Universität Leipzig

Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät

BACHELOR – PRÜFUNG

DATUM: **26. Februar 2016**

FACH: **Mikroökonomik**
KLAUSURDAUER: 90 Min

PRÜFER: **Prof. Dr. Harald Wiese**

MATRIKEL-NR.:

STUDIENGANG:

NAME, VORNAME:

UNTERSCHRIFT DES STUDENTEN:

ERLÄUTERUNGEN:

Maximal erreichbare Punkte: 80
Lesen Sie die Aufgabenstellung vor dem Bearbeiten gründlich!
Schreiben Sie, bitte, leserlich!
Begründen Sie Ihre Antworten!
Machen Sie jeweils Ihren Rechenweg deutlich!
Sollte der Platz unter den Fragen nicht ausreichen,
verwenden Sie bitte jeweils die Rückseite!
Hilfsmittel: keine

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\sum$
PUNKTE:											

NOTE:

Unterschrift des Prüfers/der Prüfer:

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Ein Individuum steht zwei Güterbündeln, A und B, gegenüber. Güterbündel A beinhaltet 3 Einheiten des ersten Gutes $\left(x_1^A = 3\right)$ und 5 Einheiten des zweiten $\left(x_2^A = 5\right)$; Güterbündel B ist durch $x_1^B = 7$ und $x_2^B = 6$ gegeben.

(a) Gehen Sie davon aus, dass beide Güter Ungüter sind. Können Sie eine Aussage darüber treffen, welches Güterbündel der Haushalt bevorzugt? Begründen Sie.

(b) Sie erhalten die folgenden Angaben: Die Preise der Güter sind $p_1 = 2$ und $p_2 = 1$. Dem Individuum steht ein Budget in Höhe von 15 Geldeinheiten zur Verfügung. Die Präferenzen werden durch die Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$ repräsentiert.

Wie ändert sich Ihre Antwort?

Lösungsvorschlag:

(a) Güterbündel A umfasst sowohl mehr von Gut 1 als auch mehr von Gut 2. Da beide Güter Ungüter sind, bevorzugt es der Haushalt, weniger von beiden Gütern zu konsumieren. Er präferiert also Güterbündel A über Güterbündel B.

(b) Es gilt

$$15 = u(3, 5) < u(7, 6) = 42.$$

Demnach bevorzugt der Haushalt Güterbündel B. Dass Güterbündel B nicht in der Budgetmenge liegt, spielt für die Präferenzen keine Rolle.

Aufgabe 2 (6 Punkte)
Ein Haushalt mit der Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + 3\sqrt{x_2}$ verwendet sein Einkommen $m = 24$ für die beiden Güter mit den Preisen $p_1 = 3$ und $p_2 = 9$. Bestimmen Sie das Haushaltsoptimum!

Lösungsvorschlag:
Es liegen monotone Präferenzen vor. Wir bestimmen die Grenzrate der Substitution:

$$MRS = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{\sqrt{x_2}}{3\sqrt{x_1}}$$

Mit steigendem x_1 und fallendem x_2 sinkt die MRS. Die Präferenzen sind demnach konvex und die Optimalitätsbedingung lautet

$$\begin{aligned} MRS &= \frac{p_1}{p_2} \\ \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x_2}}{3\sqrt{x_1}} &= \frac{1}{3} \\ \Leftrightarrow x_2 &= x_1. \end{aligned}$$

Wir setzen in die Budgetgerade $24 = 3x_1 + 9x_2$ ein und erhalten $24 = 12x_1$ sowie

$$x_1(p_1, p_2, m) = x_2(p_1, p_2, m) = 2.$$

Aufgabe 3 (5 Punkte)
Gegeben sei die vNM-Nutzenfunktion $u(x) = x^2 + 3$. Berechnen Sie das Sicherheitsäquivalent der Lotterie $L_1 = \left[2, 5; \frac{3}{7}, \frac{4}{7}\right]$!

Lösungsvorschlag:
Es kann mit der äquivalenten Nutzenfunktion $v(x) = x^2$ gearbeitet werden. Das Sicherheitsäquivalent CE muss per Definition die folgende Ungleichung erfüllen:

$$\begin{aligned} & v(CE) = E_v(L) \\ \Leftrightarrow\ & CE^2 = \frac{3}{7} \cdot 2^2 + \frac{4}{7} \cdot 5^2 \\ \Leftrightarrow\ & CE^2 = \frac{112}{7} = 16. \end{aligned}$$

Es gilt also $CE = 4$.

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Ein Unternehmen habe die langfristige Kostenfunktion

$$C(y) = \begin{cases} y^2 + 2y + 4, & y > 0, \\ 0, & y = 0. \end{cases}$$

Bestimmen Sie das langfristige Angebot, falls der Outputpreis

(a) $p = 4$

(b) $p = 8$ beträgt.

Lösungsvorschlag:

Der Gewinn des Unternehmens ist gegeben durch

$$\Pi(y) = py - C(y),$$

die Optimierungsbedingung lautet

$$p \overset{!}{=} MC = 2y + 2$$

(a) Im Falle von $p = 4$ erhalten wir

$$y = \frac{p-2}{2} = 1.$$

Es bleibt zu überprüfen, ob die Gesamtkosten gedeckt werden:

$$p = 4 < 7 = \frac{C(1)}{1} = AC(1).$$

Der gewinnmaximierende Output ist $y^* = 0$.

(b) Im Falle von $p = 8$ erhalten wir

$$y = 3.$$

Es gilt außerdem

$$p = 8 > 3 + 2 + \frac{4}{3} = AC(3),$$

daher ist $y^* = 3$ der gewinnmaximierende Output.

Aufgabe 5 (10 Punkte)
In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion

$$u_A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A + x_2^A$$

und Akteur B die Nutzenfunktion

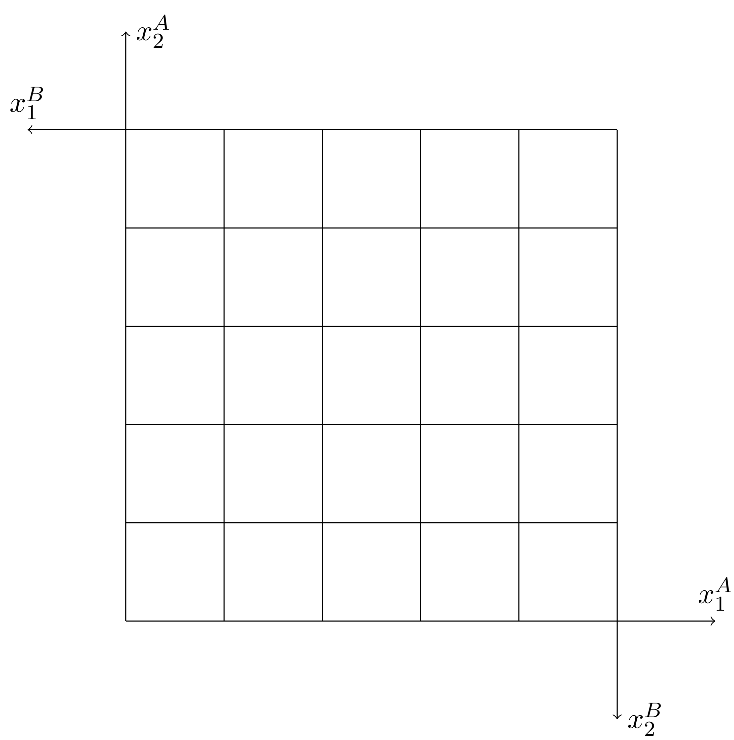
$$u_B(x_1^B, x_2^B) = 2x_1^B x_2^B.$$

Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (40, 10)$ beziehungsweise $\omega^B = (10, 40)$.

(a) Zeichnen Sie die Tausch-Edgeworth-Box zu dieser Situation möglichst exakt in das beigefügte Raster ein! Beschriften Sie die eingezeichneten Objekte hinlänglich! Ihre Zeichnung sollte zumindest die folgenden Objekte abbilden:

- die Anfangsausstattungen ω^A beziehungsweise ω^B der beiden Akteure;
- die Indifferenzkurve für jeden Akteur, die durch die Anfangsausstattung verläuft;
- die Bessermenge des Akteurs A bezüglich der Anfangsausstattung (das ist die Menge aller Punkte $\left(x_1^A, x_2^A\right)$, für die $u^A\left(x_1^A, x_2^A\right) \geq u^A\left(\omega_1^A, \omega_2^A\right)$ gilt);
- die Tauschlinse.

(b) Bestimmen Sie die Kontraktkurve und zeichnen Sie sie zusätzlich in die Tausch-Edgeworth-Box ein. Begründen Sie Ihre Herleitung ausführlich!



Lösungsvorschlag:

Die Kontraktkurve ist die Menge aller Pareto-optimalen Punkte und lässt sich hier bestimmen durch den Ansatz

$$MRS_A = MRS_B.$$

Es ergibt sich

$$1 = \frac{x_2^B}{x_1^B}$$

und dementsprechend die Kontraktkurve $x_2^B\left(x_1^B\right) = x_1^B$ beziehungsweise $x_2^A\left(x_1^B\right) = 50 - x_2^B\left(x_1^B\right) = 50 - x_1^B = x_1^A$.

Aufgabe 6 (7 Punkte)
Es soll eine Stücksteuer auf Zigarettenschachteln erhoben werden. Die inverse Angebotsfunktion ist gegeben durch $p^A(q) = 2 + \frac{1}{4}q$, wobei q die Menge an Zigarettenschachteln beschreibt. Die inverse Nachfragefunktion ist gegeben durch $p^N(q) = 37 - q$. Bestimmen Sie das Marktgleichgewicht, d.h. gleichgewichtigen Preis und die resultierende Menge, falls die Konsumenten eine Steuer von 5 GE zu zahlen haben. Wie hoch ist das Steueraufkommen?

Lösungsvorschlag
Der Preis, den die Konsumenten zu zahlen haben, erhöht sich durch die Steuer um 5. Die neue inverse Nachfragefunktion kann demnach über folgende Gleichung bestimmt werden:

$$p_t^N(q) + 5 = p^N(q).$$

Es gilt also $p_t^N(q) = 32 - q$. Wir setzen Angebot gleich Nachfrage und erhalten

$$\begin{array}{rrcl} & 2 + \frac{1}{4}q & = & 37 - q - 5 \\ \Longleftrightarrow & \frac{5}{4}q & = & 30 \\ \Longleftrightarrow & q^* & = & 24, \end{array}$$

sowie $p^* = 8$. Das Steueraufkommen ist dementsprechend $T = 24 \cdot 5 = 120$.

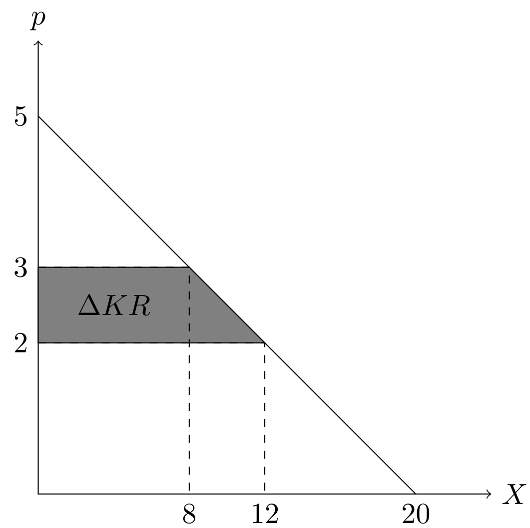
Aufgabe 7 (8 Punkte)

Die Nachfrage auf einem Markt ist durch die inverse Nachfragefunktion $p(X) = 5 - \frac{1}{4} \cdot X$ gegeben, wobei $p(X)$ den Marktpreis bei der auf dem Markt insgesamt nachgefragten Menge X bezeichnet. Der Preis steigt von 2 auf 3.

(a) Veranschaulichen Sie die **Änderung** der Konsumentenrente in einer geeigneten Graphik (Skizze genügt)!

(b) Um welchen Betrag **ändert** sich die Konsumentenrente?

Lösungsvorschlag:



Es gilt

$$X(p) = 20 - 4p$$

und daher $X(2) = 12$ und $X(3) = 8$. Zur Berechnung der Änderung kann der Flächeninhalt der grauen Fläche bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \Delta KR &= 1 \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 \\ &= 10. \end{aligned}$$

Aufgabe 8 (9 Punkte)

Betrachten Sie das folgende Bimatrixspiel, in dem die Auszahlungen des Spielers 1 links und die Auszahlungen des Spielers 2 rechts eingetragen sind:

		Spieler 2	
		l	r
Spieler 1	o	$(3, 2)$	$(4, 1)$
	u	$(7, 1)$	$(7, 2)$

(a) Ist die Strategiekombination (o, l) pareto-optimal? Begründen Sie, indem Sie die relevante(n) Ungleichung(en) angeben!

(b) Ist die Strategiekombination (o, l) ein Nash-Gleichgewicht? Begründen Sie, indem Sie die relevante(n) Ungleichung(en) angeben!

(c) Ist für den Zeilenwähler Strategie o eine dominante Strategie? Begründen Sie, indem Sie die relevante(n) Ungleichung(en) angeben!

Lösungsvorschlag:

(a) Nein. Durch Wahl der Strategiekombination (u, r) wird der Zeilenspieler besser gestellt, $7 > 3$, ohne dass der Spaltenspieler schlechter gestellt wird, $2 = 2$.

(b) Nein. Der Zeilenspieler stellt sich durch einseitiges Abweichen von o auf u besser, $7 > 3$.

(c) Nein. Es gilt $3 < 7$ und $4 < 7$, die Strategie o wird sogar von der Strategie u dominiert.

Aufgabe 9 (12 Punkte)
Auf einem Markt agieren zwei Unternehmen im simultanen Mengenwettbewerb. Die inverse Nachfragefunktion sei durch $p(Q) = 8 - 2 \cdot Q$ gegeben, wobei $Q = q_1 + q_2$ die aggregierte Ausbringungsmenge der Unternehmen ist. Beide Unternehmen betreiben Gewinnmaximierung. Das erste Unternehmen besitzt die Kostenfunktion $C_1(q_1) = q_1^2$. Die Kostenfunktion von Unternehmen 2 ist gegeben durch $C_2(q_2) = 2 \cdot q_2$.

(a) Bestimmen Sie die Reaktionsfunktionen der beiden Unternehmen!

(b) Bestimmen Sie das Cournot-Nash-Gleichgewicht auf diesem Markt!

Lösungvorschlag

(a) Die Gewinnfunktion des ersten Unternehmens lautet zunächst allgemein wie folgt:

$$\Pi_1(q_1, q_2) = p(q_1, q_2) \cdot q_1 - c_1(q_1).$$

Setzt man nun die gegebenen Funktionen ein, so ergibt sich:

$$\begin{aligned}\Pi_1(q_1, q_2) &= (8 - 2 \cdot (q_1 + q_2)) \cdot q_1 - q_1^2 \\ &= 8 \cdot q_1 - 3 \cdot q_1^2 - 2 \cdot q_2 \cdot q_1\end{aligned}$$

Dies wird nun nach q_1 abgeleitet, der Größe die Unternehmen 1 beeinflussen kann:

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = 8 - 6q_1 - 2 \cdot q_2 \stackrel{!}{=} 0$$

Durch Umstellen nach q_1 erhält man die Reaktionsfunktion des ersten Unternehmens:

$$q_1^R(q_2) = \frac{8}{6} - \frac{2}{6} \cdot q_2$$

Für Unternehmen 2 ergibt sich nach gleichem Vorgehen folgendes:

$$\begin{aligned}\Pi_2(q_1, q_2) &= p(q_1, q_2) \cdot q_2 - c_2(q_2) \\ &= (8 - 2 \cdot (q_1 + q_2)) \cdot q_2 - 2 \cdot q_2 \\ &= 6 \cdot q_2 - 2 \cdot q_2 \cdot q_1 - 2 \cdot q_2^2\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = 6 - 4q_2 - 2 \cdot q_1 \stackrel{!}{=} 0$$

$$q_2^R(q_1) = \frac{6}{4} - \frac{2}{4} \cdot q_1$$

(b) Durch das Einsetzen der Reaktionsfunktion von Unternehmen 1 ergibt sich:

$$\begin{aligned}q_2^R\left(q_1^R\left(q_2^C\right)\right) &= \frac{6}{4} - \frac{2}{4} \cdot \left(\frac{8}{6} - \frac{2}{6} \cdot q_2^C\right) = q_2^C \\ &= \frac{6}{4} - \frac{16}{24} + \frac{4}{24} \cdot q_2 = q_2 \\ \frac{3}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \cdot q_2^C &= q_2^C \\ \frac{5}{6} &= \frac{5}{6} \cdot q_2^C \\ q_2^C &= 1\end{aligned}$$

Durch das Einsetzen von q_2^C in die Reaktionsfunktion von Unternehmen 1 ergibt sich dann:

$$q_1^R(1) = \frac{8}{6} - \frac{2}{6} \cdot 1 = 1 = q_1^C$$

Aufgabe 10 (9 Punkte)

In einenm kleinen Örtchen in der Sächsischen Schweiz leben 40 Menschen mit identischen Präferenzen. Es gibt dort nur ein privates und ein öffentliches Gut. Die Präferenzen einer typischen Person i werden durch die Nutzenfunktion $u_i(x_i, y) = x_i + \ln y$ beschrieben, wobei x_i die von i konsumierte Menge des privaten Gutes und y die Menge des öffentlichen Gutes bezeichnet. Der Preis des privaten Gutes beträgt $p_x = 1$ und der Preis des öffentlichen Gutes $p_y = 5$.
Ermitteln Sie die Pareto-optimale Menge des öffentlichen Gutes!

Lösungvorschlag

Im Pareto-Optimum ist die Summe der Grenzraten der Substitution aller Einwohner für das öffentliche Gut (ausgedrückt in Einheiten des privaten Gutes) gleich den Grenzkosten des öffentlichen Gutes (wiederum ausgedrückt in Einheiten des privaten Gutes). Die Grenzrate der Substitution einer Person lautet

$$MRS_i = \frac{dx_i}{dy} = \frac{MU_y}{MU_{x_i}} = \frac{\frac{1}{y}}{1} = \frac{1}{y}.$$

Die Summe der Grenzraten der Substitution aller Einwohner (MRS) beträgt also

$$MRS = 40 \cdot MRS_i = 40 \cdot \frac{1}{y} = \frac{40}{y}.$$

Die Grenzkosten des öffentlichen Gutes (MC) sind durch das Preisverhältnis gegeben

$$MC = \frac{p_y}{p_x} = 5.$$

Die Optimalitätsbedingung lautet demnach

$$\frac{40}{y^*} = MRS \overset{!}{=} MC = 5.$$

Auflösen ergibt die Pareto-optimale Menge des öffentlichen Gutes, $y^* = 8$.