie folgendes simultane Spiel:

		Spieler2	
		<i>l</i>	<i>r</i>
Spieler1	<i>o</i>	(5, 3)	(8, 2)
	<i>u</i>	(5, 2)	(3, 0)

- a) l ist eine dominante Strategie, weil $3 > 2$ und $5 \geq 3$.
 b) o ist eine dominante Strategie, weil $3 > 2$ und $8 > 3$.
 c) l ist eine dominante Strategie, weil $5 > 3$ und $5 > 2$.
 d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: d)

l ist eine dominante Strategie, weil $3 > 2$ und $2 > 0$. Weil die Begründungen von **a)** und **c)** falsch sind, sind **a)** und **c)** falsch. o ist eine dominante Strategie, weil $5 \geq 5$ und $8 \geq 3$. Antwort **b)** ist somit falsch. Demnach trifft **d)** zu.

16. (3 Punkte) Betrachten Sie folgendes simultane Spiel:

		Spieler2	
		<i>l</i>	<i>r</i>
Spieler1	<i>o</i>	(5, 4)	(8, 3)
	<i>u</i>	(5, 2)	(3, 1)

- a) (8, 3) ist ein Nash-Gleichgewicht, weil $8 \geq 3$ und $3 \geq 1$.
- b) (5, 4) ist ein Nash-Gleichgewicht, weil $5 \geq 5$ und $4 \geq 3$
- c) (*o*, *r*) ist ein Nash-Gleichgewicht, weil $8 \geq 3$ und $3 \geq 1$.
- d) (*o*, *l*) ist ein Nash-Gleichgewicht, weil $5 \geq 5$ und $4 \geq 3$.
- e) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: d)

(8, 3) und (5, 4) sind keine Strategiekombinationen. (*o*, *r*) ist kein Gleichgewicht, weil $3 < 4$. (*o*, *l*) ist ein Gleichgewicht, weil $5 \geq 5$ (Spieler 1) und $4 \geq 3$ (Spieler 2).

17. (4 Punkte) Auf einer Insel leben 6 Menschen. Es gibt dort nur ein privates und ein öffentliches Gut. Die Präferenzen der Inselbewohner sind identisch. Die Nutzenfunktion von Inselbewohner *i* lautet $U_i(g, x_i) = \sqrt{g} + 2 \cdot x_i$, wobei x_i die von *i* konsumierte Menge des privaten Gutes und *g* die Menge des öffentlichen Gutes bezeichnet. Der Preis des privaten Gutes beträgt $p_x = 4$ und der Preis des öffentlichen Gutes $p_g = 3$. Wie lautet die Pareto-optimale Menge des öffentlichen Gutes?

- a) $\frac{9}{16 \cdot 16}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{1}{4}$ d) 1 e) $\frac{81}{64}$ f) 4 g) 9

richtige Lösung: f)

Die marginale Zahlungsbereitschaft eines Einwohners *i* für eine weitere Einheit des öffentlichen Gutes ist

$$MRS_i = \frac{MU_g}{MU_{x_i}} = \frac{1}{4\sqrt{g}}$$

Da auf der Insel 6 Personen leben, muss für die aggregierte Zahlungsbereitschaft folgendes gelten

$$MRS = \frac{6}{4\sqrt{g}} \stackrel{!}{=} \frac{3}{4} = \frac{p_g}{p_x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{g}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow g = 4.$$

18. (3 Punkte) Horst und Luise betreiben benachbarte Gartencafés, deren Gäste durch Blumen angelockt werden. Horst baut ausschließlich Sonnenblumen an. Luise baut ausschließlich Gänseblümchen an. Horsts Gewinnfunktion lautet

$$\Pi^H(x) = 6x - x^2,$$

Luises Gewinnfunktion lautet

$$\Pi^L(x, y) = 8y + \frac{x^2}{2} - y^2,$$

wobei x für die Anzahl der Sonnenblumen in Horsts Garten und y für die Anzahl der Gänseblümchen in Luises Garten steht. Das soziale Optimum ist gegeben durch $(x^*, y^*) = (6, 4)$. Die Pigou-Subvention pro Sonnenblume lautet

- a) 0
 b) 1
 c) 2
 d) 3
 e) 4
 f) 5
 g) 6

richtige Lösung: g)

Falls jede Sonnenblume mit t subventioniert wird, lautet die Gewinnfunktion von Horst

$$\Pi^H(x) = 6x - x^2 + tx.$$

Die gewinnmaximale Menge von Horst ergibt sich zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi^H}{\partial x} &= 6 + t - 2x \stackrel{!}{=} 0 \\ \Rightarrow x &= 3 + t/2. \end{aligned}$$

Die von Horst gewählte Menge, $x = 3 + t/2$, stimmt mit der sozialoptimalen Menge, $x^* = 6$, überein falls

$$\begin{aligned} x &= 3 + t/2 \stackrel{!}{=} 6 \\ \Rightarrow t &= 6. \end{aligned}$$

Alternative Lösung:

Die positive Grenzexernalität von Horst auf Luise ist $E(x) = \frac{\partial \Pi^L(x,y)}{\partial x} = x$. Im sozialen Optimum beträgt diese $E(6) = 6$. Äquivalent zur negativen Externalität, bei der die Pigou-Steuer dem Grenzscha-den der Externalität im sozialen Optimum gleicht, muss bei einer positiven Externalität die Pigou-Subvention der positiven Grenzexernalität im sozialen Optimum gleichen. Wir erhalten die Pigou-Subvention $t \stackrel{!}{=} 6 = E(6)$.

19. **(2 Punkte)** Auf einem Markt agieren die Unternehmen 1 und 2. Unternehmen 1 wählt die Menge $x_1 \in \{a, b, c\}$. Unternehmen 2 wählt die Menge $x_2 \in \{d, e, f\}$. Die hieraus resultierenden Gewinne $(\Pi_1(x_1, x_2), \Pi_2(x_1, x_2))$ sind in unten stehender Matrix dargestellt.

		Unternehmen 2		
		d	e	f
Unternehmen 1	a	(6, 3)	(3, 6)	(1, 8)
	b	(8, 5)	(4, 6)	(3, 4)
	c	(12, 3)	(6, 4)	(2, 5)

Die Stackelberg-Mengen $x^S = (x_1^S, x_2^S)$, wenn Unternehmen 1 Führer ist, lauten

- a) (a, d)
 d) (b, d)
 g) (c, d)
 b) (a, e)
 e) (b, e)
 h) (c, e)
 c) (a, f)
 f) (b, f)
 i) (c, f)

richtige Lösung: e)

Unternehmen 1 antizipiert die Reaktionsfunktion von Unternehmen 2. Unternehmen 2 wählt f , falls Unternehmen 1 a wählt, weil $8 > 6, 3$. Unternehmen 2 wählt e , falls Unternehmen 1 b wählt, weil $6 > 5, 4$. Unternehmen 2 wählt f , falls Unternehmen 1 c wählt, weil $5 > 4, 3$. Somit kann Unternehmen 1 nur noch die Auszahlungen 1, 4, 2 erzielen, falls es a, b, c wählt. Da $4 > 1, 2$ wählt Unternehmen 1 b . Unternehmen 2 wählt folglich e . Somit lauten die Stackelberg-Mengen (b, e) .

Alternative Lösung:

Unternehmen 1 antizipiert die Reaktionsfunktion von Unternehmen 2. Diese lautet

$$x_2^R(x_1) = \begin{cases} f & , \text{ falls } x_1 = a \\ e & , \text{ falls } x_1 = b \\ f & , \text{ falls } x_1 = c \end{cases}$$

weil $8 > 6, 3$ ($x_1 = a$); $5 > 4, 3$ ($x_1 = b$); $4 > 1, 2$ ($x_1 = c$). Die reduzierte Gewinnfunktion von Unternehmen 1 lautet damit

$$\Pi_1^R(x_1) = \Pi_1(x_1, x_2^R(x_1)) = \begin{cases} 1 & , \text{ falls } x_1 = a \\ 4 & , \text{ falls } x_1 = b \\ 2 & , \text{ falls } x_1 = c \end{cases}$$

Gewinnmaximal für Unternehmen 1 ist demnach die Menge $x_1^S = b$. Unternehmen 2 wählt $x_2^S = x_2^R(x_1^S) = x_2^R(b) = e$.

20. (4 Punkte) Holgers Nutzenfunktion ist gegeben durch

$$U(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + 2\sqrt{x_2}.$$

Sein Einkommen beträgt $m = 18$. Die Preise betragen $p_1 = 1, p_2 = 2$. Das Haushaltsoptimum (x_1^*, x_2^*) lautet

- a) (0, 9) b) (2, 8) c) (6, 6) d) (12, 3) e) (18, 0).

richtige Lösung: c)

Die Präferenzen sind monoton, weil $MU_1 = \frac{1}{2\sqrt{x_1}} \geq 0$ und $MU_2 = \frac{1}{\sqrt{x_2}} \geq 0$. Die MRS lautet

$$MRS = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{\sqrt{x_2}}{2\sqrt{x_1}}.$$

Aufgrund von Monotonie sinkt x_2 entlang der Indifferenzkurve, wenn x_1 steigt. Demnach nimmt die MRS mit steigendem x_1 (und mit fallendem x_2) ab. Die Präferenzen sind konvex und das Haushaltsoptimum lässt sich bestimmen durch das Einsetzen von

$$\begin{aligned} MRS &= \frac{\sqrt{x_2}}{2\sqrt{x_1}} \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} = \frac{p_1}{p_2} = MOC \\ &\Rightarrow x_2 = x_1 \end{aligned}$$

in die Budgetgleichung

$$\begin{aligned} p_1x_1 + p_2x_2 &= 1 \cdot x_1 + 2 \cdot x_1 = 3x_1 = 18 = m \\ &\Rightarrow x_1^* = \frac{18}{3} = 6. \end{aligned}$$

Wir erhalten $x_2^* = x_1^* = 6$ und damit das Haushaltsoptimum $(x_1^*, x_2^*) = (6, 6)$.

21. (3 Punkte) Richards Nutzenfunktion ist gegeben durch

$$U(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2.$$

- a) Die Präferenzen sind nicht monoton.
- b) Die Präferenzen sind konvex.
- c) Für Richards Haushaltsoptimum gilt $MRS \stackrel{!}{=} MOC$.
- d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

Richtige Lösung: d)

Die Präferenzen sind monoton, weil $MU_1 = 2x_1 \geq 0$ und $MU_2 = 1 > 0$. Daher ist **a)** falsch. Die MRS lautet

$$MRS = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{2x_1}{1} = 2x_1.$$

Aufgrund von Monotonie sinkt x_2 entlang der Indifferenzkurve, wenn x_1 steigt. Die MRS nimmt mit steigendem x_1 also zu. Die Präferenzen sind demnach nicht konvex und das Haushaltsoptimum lässt sich nicht bestimmen durch $MRS \stackrel{!}{=} MOC$. Daher ist **b)** und **c)** falsch.

22. (2 Punkte) Betrachten Sie die Nutzenfunktion $U(x_1, x_2) = \frac{1+x_1}{1+x_2}$.

- a) Die Präferenzen sind monoton.
- b) Gut 1 ist ein Ungut, Gut 2 nicht.
- c) Gut 2 ist ein Ungut, Gut 1 nicht.
- d) Sowohl Gut 1 als auch Gut 2 sind Ungüter.

richtige Lösung: c)

Der marginale Nutzen von Gut 1 ist $MU_1 = \frac{1}{1+x_2} > 0$. Daher ist Gut 1 kein Ungut. Weil $MU_2 = \frac{-(1+x_1)}{(1+x_2)^2} < 0$, ist Gut 2 ein Ungut.

23. (3 Punkte) Betrachten Sie die Nutzenfunktionen $U_1(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)x_3$ und $U_2(x_1, x_2, x_3) = (x_1^2 + x_2^2)x_3^2$.

- a) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil die monoton steigende Transformation $\tau(U) = U^2 U_1$ in U_2 überführt.
- b) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil die Indifferenzkurven identisch aussehen.
- c) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil $U_1(0, 0, 0) = U_2(0, 0, 0)$
- d) Die beiden Nutzenfunktionen sind nicht äquivalent. Dies lässt sich anhand der Güterbündel $(1, 0, 1)$ und $(2, 0, 1)$ begründen.
- e) Die beiden Nutzenfunktionen sind nicht äquivalent. Dies lässt sich anhand der Güterbündel $(1, 1, 1)$ und $(0, 2, 1)$ begründen.

richtige Lösung: e)

Es gilt $\tau(U_1) = (x_1 + x_2)^2 x_3^2 \neq (x_1^2 + x_2^2) x_3^2 = U_2$. Daher ist **a)** falsch. Nutzenfunktionen können, müssen aber nicht äquivalent sein, wenn die Indifferenzkurven identisch aussehen. Die Nutzenfunktionen $U_1(x_1, x_2, x_3)$ und $U'_1(x_1, x_2, x_3) = -U_1(x_1, x_2, x_3)$ sind z.B. nicht äquivalent. Daher ist die Begründung von **b)** falsch. **c)** ist falsch, weil durch $U_1(0, 0, 0) = U_2(0, 0, 0)$ keine Aussage über die Äquivalenz von U_1 und U_2 getroffen werden kann. Anhand von $U_1(1, 0, 1) = 1 < 2 = U_1(2, 0, 1)$ und $U_2(1, 0, 1) = 1 < 4 = U_2(2, 0, 1)$ lässt sich nicht begründen, dass U_1 und U_2 nicht äquivalent sind. Daher ist **d)** falsch. Weil $U_1(1, 1, 1) = 2 = 2 = U_1(0, 2, 1)$ und $U_2(1, 1, 1) = 2 < 4 = U_2(0, 2, 1)$, sind die Nutzenfunktionen U_1 und U_2 nicht äquivalent. Daher ist **e)** richtig.

24. (2 Punkte) Gehen Sie davon aus, dass der optimale Konsum von Gut 1 gegeben ist durch

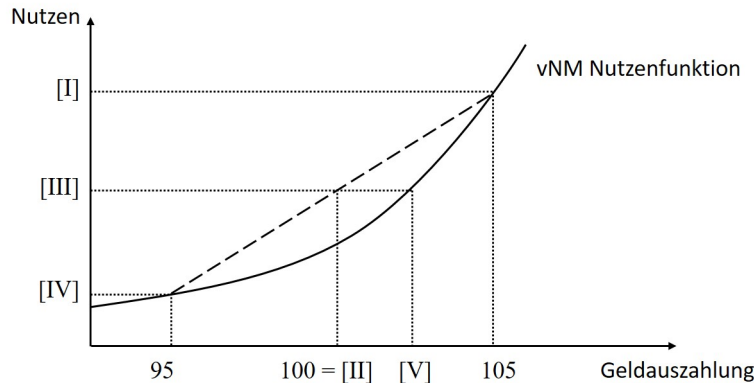
$$x_1(m, p_1, p_2) = \frac{2m}{2p_1 + 3p_2}.$$

- a) Eine Variation des Preises von Gut 2 führt zu einer anderen Engelkurve für Gut 1.
- b) Eine Variation des Einkommens führt zu einer anderen Engelkurve für Gut 1.
- c) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: a)

Die Engelkurve für Gut 1 stellt den optimalen Konsum von Gut 1 in Abhängigkeit des Einkommens dar. Die Engelkurve lautet also $x_1(m) = \frac{2m}{2p_1+3p_2}$. Weil das Einkommen bei einer Engelkurve bereits variiert wird, führt die Variation des Einkommens zu keiner anderen Engelkurve. Daher ist **b)** falsch. Eine Variation des Parameters p_2 führt zu einer anderen Engelkurve. Daher ist **a)** richtig.

25. (2 Punkte) Betrachten Sie die Lotterie $L = [95, 105; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ und die in der Abbildung dargestellte vNM-Nutzenfunktion.



[III] bezeichnet

- a) $CE(L)$
- b) $E(L)$
- c) $u(105)$
- d) $u(95)$
- e) $u(E(L))$
- f) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: f)

[III] bezeichnet den erwarteten Nutzen der Lotterie L , also $E_u(L)$. Daher ist **f)** richtig.

26. (2 Punkte) Eine vNM-Nutzenfunktion, die Risikofreude widerspiegelt,

- a) ist konkav.
- b) hat für die Lotterie $L = [7, 12; \frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$ die Eigenschaft $E_u(L) \geq u(E(L))$.
- c) ist zum Beispiel durch die Funktion $u(x) = 5 \ln x$ gegeben.
- d) hat für die Lotterie $L = [7, 12; \frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$ die Eigenschaft $CE(L) < E(L)$.

richtige Lösung: b)

vNM-Nutzenfunktionen, die Risikofreude widerspiegeln, sind konvex. Daher ist **a)** falsch. Ein risikofreudiges Individuum zieht das Spielen der Lotterie der sicheren Auszahlung des Erwartungswertes vor, d.h. $E_u(L) \geq u(E(L))$. Daher ist **b)** richtig.

Die Funktion $u(x) = 5 \ln x$ ist konkav und spiegelt Risikoaversion wider. Daher ist **c)** falsch. Derjenige Betrag, der dem Individuum so viel Wert ist wie die Lotterie, ist für risikofreudige Individuen größer als der Erwartungswert, d.h. $CE(L) \geq E(L)$. Daher ist **d)** falsch.

27. (3 Punkte) Der optimale Konsum eines Haushaltes von Gut 1 ist gegeben durch

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{10p_2 - m}{p_2 - p_1}.$$

Es gilt $p_2 > p_1$, $10p_2 > m$, $m > 10p_1$.

- a) Gut 1 ist gewöhnlich und inferior.
- b) Gut 1 ist nicht-gewöhnlich und inferior.
- c) Gut 1 ist gewöhnlich und normal.
- d) Gut 1 ist nicht-gewöhnlich und normal.

richtige Lösung: b)

Es gilt $\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = (-1) \cdot (-1) \frac{10p_2 - m}{(p_2 - p_1)^2} = \frac{10p_2 - m}{(p_2 - p_1)^2} \geq 0$. Daher ist Gut 1 nicht-gewöhnlich. Es gilt $\frac{\partial x_1}{\partial m} = \frac{-1}{p_2 - p_1} \leq 0$. Daher ist Gut 1 inferior. Somit ist **b)** richtig.

28. (4 Punkte) Marie verfügt über ein Einkommen m und hat die Nutzenfunktion

$$U(x_1, x_2) = x_1 + x_2.$$

Ihr optimaler Konsum (x_1^*, x_2^*) ist demnach gegeben durch

$$\begin{aligned} & \left(\frac{m}{p_1}, 0 \right), \quad \text{falls } p_1 < p_2 \\ & \left(x, \frac{m - p_1 x}{p_2} \right), \quad x \in \left[0, \frac{m}{p_1} \right], \quad \text{falls } p_1 = p_2 \\ & \left(0, \frac{m}{p_2} \right), \quad \text{falls } p_1 > p_2. \end{aligned}$$

Es sei $m = 24$, $p_1 = 2$, $p_2 = 3$. Es droht eine Preiserhöhung bei Gut 1 auf $p_1^n = 4$.

- | | |
|--|--|
| <input type="radio"/> a) Die kompensatorische Variation beträgt 0. | <input type="radio"/> e) Die äquivalente Variation beträgt 0. |
| <input type="radio"/> b) Die kompensatorische Variation beträgt 2. | <input type="radio"/> f) Die äquivalente Variation beträgt 4. |
| <input type="radio"/> c) Die kompensatorische Variation beträgt 4. | <input type="radio"/> g) Die äquivalente Variation beträgt 8. |
| <input type="radio"/> d) Die kompensatorische Variation beträgt 6. | <input type="radio"/> h) Die äquivalente Variation beträgt 12. |

richtige Lösung: g)

Marie konsumiert ausschließlich Gut 1, $(x_1^*, x_2^*) = \left(\frac{m}{p_1}, 0 \right)$, vor der Preiserhöhung und ausschließlich Gut 2, $(y_1^*, y_2^*) = \left(0, \frac{m}{p_2} \right)$, nach der Preiserhöhung. Die kompensatorische Variation erhalten wir durch

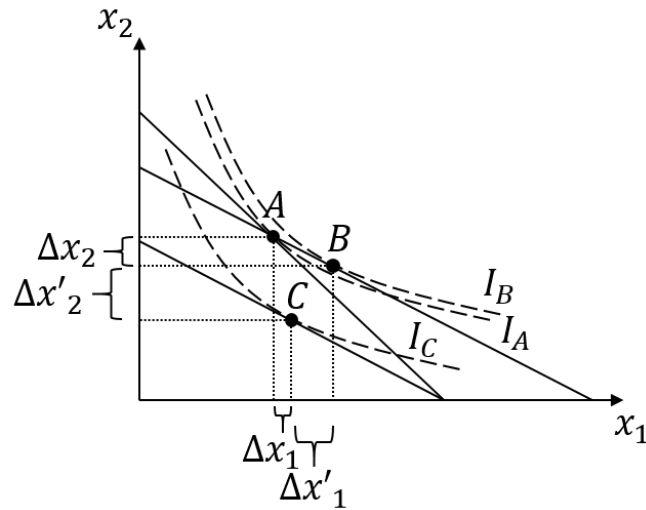
$$\begin{aligned} U\left(\frac{m}{p_1}, 0\right) &= U\left(0, \frac{m + CV}{p_2}\right) \\ 12 &= \frac{24 + CV}{3} \\ CV &= 36 - 24 = 12. \end{aligned}$$

Die äquivalente Variation erhalten wir durch

$$\begin{aligned} U\left(0, \frac{m}{p_2}\right) &= U\left(\frac{m - EV}{p_1}, 0\right) \\ 8 &= \frac{24 - EV}{2} \\ EV &= 24 - 16 = 8. \end{aligned}$$

Daher ist **g)** richtig.

29. (2 Punkte) Betrachten Sie folgende Grafik, in der I_i , $i \in \{A, B, C\}$, die zu Güterbündel i gehörende Indifferenzkurve bezeichnet. Budgetgeraden werden durch die durchgezogenen Geraden dargestellt. Nehmen Sie an, dass sich das Haushaltsoptimum bei den Preisen p_1, p_2 im Punkt A befindet. In der Grafik wird die Preiserhöhung von p_2 auf $p_2^n > p_2$ dargestellt.



- a) Der absolute Substitutionseffekt von Gut 2 ist Δx_2 , der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist $\Delta x_2 + \Delta x'_2$.
- b) Der absolute Substitutionseffekt von Gut 2 ist $\Delta x_2 + \Delta x'_2$, der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist $\Delta x'_2$.
- c) Der absolute Substitutionseffekt von Gut 2 ist Δx_2 , der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist $\Delta x'_2$.
- d) Der absolute Substitutionseffekt von Gut 2 ist $\Delta x'_2$, der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist Δx_2 .

richtige Lösung: c)

Das neue Haushaltsoptimum bei Preisen p_1, p_2^n ist gegeben durch C . Beim Substitutionseffekt wird angenommen, dass sich der Haushalt das alte Haushaltsoptimum A trotz Preisänderung leisten kann. Die Budgetgrade rotiert also um A (gegen den Uhrzeigersinn), wenn p_2 steigt. Der optimale Konsum verschiebt sich folglich von A nach B . Der absolute Substitutionseffekt von Gut 2 ist demnach Δx_2 . Da sich der Haushalt Güterbündel B nach der Preiserhöhung nicht leisten kann, verschiebt sich der optimale Konsum von B nach C . Der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist also $\Delta x'_2$. Daher ist c) richtig.