V3

1. **(2 Punkte)** In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion $U_A\left(x_1^A, x_2^A\right) = x_1^A + x_2^A$ und Akteur B die Nutzenfunktion $U_B\left(x_1^B, x_2^B\right) = 2x_1^B x_2^B$. Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (7,3)$ beziehungsweise $\omega^B = (3,7)$.

❍ a) Die Allokation $\left(x^A = (2,2), x^B = (8,8)\right)$ liegt in der Tauschlinse.

❍ b) Die Allokation $\left(x^A = (4,4), x^B = (6,6)\right)$ liegt in der Tauschlinse.

❍ c) Die Allokation $\left(x^A = (6,6), x^B = (4,4)\right)$ liegt in der Tauschlinse.

❍ d) Die Allokation $\left(x^A = (6,6), x^B = (2,2)\right)$ liegt in der Tauschlinse.

❍ e) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: e)

Bei der Anfangsausstattung betragen die Nutzen $U_A(7,3) = 10$ und $U_B(3,7) = 42$. Eine Allokation liegt in der Tauschlinse, falls sowohl A als auch B ein schwach höheres Nutzenniveau erhalten. Bei **a)** gilt $U_A(2,2) = 4 < 10$, bei b) $U_A(4,4) = 8 < 10$. Daher sind **a)** und **b)** falsch. Bei **c)** gilt $U_B(4,4) = 32 < 42$, bei **d)** gilt $U_B(2,2) = 8 < 42$. Daher sind **c)** und **d)** falsch. Daher ist **e)** korrekt.

2. **(2 Punkte)** In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion $U_A\left(x_1^A, x_2^A\right) = x_1^A + x_2^A$ und Akteur B die Nutzenfunktion $U_B\left(x_1^B, x_2^B\right) = x_1^B x_2^B$. Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (9,1)$ beziehungsweise $\omega^B = (1,9)$.

❍ a) Die Allokation $\left(x^A = (2,8), x^B = (8,2)\right)$ ist Pareto-optimal.

❍ b) Die Allokation $\left(x^A = (4,6), x^B = (6,4)\right)$ ist Pareto-optimal.

❍ c) Die Allokation $\left(x^A = (6,4), x^B = (4,6)\right)$ ist Pareto-optimal.

❍ d) Die Allokation $\left(x^A = (8,2), x^B = (2,8)\right)$ ist Pareto-optimal.

❍ e) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: e)

Akteur A hat monotone Präferenzen, weil $MU_1^A = 1 > 0$ und $MU_2^A = 1 > 0$. Es gilt $MRS^A = 1$. Daher sind A's Präferenzen monoton und (schwach) konvex. Akteur B hat monotone Präferenzen, weil $MU_1^B = x_2^B \geq 0$ und $MU_2^B = x_1^B \geq 0$. Es gilt $MRS^B = \frac{x_2^B}{x_1^B}$. Wenn x_1^B steigt, muss x_2^B bei konstantem Nutzenniveau fallen. Daher veringert sich MRS^B mit steigendem x_1^B. Die Präferenzen von B sind also konvex (und monoton). Eine Pareto-optimale Allokation erfüllt daher

$$\begin{aligned} MRS^B &\stackrel{!}{=} MRS^A \\ \frac{x_2^B}{x_1^B} &= 1 \\ \Rightarrow x_2^B &= x_1^B. \end{aligned}$$

Da diese Bedinung von allen in **a)-d)** genannten Allokationen verletzt wird, sind **a)-d)** falsch. Daher ist **e)** korrekt. **Alternativer Lösungsweg:** Akteur A's Nutzenniveau beträgt $U_A\left(x_1^A, x_2^A\right) = 10$ für alle in **a)-d)** genannten Allokationen, i.e., für alle $\left(x_1^A, x_2^A\right) \in \{(2,8),(4,6),(6,4),(8,2)\}$. Akteur B's Nutzenniveau beträgt $U_B\left(x_1^B, x_2^B\right) < 25$ für alle in **a)-d)** genannten Allokationen, i.e., für alle $\left(x_1^B, x_2^B\right) \in \{(2,8),(4,6),(6,4),(8,2)\}$. Die Allokation $X = \left(x^A = (5,5), x^B = (5,5)\right)$ führt zu den Nutzen $U_A(5,5) = 10$ und $U_B(5,5) = 25$. Daher ist X ein Pareto-Verbesserung gegenüber allen in **a)-d)** genannten Allokationen. Somit ist **e)** korrekt.

3. **(3 Punkte)** Betrachten Sie eine beliebige Tauschökonomie mit zwei Agenten und Anfangsausstattung ω.

❍ a) Alle Pareto-optimalen Allokationen liegen in der zur Anfangsausstattung ω gehörenden Tauschlinse.

❍ b) Wenn für zwei Allokationen $x = \left(\left(x_1^A, x_2^A\right), \left(x_1^B, x_2^B\right)\right)$ und $y = \left(\left(y_1^A, y_2^A\right), \left(y_1^B, y_2^B\right)\right)$ die Ungleichung $U_A\left(x_1^A, x_2^A\right) > U_A\left(y_1^A, y_2^A\right)$ gilt, dann ist x eine Pareto-Verbesserung gegenüber y.

❍ c) Die Anfangsausstattung ω ist Pareto-optimal.

❍ d) Pareto-Optima erfüllen $x_1^A = x_1^B$ und $x_2^A = x_2^B$.

❍ e) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: e)

Die zu w gehörende Tauschlinse ist die Schnittmenge der zu w gehörenden Bessermengen von Agent 1 und 2. Falls die Tauschlinse strikte Verbesserungen einzelner Akteure beinhaltet, ist die Anfangsausstattung w nicht Pareto-optimal. Daher ist **c)** falsch. Pareto-Optimalität gilt für alle Allokationen, bei denen sich kein Agent besser stellen kann, ohne einen anderen schlechter zu stellen. Da keine Aussage über das Nutzenniveau von Agent B getroffen wird, ist **b)** falsch. Antwort **a)** ist falsch, weil eine Pareto-optimale Allokation A nicht in der zur Pareto-optimalen Anfangsausstattung $w \neq A$ gehörenden Tauschlinse liegen kann. Zu **d)** lassen sich viele Gegenbeispiele finden. Somit sind **a)-d)** falsch.

4. **(3 Punkte)** Ein Monopolist steht der inversen Nachfragefunktion $p(x) = 5 - \frac{1}{2}x$ gegenüber. Seine Kostenfunktion lautet $C(x) = 2x + 8$. Der Preis wird staatlich auf $p = 3$ festgesetzt. Die Konsumentenrente beträgt

   ❍ a) 1 ❍ b) 2 ❍ c) 3 ❍ d) 4 ❍ e) 5 ❍ f) 6 ❍ g) 7 ❍ h) 8

   richtige Lösung: d)

Die Nachfrage bei $p = 3$ ist $x = 10 - 2 \cdot 3 = 4$. Die Konsumentenrente beträgt

$$\begin{aligned} KR &= \int_0^4 (p(x) - 3)dx \\ &= \int_0^4 (2 - \frac{x}{2})dx \\ &= (2x - \frac{1}{4}x^2)_0^4 \\ &= 8 - 4 = 4. \end{aligned}$$

Daher ist **d)** richtig. Alternativer Rechenweg auf Basis einer Skizze: Weil die Nachfragekurve linear ist, beträgt die Konsumentenrente $KR = (5 - 3) \cdot (4 - 0)/2 = 4$.

5. **(4 Punkte)** Auf einem Markt gelte die Marktnachfragefunktion $D(p) = 16 - 2p$ und die Marktangebotsfunktion $S(p) = 2 + p$. Es wird eine Mengensteuer von $t = 1$ eingeführt, die die Anbieter an den Staat abzutreten haben. Wie hoch sind die Steuereinnahmen?

   ❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 5 ❍ g) 6 ❍ h) 7

   richtige Lösung: g)

Der Bruttopreis, der von den Konsumenten gezahlt wird, laute p. Die Anbieter erhalten den Nettopreis $p^N = p - 1$. Im Gleichgewicht gilt

$$\begin{aligned} D(p) = 16 - 2p &\stackrel{!}{=} 1 + p = 2 + p^N = S(p^N) \\ 15 &= 3p \\ \Rightarrow p &= 5. \end{aligned}$$

Die Nachfrage beträgt $D(5) = 16 - 2 \cdot 5 = 6$. Die Steuereinnahmen betragen damit $6 \cdot 1 = 6$. Daher ist **g)** richtig.

6. **(3 Punkte)** Betrachten Sie das folgende simultane Spiel.

		Spieler 2 l	Spieler 2 r
Spieler 1	o	(1,4)	(4,5)
	u	(2,7)	(3,6)

❍ a) $(4, 5)$ ist ein Nash-Gleichgewicht.

❍ b) (o, l) ist ein Nash-Gleichgewicht.

❍ c) (u, r) ist ein Nash-Gleichgewicht.

❍ d) $(1, 4)$ und $(3, 6)$ sind Nash-Gleichgewichte.

❍ e) $(2, 7)$ und $(4, 5)$ sind Nash-Gleichgewichte.

❍ f) (o, l) und (u, r) sind Nash-Gleichgewichte.

❍ g) (o, r) und (u, l) sind Nash-Gleichgewichte.

❍ h) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: g)
Die Strategiekomibination (o, l) ist kein Gleichgewicht, weil $1 < 2$. Die Strategiekomibination (o, r) ist ein Gleichgewicht, weil $4 > 3$ und $5 > 4$. Die Strategiekomibination (u, l) ist ein Gleichgewicht, weil $2 > 1$ und $7 > 6$. Die Strategiekomibination (u, r) ist kein Gleichgewicht, weil $3 < 4$. Daher ist **g)** richtig.
Nash-Gleichgewichte sind Strategiekombinationen. Daher sind **a)**, **d)** und **e)** falsch.

7. **(3 Punkte)** Betrachten Sie das folgende simultane Spiel.

		Spieler 2 l	Spieler 2 r
Spieler 1	o	(1,4)	(4,5)
	u	(2,7)	(3,6)

❍ a) l ist eine dominante Strategie.

❍ b) r ist eine dominante Strategie.

❍ c) o ist eine dominante Strategie.

❍ d) u ist eine dominante Strategie.

❍ e) Weil es keine dominante Strategie gibt, existiert kein Nash-Gleichgewicht.

❍ f) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: f)
Die Strategie l ist nicht dominant, weil $4 < 5$ und $7 > 6$. Die Strategie r ist nicht dominant, weil $4 < 5$ und $7 > 6$. Die Strategie o ist nicht dominant, weil $1 < 2$ und $4 > 3$. Die Strategie u ist nicht dominant, weil $1 < 2$ und $4 > 3$. Daher sind **a)-d)** falsch. Es gibt keine dominante Strategie, aber Nash-Gleichgewichte, z.B. (u, l). Daher ist **e)** falsch und somit **f)** richtig.

8. **(4 Punkte)** Auf einem Markt agieren zwei Unternehmen $1, 2$ im sequentiellen Mengenwettbewerb. Unternehmen 1 ist Stackelberg-Führer. Die Gewinnfunktion von Unternehmen 1 lautet $\Pi_1(x_1, x_2) = (24 - x_1 - x_2)\, x_1$. Die Reaktionsfunktion von Unternehmen 2 ist durch $x_2^R(x_1) = 12 - \frac{1}{2}x_1$ gegeben. Die Stackelberg-Menge von Unternehmen 1 beträgt

   ❍ a) 3 ❍ b) 4 ❍ c) 6 ❍ d) 8 ❍ e) 12 ❍ f) 14
   richtige Lösung: e)

Da Unternehmen 1 die Reaktion von Unternehmen 2 antizipiert, maxmiert Unternehmen 1 die reduzierte Gewinnfunktion

$$\begin{aligned}\Pi_1^r(x_1) = \Pi_1\left(x_1, x_2^R(x_1)\right) &= \left(24 - x_1 - x_2^R(x_1)\right) x_1 \\ &= \left(24 - x_1 - 12 + \frac{1}{2}x_1\right) x_1 \\ &= \left(12 - \frac{1}{2}x_1\right) x_1.\end{aligned}$$

Die Bedingung erster Ordnung $\frac{\partial \Pi_1^r}{\partial x_1} = 12 - x_1 \overset{!}{=} 0$ liefert $x_1^S = 12$. Somit ist **e)** richtig.

9. **(4 Punkte)** Auf einer Insel leben 2 Menschen. Es gibt dort ein privates und ein öffentliches Gut. Die Nutzenfunktion von Inselbewohner 1 lautet $U_1(g, x_1) = \ln(g) + 2 \cdot x_1$, die Nutzenfunktion von Inselbewohner 2 lautet $U_2(g, x_2) = \ln(g) + x_2$, wobei x_i, $i = 1, 2$, die von i konsumierte Menge des privaten Gutes und g die Menge des öffentlichen Gutes bezeichnen. Der Preis des privaten Gutes beträgt $p_x = 8$ und der Preis des öffentlichen Gutes $p_g = 3$. Die Pareto-optimale Menge des öffentlichen Gutes lautet

   ❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 5 ❍ g) 6
   richtige Lösung: e)

Die marginalen Raten der Substitution lauten

$$\begin{aligned}MRS^1 &= \frac{MU_g^1}{MU_{x_1}^1} = \frac{1}{2g}, \\ MRS^2 &= \frac{MU_g^2}{MU_{x_2}^2} = \frac{1}{g}.\end{aligned}$$

Die aggregierte Zahlungsbereitschaft für das öffentliche Gut muss demnach

$$MRS = MRS^1 + MRS^2 = \frac{1}{2g} + \frac{1}{g} = \frac{3}{2g} \overset{!}{=} \frac{3}{8} = \frac{p_g}{p_x}$$

erfüllen. Wir erhalten $g = 4$.

10. **(4 Punkte)** Die Gewinnfunktion von Unternehmen 1 sei durch $G_1(y_1, y_2) = 12y_1 - 2y_1^2$ gegeben, die Gewinnfunktion von Unternehmen 2 sei durch $G_2(y_1, y_2) = -2y_2^2 + 2y_1y_2$ gegeben, wobei y_1 die Ausbringungsmenge von Unternehmen 1 und y_2 die Ausbringungsmenge von Unternehmen 2 bezeichne. Im Sozialen Optimum beträgt die Ausbringungsmenge von Unternehmen 2

   ❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 5 ❍ g) 6 ❍ h) 7
   richtige Lösung: c)

Im sozialen Optimum beträgt die Gewinnfunktion $\Pi(y_1, y_2) = 12y_1 - 2y_1^2 - 2y_2^2 + 2y_1y_2$. Die Maximierungsbedingungen lauten

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Pi}{\partial y_1} &= 12 - 4y_1 + 2y_2 \overset{!}{=} 0, \\ \frac{\partial \Pi}{\partial y_2} &= -4y_2 + 2y_1 \overset{!}{=} 0.\end{aligned}$$

Auflösen der 2. Gleichung liefert $y_1 = 2y_2$. Einsetzen in die 1. Gleichung liefert

$$\begin{aligned} 12 - 8y_2 + 2y_2 &= 0 \\ 12 - 6y_2 &= 0 \\ \Rightarrow y_2 &= 2. \end{aligned}$$

Somit ist **c)** richtig.

11. **(2 Punkte)** Noras Nutzenfunktion ist gegeben durch

$$U(x_1, x_2) = x_1 - 2x_2.$$

Ihr Einkommen beträgt $m = 24$, die Preise $p_1 = 2$, $p_2 = 3$. Das Haushaltsoptimum (x_1^*, x_2^*) lautet

❍ a) $(0, 8)$ ❍ c) $(3, 6)$ ❍ e) $(6, 4)$ ❍ g) $\left(10, \frac{4}{3}\right)$

❍ b) $\left(2, \frac{20}{3}\right)$ ❍ d) $\left(4, \frac{16}{3}\right)$ ❍ f) $\left(8, \frac{8}{3}\right)$ ❍ h) $(12, 0)$

richtige Lösung: h)

Gut 2 ist ein Ungut, weil $MU_2 = -2 < 0$. Daher werden $x_2^* = 0$ Einheiten von Gut 2 im Haushaltsoptimum konsumiert. Der marginale Nutzen von Gut 1, $MU_1 = 1 > 0$, ist positiv. Im Haushaltsoptimum werden daher

$$\begin{aligned} m &= p_1x_1^* + p_2x_2^* \\ 24 &= 2x_1^* \\ \Rightarrow x_1^* &= 12 \end{aligned}$$

Einheiten von Gut 1 konsumiert. Wir erhalten $(x_1^*, x_2^*) = (12, 0)$. Daher ist **h)** richtig.

12. **(3 Punkte)** Betrachten Sie die Nutzenfunktion $U(x_1, x_2) = -x_1^2 - x_2^2$. *Hinweis: Skizzieren Sie einige Indifferenzkurven.* Die Präferenzen sind

❍ a) konvex und monoton. ❍ c) konvex und nicht monoton.

❍ b) konkav und monoton. ❍ d) konkav und nicht monoton.

richtige Lösung: c)

Die Präferenzen sind nicht monoton, weil $MU_1 = -2x_1 < 0$ und $MU_2 = -2x_2 < 0$ gilt. Je weniger konsumiert wird, desto höher ist also der Nutzen. Die marginale Rate der Substitution lautet $MRS = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{x_1}{x_2}$. Wenn x_1 steigt, muss x_2 bei konstantem Nutzenniveau fallen. Die marginale Rate der Substitution nimmt mit steigendem x_1 zu. Anhand einer Skizze erkennt man: Die Präferenzen sind konvex, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B besser ist als A und B. Die Präferenzen sind also konvex und nicht monoton. Daher ist **c)** richtig.

13. **(3 Punkte)** Gehen Sie davon aus, dass der optimale Konsum von Gut 1 gegeben ist durch $x_1(m, p_1, p_2) = \frac{2m}{2p_1+p_2}$. Die Einkommenselastizität der Nachfrage beträgt

❍ a) $\varepsilon_{x_1,p_1} = 1$ ❍ e) $\varepsilon_{x_1,m} = 1$

❍ b) $\varepsilon_{x_1,p_1} = \frac{2}{2p_1+p_2}$ ❍ f) $\varepsilon_{x_1,m} = \frac{2}{2p_1+p_2}$

❍ c) $\varepsilon_{x_1,p_1} = \frac{-4m}{(2p_1+p_2)^2}$ ❍ g) $\varepsilon_{x_1,m} = \frac{-4m}{(2p_1+p_2)^2}$

❍ d) $\varepsilon_{x_1,p_1} = \frac{-2m}{2p_1+p_2}$ ❍ h) $\varepsilon_{x_1,m} = \frac{-2m}{2p_1+p_2}$

richtige Lösung: e)

Die Einkommenselastizität der Nachfrage beträgt

$$\begin{aligned}\varepsilon_{x_1,m} &= \frac{\partial x_1}{\partial m} \cdot \frac{m}{x_1} \\ &= \frac{2}{2p_1 + p_2} \cdot \frac{m \cdot (2p_1 + p_2)}{2m} \\ &= 1.\end{aligned}$$

Daher ist **e)** richtig.

14. **(2 Punkte)** Horsts vNM-Nutzenfunktion ist durch $u(x) = x$ gegeben. Horst muss sich zwischen zwei Lotterien $L_1 = \left[8, 0; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ und $L_2 = \left[6, 4; \frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right]$ entscheiden.

❍ a) Horst wählt L_1, weil $E_u(L_1) > E_u(L_2)$.

❍ b) Horst wählt L_1, weil $E(L_1) < E(L_2)$.

❍ c) Horst wählt L_1, weil $8 > 6$.

❍ d) Horst wählt L_1, weil $E_u(L_1) > u(E(L_1))$.

❍ e) Horst wählt L_2, weil $E_u(L_2) > E_u(L_1)$.

❍ f) Horst wählt L_2, weil $E(L_2) < E(L_1)$.

❍ g) Horst wählt L_2, weil $6 + 4 > 8$.

❍ h) Horst wählt L_2, weil $E_u(L_2) > u(E(L_2))$.

richtige Lösung: e)

Der erwartete Nutzen von Lotterie 1 ist $E_u(L_1) = \frac{1}{2} \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 0 = 4$. Der erwartete Nutzen von Lotterie 2 ist $E_u(L_2) = \frac{1}{4} \cdot 6 + \frac{3}{4} \cdot 4 = 1.5 + 3 = 4.5$. Weil $E_u(L_2) > E_u(L_1)$, wählt Horst L_2. Daher ist **e)** richtig.

15. **(3 Punkte)** Welchen Wert hat das Sicherheitsäquivalent der Lotterie $L = \left[64, 4; \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$, falls die vNM-Nutzenfunktion durch $u(x) = \sqrt{x}$ gegeben ist?

❍ a) 1 ❍ c) 8 ❍ e) 16 ❍ g) 27 ❍ i) 45

❍ b) 4 ❍ d) 12.25 ❍ f) 25 ❍ h) 36

richtige Lösung: e)

Das Sicherheitsäquivalent CE erfüllt

$$\begin{aligned}u(CE) &= E_u(L) \\ \sqrt{CE} &= \frac{1}{3} \cdot \sqrt{64} + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{4} \\ \sqrt{CE} &= \frac{8}{3} + \frac{4}{3} = 4 \\ \Rightarrow CE &= 16.\end{aligned}$$

Daher ist **e)** richtig.

16. **(2 Punkte)** Ein Ein-Personen-Haushalt, der zwei Güter 1 und 2 konsumiert, verfügt über ein (Brutto-) Einkommen von 12. Die (Netto-) Preise betragen $p_1 = 3$, $p_2 = 2$. Der Staat erhebt eine Kopfsteuer in Höhe von 3, eine Mehrwertsteuer in Höhe von 0.1 für Gut 1 sowie eine Stücksteuer in Höhe von 0.5 auf Gut 2. Die Budgetrestriktion lautet

❍ a) $3.1x_1 + 2.5x_2 \leq 15$

❍ b) $3.3x_1 + 2.5x_2 \leq 15$

❍ c) $3.1x_1 + 3x_2 \leq 15$

❍ d) $3.3x_1 + 3x_2 \leq 15$

❍ e) $3.1x_1 + 2.5x_2 \leq 9$

❍ f) $3.3x_1 + 2.5x_2 \leq 9$

❍ g) $3.1x_1 + 3x_2 \leq 9$

❍ h) $3.3x_1 + 3x_2 \leq 9$

richtige Lösung: f)

Nach Einführung der Steuern lautet die Budgetrestriktion

$$p_1 \cdot (1 + 0.1)x_1 + (p_2 + 0.5)x_2 \leq m - 3$$
$$3.3x_1 + 2.5x_2 \leq 9.$$

Daher ist **f)** richtig.

17. **(3 Punkte)** Laura verfügt über ein Einkommen m und hat die Nutzenfunktion

$$U(x_1, x_2) = x_2.$$

Es sei $m = 12$, $p_1 = 1$, $p_2 = 2$. Es droht eine Preiserhöhung bei Gut 2 auf $p_2 = 3$. Die äquivalente Variation beträgt

❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 5 ❍ g) 6 ❍ h) 7 ❍ i) 8
richtige Lösung: e)

Weil $MU_1 = 0$ und $MU_2 = 1 > 0$, konsumiert Laura nur Gut 2 im Haushaltsoptimum. Nach der Preiserhöhung konsumiert Laura $x_2^* = \frac{12}{3} = 4$ Einheiten von Gut 2 und erhält den Nutzen $U(0, 4) = 4$. Die äquivalente Variation EV erfüllt

$$U(0, \frac{12 - EV}{2}) = 4$$
$$6 - \frac{EV}{2} = 4$$
$$\frac{EV}{2} = 2$$
$$\Rightarrow EV = 4.$$

Daher ist **e)** richtig.

18. **(2 Punkte)** Gehen Sie davon aus, dass der optimale Konsum von Gut 2 durch $x_2(m, p_1, p_2) = \frac{2m}{2p_1 + p_2}$ gegeben ist.

❍ a) Gut 2 ist nicht gewöhnlich.

❍ b) Gut 2 ist normal.

❍ c) Wenn Gut 1 teurer wird, konsumiert der Haushalt mehr von Gut 2.

❍ d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.
richtige Lösung: b)

Weil $\frac{\partial x_2}{\partial p_2} = -\frac{2m}{(2p_1 + p_2)^2} < 0$, ist Gut 2 gewöhnlich. Daher ist **a)** falsch. Weil $\frac{\partial x_2}{\partial m} = \frac{2}{2p_1 + p_2} > 0$, ist Gut 2 normal. Daher ist **b)** richtig. Wenn Gut 1 teurer wird, konsumiert der Haushalt weniger von Gut 2, weil $\frac{\partial x_2}{\partial p_1} = -\frac{4m}{(2p_1 + p_2)^2} < 0$. Daher ist **c)** falsch.

19. **(2 Punkte)** Die inverse Nachfragefunktion lautet $p(X) = 18 - 4X$. Der Grenzerlös bezüglich der Menge bei einer angebotenen Menge von $X = 2$ lautet

❍ a) -14 ❍ b) -6 ❍ c) -2 ❍ d) 0 ❍ e) 2 ❍ f) 6 ❍ g) 14
richtige Lösung: e)

Der Erlös ist $R(X) = Xp(X) = 18X - 4X^2$. Der Grenzerlös ist $MR(X) = 18 - 8X$. Wir erhalten bei $X = 2$ $MR(2) = 18 - 8 \cdot 2 = 2$. Daher ist **e)** richtig.

20. **(2 Punkte)** Betrachten Sie die Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Die Faktorpreise sind $w_1 = 5$, $w_2 = 4$. Der optimale Einsatz der Produktionsfaktoren erfüllt

❍ a) $x_2 = \frac{1}{20}x_1$ ❍ b) $x_2 = \frac{4}{5}x_1$ ❍ c) $x_2 = \frac{10}{4}x_1$ ❍ d) $x_2 = 20x_1$ ❍ e) $x_2 = 0$ ❍ f) $x_1 = 0$

❍ g) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.
richtige Lösung: g)

Die marginale Rate der technischen Substitution lautet $MRTS = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{x_2}{x_1}$. Wenn x_1 steigt, muss x_2 bei konstantem Produktionsniveau fallen. Die marginale Rate der technischen Substitution nimmt mit steigendem x_1 also ab. Falls $MRTS > \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je mehr von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Bei $MRTS < \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je weniger von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Der optimale Einsatz der Produktionsfaktoren erfüllt

$$\begin{aligned} MRTS = \frac{x_2}{x_1} &\stackrel{!}{=} \frac{w_1}{w_2} = MOC \\ x_2 &= \frac{5}{4}x_1. \end{aligned}$$

Daher ist **g)** korrekt.

21. **(4 Punkte)** Betrachten Sie die Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Die Faktorpreise sind $w_1 = 5$, $w_2 = 4$. Die Kosten bei einer Produktion von $y = 5$ Einheiten betragen

❍ a) 0 ❍ b) 2 ❍ c) 4 ❍ d) 8 ❍ e) 12 ❍ f) 16 ❍ g) 20 ❍ h) 25
richtige Lösung: g)

Die marginale Rate der technischen Substitution lautet $MRTS = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{x_2}{x_1}$. Wenn x_1 steigt, muss x_2 bei konstantem Produktionsniveau fallen. Die marginale Rate der technischen Substitution nimmt mit steigendem x_1 also ab. Falls $MRTS > \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je mehr von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Bei $MRTS < \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je weniger von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Der optimale Einsatz der Produktionsfaktoren erfüllt

$$\begin{aligned} MRTS = \frac{x_2}{x_1} &\stackrel{!}{=} \frac{w_1}{w_2} = MOC \\ x_2 &= \frac{5}{4}x_1. \end{aligned}$$

Um $y = 5$ Einheiten zu produzieren, werden also

$$\begin{aligned} 5 &= x_1 \cdot \frac{5}{4}x_1 \\ 4 &= x_1^2 \\ \Rightarrow x_1 &= 2 \end{aligned}$$

Einheiten von Faktor 1 und $x_2 = \frac{5}{4} \cdot 2 = 2.5$ Einheiten von Faktor 2 eingesetzt. Die Kosten bei $y = 5$ betragen $C(5) = 5 \cdot 2 + 4 \cdot 2.5 = 20$. Daher ist **g)** richtig.

22. **(4 Punkte)** Die Kostenfunktion eines Monopolisten lautet $C(y) = 2y$. Die inverse Nachfragefunktion lautet $p(y) = 6 - y$. Der Monopolgewinn beträgt

❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 5 ❍ g) 6 ❍ h) 7
richtige Lösung: e)

Die Gewinnfunktion des Monopolisten ist $\Pi(y) = (6-y)\cdot y - 2y = (4-y)y$. Die Gewinnmaximierungsbedingung erster Ordnung $\Pi'(y) = 4 - 2y \stackrel{!}{=} 0$ führt zu der Monopolmenge $y^M = 2$. Der Monopolgewinn beträgt $\Pi(2) = (4-2)2 = 4$. Daher ist **e)** richtig.

23. **(3 Punkte)** Gegeben seien zwei inverse Nachfragefunktionen $p(q_1) = 30 - 3q_1$ und $p(q_2) = 24 - 6q_2$. Die aggregierte Marktnachfragekurve bei $24 < p < 30$ lautet

❍ a) $q(p) = 10 - \frac{p}{3}$ ❍ c) $q(p) = 14 - \frac{p}{2}$ ❍ e) $p(q) = 27 - \frac{9q}{2}$

❍ b) $q(p) = 30 - \frac{p}{3}$ ❍ d) $p(q) = 6 + 3q$ ❍ f) $p(q) = 54 - 9q$

richtige Lösung: a)

Bei $p \in (24, 30)$ übersteigt der Preis p den Prohibitivpreis 24 der zweiten inversen Nachfragefunktion. Wir erhalten $q_1(p) = 10 - \frac{p}{3}$ und $q_2(p) = 0$ bei $p \in (24, 30)$. Die aggregierte Nachfragefunktion bei $p \in (24, 30)$ lautet also $q_1(p) + q_2(p) = 10 - \frac{p}{3}$. Daher ist **a)** richtig.

24. **(2 Punkte)** Die Kostenfunktion eines Unternehmens sei durch $C(y) = y^2 + 2y + 12$ für $y > 0$ und $C(y) = 0$ für $y = 0$ gegeben. Der Outputpreis beträgt $p = 10$. Das langfristige Angebot beträgt

❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 5

richtige Lösung: e)

Falls das Unternehmen eine positive Menge $y > 0$ anbietet, muss im Gewinnmaximum

$$\begin{aligned} p = 10 &\stackrel{!}{=} 2y + 2 = MC(y) \\ &\Rightarrow y = 4 \end{aligned}$$

gelten. Bei dieser Menge betragen die durschnittlichen Kosten $AC(4) = \frac{C(4)}{4} = 4 + 2 + 3 = 9$. Weil $AC(4) = 9 < 10 = p$, bietet das Unternehmen langfristig 4 Einheiten an. Daher ist **e)** korrekt.

25. **(4 Punkte)** Ein Unternehmen kann in zwei Produktionsstätten, A und B, jeweils dasselbe Gut produzieren. In Produktionsstätte A gilt die Kostenfunktion $C_A(y_A) = 4y_A$, in Produktionsstätte B die Kostenfunktion $C_B(y_B) = \dfrac{y_B^2}{2}$. Wie hoch sind die Kosten, falls das Unternehmen insgesamt 6 Einheiten produziert?

❍ a) 16 ❍ b) 18 ❍ c) 20 ❍ d) 22 ❍ e) 24 ❍ f) 25 ❍ g) 28 ❍ h) 31

richtige Lösung: a)

Die marginalen Kosten in A betragen $MC_A(y_A) = 4$, in B betragen sie $MC_B(y_B) = y_B$. Die ersten vier Einheiten werden in Produktionsstätte B produziert, weil $MC_B(y_B) = y_B \leq 4 = MC_A(y_A)$ für alle $y_A \in [0, \infty)$ und $y_B \in [0, 4]$. Die weiteren zwei Einheiten werden in Produktionsstätte A produziert, weil $MC_A(y_A) = 4 \leq MC_B(y_B)$ für alle $y_A \in [0, \infty)$ und $y_B \in [4, \infty)$. Die Kosten betragen $C_A(2) + C_B(4) = 4 \cdot 2 + \frac{4^2}{2} = 8 + 8 = 16$. Daher ist **a)** richtig.

26. **(3 Punkte)** Die Produktionsfunktion lautet $y = f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + 2\sqrt{x_2}$. Die Faktorpreise sind durch $w_1 = 2$ und $w_2 = 4$ gegeben. Der Güterpreis beträgt $p = 4$. Die Faktornachfrage für den Produktionsfaktor 1 beträgt

❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 5 ❍ g) 6

richtige Lösung: b)

Die Gewinnfunktion im Faktorraum lautet $\Pi(x_1, x_2) = pf(x_1, x_2) - w_1x_1 - w_2x_2$. Im Gewinnmaximum gilt

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial x_1} = p\frac{1}{2\sqrt{x_1}} - w_1 &\stackrel{!}{=} 0 \\ 4\frac{1}{2\sqrt{x_1}} - 2 &= 0 \\ \Rightarrow x_1 &= 1. \end{aligned}$$

Daher ist **b)** korrekt.

27. **(4 Punkte)** 100 Unternehmen haben die Möglichkeit auf einem Markt zu agieren. Die langfristige Kostenfunktion von Unternehmen $i \in \{1, \ldots, 100\}$ bei Ausbringunsmenge y_i ist gegeben durch

$$C_i(y_i) = \begin{cases} 18 + \frac{y_i^2}{2}, & y_i > 0 \\ 0, & y_i = 0 \end{cases}.$$

Die Marktnachfrage lautet $D(p) = 480 - 30p$. Wie viele Unternehmen bieten bei vollständiger Konkurrenz eine positive Ausbringungsmenge an?

❍ a) 0 ❍ b) 10 ❍ c) 20 ❍ d) 40 ❍ e) 50 ❍ f) 60 ❍ g) 80 ❍ h) 90 ❍ i) 100
richtige Lösung: e)

Bei vollständiger Konkurrenz gilt $MC_i(y_i) = AC_i(y_i) = p$ für alle Unternehmen $i \in \{1, \ldots, 100\}$, die eine positive Ausbringungsmenge $y_i > 0$ anbieten. Wir erhalten

$$\begin{aligned} MC_i(y_i) = y_i &\stackrel{!}{=} \frac{18}{y_i} + \frac{y_i}{2} = AC_i(y_i) \\ y_i^2 &= 36 \\ \Rightarrow y_i &= 6. \end{aligned}$$

Der Preis beträgt $p = MC(6) = 6$, die Nachfrage (und das Angebot) $D(6) = 480 - 30 \cdot 6 = 300$. Es bieten also $D(6)/y_i = 50$ Unternehmen eine positive Ausbringungsmenge an. Daher ist **e)** korrekt.