

1. (2 Punkte) Noras Nutzenfunktion ist gegeben durch

$$U(x_1, x_2) = x_1 - 2x_2.$$

Ihr Einkommen beträgt $m = 24$, die Preise $p_1 = 2$, $p_2 = 3$. Das Haushaltsoptimum (x_1^*, x_2^*) lautet

- a) $(0, 8)$ c) $(3, 6)$ e) $(6, 4)$ g) $(10, \frac{4}{3})$
 b) $(2, \frac{20}{3})$ d) $(4, \frac{16}{3})$ f) $(8, \frac{8}{3})$ h) $(12, 0)$

richtige Lösung: h)

Gut 2 ist ein Ungut, weil $MU_2 = -2 < 0$. Daher werden $x_2^* = 0$ Einheiten von Gut 2 im Haushaltsoptimum konsumiert. Der marginale Nutzen von Gut 1, $MU_1 = 1 > 0$, ist positiv. Im Haushaltsoptimum werden daher

$$\begin{aligned} m &= p_1 x_1^* + p_2 x_2^* \\ 24 &= 2x_1^* \\ \Rightarrow x_1^* &= 12 \end{aligned}$$

Einheiten von Gut 1 konsumiert. Wir erhalten $(x_1^*, x_2^*) = (12, 0)$. Daher ist **h)** richtig.

2. (3 Punkte) Betrachten Sie die Nutzenfunktion $U(x_1, x_2) = -x_1^2 - x_2^2$. Hinweis: Skizzieren Sie einige Indifferenzkurven. Die Präferenzen sind

- a) konvex und monoton. c) konvex und nicht monoton.
 b) konkav und monoton. d) konkav und nicht monoton.

richtige Lösung: c)

Die Präferenzen sind nicht monoton, weil $MU_1 = -2x_1 < 0$ und $MU_2 = -2x_2 < 0$ gilt. Je weniger konsumiert wird, desto höher ist also der Nutzen. Die marginale Rate der Substitution lautet $MRS = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{x_1}{x_2}$. Wenn x_1 steigt, muss x_2 bei konstantem Nutzenniveau fallen. Die marginale Rate der Substitution nimmt mit steigendem x_1 zu. Anhand einer Skizze erkennt man: Die Präferenzen sind konvex, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B besser ist als A und B . Die Präferenzen sind also konvex und nicht monoton. Daher ist **c)** richtig.

3. (3 Punkte) Gehen Sie davon aus, dass der optimale Konsum von Gut 1 gegeben ist durch $x_1(m, p_1, p_2) = \frac{2m}{2p_1 + p_2}$. Die Einkommenselastizität der Nachfrage beträgt

- a) $\varepsilon_{x_1, p_1} = 1$ e) $\varepsilon_{x_1, m} = 1$
 b) $\varepsilon_{x_1, p_1} = \frac{2}{2p_1 + p_2}$ f) $\varepsilon_{x_1, m} = \frac{2}{2p_1 + p_2}$
 c) $\varepsilon_{x_1, p_1} = \frac{-4m}{(2p_1 + p_2)^2}$ g) $\varepsilon_{x_1, m} = \frac{-4m}{(2p_1 + p_2)^2}$
 d) $\varepsilon_{x_1, p_1} = \frac{-2m}{2p_1 + p_2}$ h) $\varepsilon_{x_1, m} = \frac{-2m}{2p_1 + p_2}$

richtige Lösung: e)

Die Einkommenselastizität der Nachfrage beträgt

$$\begin{aligned} \varepsilon_{x_1, m} &= \frac{\partial x_1}{\partial m} \cdot \frac{m}{x_1} \\ &= \frac{2}{2p_1 + p_2} \cdot \frac{m \cdot (2p_1 + p_2)}{2m} \\ &= 1. \end{aligned}$$

Daher ist **e)** richtig.

4. (2 Punkte) Horsts vNM-Nutzenfunktion ist durch $u(x) = x$ gegeben. Horst muss sich zwischen zwei Lotterien $L_1 = [8, 0; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ und $L_2 = [6, 4; \frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$ entscheiden.

- a) Horst wählt L_1 , weil $E_u(L_1) > E_u(L_2)$. e) Horst wählt L_2 , weil $E_u(L_2) > E_u(L_1)$.
 b) Horst wählt L_1 , weil $E(L_1) < E(L_2)$. f) Horst wählt L_2 , weil $E(L_2) < E(L_1)$.
 c) Horst wählt L_1 , weil $8 > 6$. g) Horst wählt L_2 , weil $6 + 4 > 8$.
 d) Horst wählt L_1 , weil $E_u(L_1) > u(E(L_1))$. h) Horst wählt L_2 , weil $E_u(L_2) > u(E(L_2))$.
- richtige Lösung: e)**

Der erwartete Nutzen von Lotterie 1 ist $E_u(L_1) = \frac{1}{2} \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 0 = 4$. Der erwartete Nutzen von Lotterie 2 ist $E_u(L_2) = \frac{1}{4} \cdot 6 + \frac{3}{4} \cdot 4 = 1.5 + 3 = 4.5$. Weil $E_u(L_2) > E_u(L_1)$, wählt Horst L_2 . Daher ist **e)** richtig.

5. (3 Punkte) Welchen Wert hat das Sicherheitsäquivalent der Lotterie $L = [64, 4; \frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$, falls die vNM-Nutzenfunktion durch $u(x) = \sqrt{x}$ gegeben ist?

- a) 1 c) 8 e) 16 g) 27 i) 45
 b) 4 d) 12.25 f) 25 h) 36
- richtige Lösung: e)**

Das Sicherheitsäquivalent CE erfüllt

$$\begin{aligned}
 u(CE) &= E_u(L) \\
 \sqrt{CE} &= \frac{1}{3} \cdot \sqrt{64} + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{4} \\
 \sqrt{CE} &= \frac{8}{3} + \frac{4}{3} = 4 \\
 \Rightarrow CE &= 16.
 \end{aligned}$$

Daher ist **e)** richtig.

6. (2 Punkte) Ein Ein-Personen-Haushalt, der zwei Güter 1 und 2 konsumiert, verfügt über ein (Brutto-) Einkommen von 12. Die (Netto-) Preise betragen $p_1 = 3$, $p_2 = 2$. Der Staat erhebt eine Kopfsteuer in Höhe von 3, eine Mehrwertsteuer in Höhe von 0.1 für Gut 1 sowie eine Stücksteuer in Höhe von 0.5 auf Gut 2. Die Budgetrestriktion lautet

- a) $3.1x_1 + 2.5x_2 \leq 15$ e) $3.1x_1 + 2.5x_2 \leq 9$
 b) $3.3x_1 + 2.5x_2 \leq 15$ f) $3.3x_1 + 2.5x_2 \leq 9$
 c) $3.1x_1 + 3x_2 \leq 15$ g) $3.1x_1 + 3x_2 \leq 9$
 d) $3.3x_1 + 3x_2 \leq 15$ h) $3.3x_1 + 3x_2 \leq 9$
- richtige Lösung: f)**

Nach Einführung der Steuern lautet die Budgetrestriktion

$$\begin{aligned}
 p_1 \cdot (1 + 0.1)x_1 + (p_2 + 0.5)x_2 &\leq m - 3 \\
 3.3x_1 + 2.5x_2 &\leq 9.
 \end{aligned}$$

Daher ist **f)** richtig.

7. (3 Punkte) Laura verfügt über ein Einkommen m und hat die Nutzenfunktion

$$U(x_1, x_2) = x_2.$$

Es sei $m = 12$, $p_1 = 1$, $p_2 = 2$. Es droht eine Preiserhöhung bei Gut 2 auf $p_2 = 3$. Die äquivalente Variation beträgt

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5 g) 6 h) 7 i) 8

richtige Lösung: e)

Weil $MU_1 = 0$ und $MU_2 = 1 > 0$, konsumiert Laura nur Gut 2 im Haushaltsoptimum. Nach der Preiserhöhung konsumiert Laura $x_2^* = \frac{12}{3} = 4$ Einheiten von Gut 2 und erhält den Nutzen $U(0, 4) = 4$. Die äquivalente Variation EV erfüllt

$$\begin{aligned} U\left(0, \frac{12 - EV}{2}\right) &= 4 \\ 6 - \frac{EV}{2} &= 4 \\ \frac{EV}{2} &= 2 \\ \Rightarrow EV &= 4. \end{aligned}$$

Daher ist **e)** richtig.

8. (2 Punkte) Gehen Sie davon aus, dass der optimale Konsum von Gut 2 durch $x_2(m, p_1, p_2) = \frac{2m}{2p_1 + p_2}$ gegeben ist.

- a) Gut 2 ist nicht gewöhnlich.
 b) Gut 2 ist normal.
 c) Wenn Gut 1 teurer wird, konsumiert der Haushalt mehr von Gut 2.
 d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: b)

Weil $\frac{\partial x_2}{\partial p_2} = -\frac{2m}{(2p_1 + p_2)^2} < 0$, ist Gut 2 gewöhnlich. Daher ist **a)** falsch. Weil $\frac{\partial x_2}{\partial m} = \frac{2}{2p_1 + p_2} > 0$, ist Gut 2 normal. Daher ist **b)** richtig. Wenn Gut 1 teurer wird, konsumiert der Haushalt weniger von Gut 2, weil $\frac{\partial x_2}{\partial p_1} = -\frac{4m}{(2p_1 + p_2)^2} < 0$. Daher ist **c)** falsch.

9. (2 Punkte) Die inverse Nachfragefunktion lautet $p(X) = 18 - 4X$. Der Grenzerlös bezüglich der Menge bei einer angebotenen Menge von $X = 2$ lautet

- a) -14 b) -6 c) -2 d) 0 e) 2 f) 6 g) 14

richtige Lösung: e)

Der Erlös ist $R(X) = Xp(X) = 18X - 4X^2$. Der Grenzerlös ist $MR(X) = 18 - 8X$. Wir erhalten bei $X = 2$ $MR(2) = 18 - 8 \cdot 2 = 2$. Daher ist **e)** richtig.

10. (2 Punkte) Betrachten Sie die Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Die Faktorpreise sind $w_1 = 5$, $w_2 = 4$. Der optimale Einsatz der Produktionsfaktoren erfüllt

- a) $x_2 = \frac{1}{20}x_1$ b) $x_2 = \frac{4}{5}x_1$ c) $x_2 = \frac{10}{4}x_1$ d) $x_2 = 20x_1$ e) $x_2 = 0$ f) $x_1 = 0$

- g) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: g)

Die marginale Rate der technischen Substitution lautet $MRTS = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{x_2}{x_1}$. Wenn x_1 steigt, muss x_2 bei konstantem Produktionsniveau fallen. Die marginale Rate der technischen Substitution nimmt mit steigendem x_1 also ab. Falls $MRTS > \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je

mehr von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Bei $MRTS < \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je weniger von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Der optimale Einsatz der Produktionsfaktoren erfüllt

$$MRTS = \frac{x_2}{x_1} \stackrel{!}{=} \frac{w_1}{w_2} = MOC$$

$$x_2 = \frac{5}{4}x_1.$$

Daher ist **g)** korrekt.

11. (4 Punkte) Betrachten Sie die Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2) = x_1x_2$. Die Faktorpreise sind $w_1 = 5$, $w_2 = 4$. Die Kosten bei einer Produktion von $y = 5$ Einheiten betragen

- a) 0 b) 2 c) 4 d) 8 e) 12 f) 16 g) 20 h) 25

richtige Lösung: g)

Die marginale Rate der technischen Substitution lautet $MRTS = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{x_2}{x_1}$. Wenn x_1 steigt, muss x_2 bei konstantem Produktionsniveau fallen. Die marginale Rate der technischen Substitution nimmt mit steigendem x_1 also ab. Falls $MRTS > \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je mehr von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Bei $MRTS < \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je weniger von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Der optimale Einsatz der Produktionsfaktoren erfüllt

$$MRTS = \frac{x_2}{x_1} \stackrel{!}{=} \frac{w_1}{w_2} = MOC$$

$$x_2 = \frac{5}{4}x_1.$$

Um $y = 5$ Einheiten zu produzieren, werden also

$$5 = x_1 \cdot \frac{5}{4}x_1$$

$$4 = x_1^2$$

$$\Rightarrow x_1 = 2$$

Einheiten von Faktor 1 und $x_2 = \frac{5}{4} \cdot 2 = 2.5$ Einheiten von Faktor 2 eingesetzt. Die Kosten bei $y = 5$ betragen $C(5) = 5 \cdot 2 + 4 \cdot 2.5 = 20$. Daher ist **g)** richtig.

12. (4 Punkte) Die Kostenfunktion eines Monopolisten lautet $C(y) = 2y$. Die inverse Nachfragefunktion lautet $p(y) = 6 - y$. Der Monopolgewinn beträgt

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5 g) 6 h) 7

richtige Lösung: e)

Die Gewinnfunktion des Monopolisten ist $\Pi(y) = (6 - y) \cdot y - 2y = (4 - y)y$. Die Gewinnmaximierungsbedingung erster Ordnung $\Pi'(y) = 4 - 2y \stackrel{!}{=} 0$ führt zu der Monopolmenge $y^M = 2$. Der Monopolgewinn beträgt $\Pi(2) = (4 - 2)2 = 4$. Daher ist **e)** richtig.

13. (3 Punkte) Gegeben seien zwei inverse Nachfragefunktionen $p(q_1) = 30 - 3q_1$ und $p(q_2) = 24 - 6q_2$. Die aggregierte Marktnachfragekurve bei $24 < p < 30$ lautet

- a) $q(p) = 10 - \frac{p}{3}$ c) $q(p) = 14 - \frac{p}{2}$ e) $p(q) = 27 - \frac{9q}{2}$
 b) $q(p) = 30 - \frac{p}{3}$ d) $p(q) = 6 + 3q$ f) $p(q) = 54 - 9q$

richtige Lösung: a)

Bei $p \in (24, 30)$ übersteigt der Preis p den Prohibitivpreis 24 der zweiten inversen Nachfragefunktion. Wir erhalten $q_1(p) = 10 - \frac{p}{3}$ und $q_2(p) = 0$ bei $p \in (24, 30)$. Die aggregierte Nachfragefunktion bei $p \in (24, 30)$ lautet also $q_1(p) + q_2(p) = 10 - \frac{p}{3}$. Daher ist **a)** richtig.

14. (2 Punkte) Die Kostenfunktion eines Unternehmens sei durch $C(y) = y^2 + 2y + 12$ für $y > 0$ und $C(y) = 0$ für $y = 0$ gegeben. Der Outputpreis beträgt $p = 10$. Das langfristige Angebot beträgt

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5

richtige Lösung: e)

Falls das Unternehmen eine positive Menge $y > 0$ anbietet, muss im Gewinnmaximum

$$p = 10 \stackrel{!}{=} 2y + 2 = MC(y) \\ \Rightarrow y = 4$$

gelten. Bei dieser Menge betragen die durchschnittlichen Kosten $AC(4) = \frac{C(4)}{4} = 4 + 2 + 3 = 9$. Weil $AC(4) = 9 < 10 = p$, bietet das Unternehmen langfristig 4 Einheiten an. Daher ist **e)** korrekt.

15. (4 Punkte) Ein Unternehmen kann in zwei Produktionsstätten, A und B , jeweils dasselbe Gut produzieren. In Produktionsstätte A gilt die Kostenfunktion $C_A(y_A) = 4y_A$, in Produktionsstätte B die Kostenfunktion $C_B(y_B) = \frac{y_B^2}{2}$. Wie hoch sind die Kosten, falls das Unternehmen insgesamt 6 Einheiten produziert?

a) 16 b) 18 c) 20 d) 22 e) 24 f) 25 g) 28 h) 31

richtige Lösung: a)

Die marginalen Kosten in A betragen $MC_A(y_A) = 4$, in B betragen sie $MC_B(y_B) = y_B$. Die ersten vier Einheiten werden in Produktionsstätte B produziert, weil $MC_B(y_B) = y_B \leq 4 = MC_A(y_A)$ für alle $y_A \in [0, \infty)$ und $y_B \in [0, 4]$. Die weiteren zwei Einheiten werden in Produktionsstätte A produziert, weil $MC_A(y_A) = 4 \leq MC_B(y_B)$ für alle $y_A \in [0, \infty)$ und $y_B \in [4, \infty)$. Die Kosten betragen $C_A(2) + C_B(4) = 4 \cdot 2 + \frac{4^2}{2} = 8 + 8 = 16$. Daher ist **a)** richtig.

16. (3 Punkte) Die Produktionsfunktion lautet $y = f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + 2\sqrt{x_2}$. Die Faktorpreise sind durch $w_1 = 2$ und $w_2 = 4$ gegeben. Der Güterpreis beträgt $p = 4$. Die Faktornachfrage für den Produktionsfaktor 1 beträgt

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5 g) 6

richtige Lösung: b)

Die Gewinnfunktion im Faktorraum lautet $\Pi(x_1, x_2) = pf(x_1, x_2) - w_1x_1 - w_2x_2$. Im Gewinnmaximum gilt

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_1} = p \frac{1}{2\sqrt{x_1}} - w_1 \stackrel{!}{=} 0 \\ 4 \frac{1}{2\sqrt{x_1}} - 2 = 0 \\ \Rightarrow x_1 = 1.$$

Daher ist **b)** korrekt.

17. (4 Punkte) 100 Unternehmen haben die Möglichkeit auf einem Markt zu agieren. Die langfristige Kostenfunktion von Unternehmen $i \in \{1, \dots, 100\}$ bei Ausbringungsmenge y_i ist gegeben durch

$$C_i(y_i) = \begin{cases} 18 + \frac{y_i^2}{2}, & y_i > 0 \\ 0, & y_i = 0 \end{cases}.$$

Die Marktnachfrage lautet $D(p) = 480 - 30p$. Wie viele Unternehmen bieten bei vollständiger Konkurrenz eine positive Ausbringungsmenge an?

- a) 0 b) 10 c) 20 d) 40 e) 50 f) 60 g) 80 h) 90 i) 100

richtige Lösung: e)

Bei vollständiger Konkurrenz gilt $MC_i(y_i) = AC_i(y_i) = p$ für alle Unternehmen $i \in \{1, \dots, 100\}$, die eine positive Ausbringungsmenge $y_i > 0$ anbieten. Wir erhalten

$$\begin{aligned} MC_i(y_i) &= y_i \stackrel{!}{=} \frac{18}{y_i} + \frac{y_i}{2} = AC_i(y_i) \\ y_i^2 &= 36 \\ \Rightarrow y_i &= 6. \end{aligned}$$

Der Preis beträgt $p = MC(6) = 6$, die Nachfrage (und das Angebot) $D(6) = 480 - 30 \cdot 6 = 300$. Es bieten also $D(6)/y_i = 50$ Unternehmen eine positive Ausbringungsmenge an. Daher ist **e)** korrekt.

18. **(2 Punkte)** In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion $U_A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A + x_2^A$ und Akteur B die Nutzenfunktion $U_B(x_1^B, x_2^B) = 2x_1^B x_2^B$. Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (7, 3)$ beziehungsweise $\omega^B = (3, 7)$.

- a) Die Allokation $(x^A = (2, 2), x^B = (8, 8))$ liegt in der Tauschlinie.
 b) Die Allokation $(x^A = (4, 4), x^B = (6, 6))$ liegt in der Tauschlinie.
 c) Die Allokation $(x^A = (6, 6), x^B = (4, 4))$ liegt in der Tauschlinie.
 d) Die Allokation $(x^A = (6, 6), x^B = (2, 2))$ liegt in der Tauschlinie.
 e) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: e)

Bei der Anfangsausstattung betragen die Nutzen $U_A(7, 3) = 10$ und $U_B(3, 7) = 42$. Eine Allokation liegt in der Tauschlinie, falls sowohl A als auch B ein schwach höheres Nutzenniveau erhalten. Bei **a)** gilt $U_A(2, 2) = 4 < 10$, bei **b)** $U_A(4, 4) = 8 < 10$. Daher sind **a)** und **b)** falsch. Bei **c)** gilt $U_B(4, 4) = 32 < 42$, bei **d)** gilt $U_B(2, 2) = 8 < 42$. Daher sind **c)** und **d)** falsch. Daher ist **e)** korrekt.

19. **(2 Punkte)** In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion $U_A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A + x_2^A$ und Akteur B die Nutzenfunktion $U_B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B x_2^B$. Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (9, 1)$ beziehungsweise $\omega^B = (1, 9)$.

- a) Die Allokation $(x^A = (2, 8), x^B = (8, 2))$ ist Pareto-optimal.
 b) Die Allokation $(x^A = (4, 6), x^B = (6, 4))$ ist Pareto-optimal.
 c) Die Allokation $(x^A = (6, 4), x^B = (4, 6))$ ist Pareto-optimal.
 d) Die Allokation $(x^A = (8, 2), x^B = (2, 8))$ ist Pareto-optimal.
 e) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: e)

Akteur A hat monotone Präferenzen, weil $MU_1^A = 1 > 0$ und $MU_2^A = 1 > 0$. Es gilt $MRS^A = 1$. Daher sind A 's Präferenzen monoton und (schwach) konvex. Akteur B hat monotone Präferenzen, weil $MU_1^B = x_2^B \geq 0$ und $MU_2^B = x_1^B \geq 0$. Es gilt $MRS^B = \frac{x_2^B}{x_1^B}$. Wenn x_1^B steigt, muss x_2^B bei konstantem

Nutzenniveau fallen. Daher verringert sich MRS^B mit steigendem x_1^B . Die Präferenzen von B sind also konvex (und monoton). Eine Pareto-optimale Allokation erfüllt daher

$$\begin{aligned} MRS^B &\stackrel{!}{=} MRS^A \\ \frac{x_2^B}{x_1^B} &= 1 \\ \Rightarrow x_2^B &= x_1^B. \end{aligned}$$

Da diese Bedingung von allen in **a)-d)** genannten Allokationen verletzt wird, sind **a)-d)** falsch. Daher ist **e)** korrekt. **Alternativer Lösungsweg:** Akteur A 's Nutzenniveau beträgt $U_A(x_1^A, x_2^A) = 10$ für alle in **a)-d)** genannten Allokationen, i.e., für alle $(x_1^A, x_2^A) \in \{(2, 8), (4, 6), (6, 4), (8, 2)\}$. Akteur B 's Nutzenniveau beträgt $U_B(x_1^B, x_2^B) < 25$ für alle in **a)-d)** genannten Allokationen, i.e., für alle $(x_1^B, x_2^B) \in \{(2, 8), (4, 6), (6, 4), (8, 2)\}$. Die Allokation $X = (x^A = (5, 5), x^B = (5, 5))$ führt zu den Nutzen $U_A(5, 5) = 10$ und $U_B(5, 5) = 25$. Daher ist X eine Pareto-Verbesserung gegenüber allen in **a)-d)** genannten Allokationen. Somit ist **e)** korrekt.

20. **(3 Punkte)** Betrachten Sie eine beliebige Tauschökonomie mit zwei Agenten und Anfangsausstattung ω .

- a) Alle Pareto-optimalen Allokationen liegen in der zur Anfangsausstattung ω gehörenden Tauschlinse.
- b) Wenn für zwei Allokationen $x = ((x_1^A, x_2^A), (x_1^B, x_2^B))$ und $y = ((y_1^A, y_2^A), (y_1^B, y_2^B))$ die Ungleichung $U_A(x_1^A, x_2^A) > U_A(y_1^A, y_2^A)$ gilt, dann ist x eine Pareto-Verbesserung gegenüber y .
- c) Die Anfangsausstattung ω ist Pareto-optimal.
- d) Pareto-Optima erfüllen $x_1^A = x_1^B$ und $x_2^A = x_2^B$.
- e) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: e)

Die zu w gehörende Tauschlinse ist die Schnittmenge der zu w gehörenden Bessermengen von Agent 1 und 2. Falls die Tauschlinse strikte Verbesserungen einzelner Akteure beinhaltet, ist die Anfangsausstattung w nicht Pareto-optimal. Daher ist **c)** falsch. Pareto-Optimalität gilt für alle Allokationen, bei denen sich kein Agent besser stellen kann, ohne einen anderen schlechter zu stellen. Da keine Aussage über das Nutzenniveau von Agent B getroffen wird, ist **b)** falsch. Antwort **a)** ist falsch, weil eine Pareto-optimale Allokation A nicht in der zur Pareto-optimalen Anfangsausstattung $w \neq A$ gehörenden Tauschlinse liegen kann. Zu **d)** lassen sich viele Gegenbeispiele finden. Somit sind **a)-d)** falsch.

21. **(3 Punkte)** Ein Monopolist steht der inversen Nachfragefunktion $p(x) = 5 - \frac{1}{2}x$ gegenüber. Seine Kostenfunktion lautet $C(x) = 2x + 8$. Der Preis wird staatlich auf $p = 3$ festgesetzt. Die Konsumentenrente beträgt

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5 f) 6 g) 7 h) 8

richtige Lösung: d)

Die Nachfrage bei $p = 3$ ist $x = 10 - 2 \cdot 3 = 4$. Die Konsumentenrente beträgt

$$\begin{aligned} KR &= \int_0^4 (p(x) - 3) dx \\ &= \int_0^4 (2 - \frac{x}{2}) dx \\ &= (2x - \frac{1}{4}x^2)_0^4 \\ &= 8 - 4 = 4. \end{aligned}$$

Daher ist **d)** richtig. Alternativer Rechenweg auf Basis einer Skizze: Weil die Nachfragekurve linear ist, beträgt die Konsumentenrente $KR = (5 - 3) \cdot (4 - 0)/2 = 4$.

22. (4 Punkte) Auf einem Markt gelte die Marktnachfragefunktion $D(p) = 16 - 2p$ und die Marktangebotsfunktion $S(p) = 2 + p$. Es wird eine Mengensteuer von $t = 1$ eingeführt, die die Anbieter an den Staat abzutreten haben. Wie hoch sind die Steuereinnahmen?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5 g) 6 h) 7

richtige Lösung: g)

Der Bruttopreis, der von den Konsumenten gezahlt wird, laute p . Die Anbieter erhalten den Nettopreis $p^N = p - 1$. Im Gleichgewicht gilt

$$\begin{aligned} D(p) &= 16 - 2p \stackrel{!}{=} 1 + p = 2 + p^N = S(p^N) \\ 15 &= 3p \\ \Rightarrow p &= 5. \end{aligned}$$

Die Nachfrage beträgt $D(5) = 16 - 2 \cdot 5 = 6$. Die Steuereinnahmen betragen damit $6 \cdot 1 = 6$. Daher ist **g)** richtig.

23. (3 Punkte) Betrachten Sie das folgende simultane Spiel.

		Spieler 2	
		l	r
Spieler 1	o	(1,4)	(4,5)
	u	(2,7)	(3,6)

- a) (4, 5) ist ein Nash-Gleichgewicht.
 b) (o, l) ist ein Nash-Gleichgewicht.
 c) (u, r) ist ein Nash-Gleichgewicht.
 d) (1, 4) und (3, 6) sind Nash-Gleichgewichte.
 e) (2, 7) und (4, 5) sind Nash-Gleichgewichte.
 f) (o, l) und (u, r) sind Nash-Gleichgewichte.
 g) (o, r) und (u, l) sind Nash-Gleichgewichte.
 h) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: g)

Die Strategiekombination (o, l) ist kein Gleichgewicht, weil $1 < 2$. Die Strategiekombination (o, r) ist ein Gleichgewicht, weil $4 > 3$ und $5 > 4$. Die Strategiekombination (u, l) ist ein Gleichgewicht, weil $2 > 1$ und $7 > 6$. Die Strategiekombination (u, r) ist kein Gleichgewicht, weil $3 < 4$. Daher ist **g)** richtig. Nash-Gleichgewichte sind Strategiekombinationen. Daher sind **a), d)** und **e)** falsch.

24. (3 Punkte) Betrachten Sie das folgende simultane Spiel.

		Spieler 2	
		l	r
Spieler 1	o	(1,4)	(4,5)
	u	(2,7)	(3,6)

- a) l ist eine dominante Strategie.
- b) r ist eine dominante Strategie.
- c) o ist eine dominante Strategie.
- d) u ist eine dominante Strategie.
- e) Weil es keine dominante Strategie gibt, existiert kein Nash-Gleichgewicht.
- f) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: f)

Die Strategie l ist nicht dominant, weil $4 < 5$ und $7 > 6$. Die Strategie r ist nicht dominant, weil $4 < 5$ und $7 > 6$. Die Strategie o ist nicht dominant, weil $1 < 2$ und $4 > 3$. Die Strategie u ist nicht dominant, weil $1 < 2$ und $4 > 3$. Daher sind **a)-d)** falsch. Es gibt keine dominante Strategie, aber Nash-Gleichgewichte, z.B. (u, l) . Daher ist **e)** falsch und somit **f)** richtig.

25. (4 Punkte) Auf einem Markt agieren zwei Unternehmen 1, 2 im sequentiellen Mengenwettbewerb. Unternehmen 1 ist Stackelberg-Führer. Die Gewinnfunktion von Unternehmen 1 lautet $\Pi_1(x_1, x_2) = (24 - x_1 - x_2)x_1$. Die Reaktionsfunktion von Unternehmen 2 ist durch $x_2^R(x_1) = 12 - \frac{1}{2}x_1$ gegeben. Die Stackelberg-Menge von Unternehmen 1 beträgt

- a) 3 b) 4 c) 6 d) 8 e) 12 f) 14

richtige Lösung: e)

Da Unternehmen 1 die Reaktion von Unternehmen 2 antizipiert, maximiert Unternehmen 1 die reduzierte Gewinnfunktion

$$\begin{aligned}\Pi_1^r(x_1) &= \Pi_1(x_1, x_2^R(x_1)) = (24 - x_1 - x_2^R(x_1))x_1 \\ &= \left(24 - x_1 - 12 + \frac{1}{2}x_1\right)x_1 \\ &= \left(12 - \frac{1}{2}x_1\right)x_1.\end{aligned}$$

Die Bedingung erster Ordnung $\frac{\partial \Pi_1^r}{\partial x_1} = 12 - x_1 \stackrel{!}{=} 0$ liefert $x_1^S = 12$. Somit ist **e)** richtig.

26. (4 Punkte) Auf einer Insel leben 2 Menschen. Es gibt dort ein privates und ein öffentliches Gut. Die Nutzenfunktion von Inselbewohner 1 lautet $U_1(g, x_1) = \ln(g) + 2 \cdot x_1$, die Nutzenfunktion von Inselbewohner 2 lautet $U_2(g, x_2) = \ln(g) + x_2$, wobei $x_i, i = 1, 2$, die von i konsumierte Menge des privaten Gutes und g die Menge des öffentlichen Gutes bezeichnen. Der Preis des privaten Gutes beträgt $p_x = 8$ und der Preis des öffentlichen Gutes $p_g = 3$. Die Pareto-optimale Menge des öffentlichen Gutes lautet

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5 g) 6

richtige Lösung: e)

Die marginalen Raten der Substitution lauten

$$\begin{aligned}MRS^1 &= \frac{MU_g^1}{MU_{x_1}^1} = \frac{1}{2g}, \\ MRS^2 &= \frac{MU_g^2}{MU_{x_2}^2} = \frac{1}{g}.\end{aligned}$$

Die aggregierte Zahlungsbereitschaft für das öffentliche Gut muss demnach

$$MRS = MRS^1 + MRS^2 = \frac{1}{2g} + \frac{1}{g} = \frac{3}{2g} \stackrel{!}{=} \frac{3}{8} = \frac{p_g}{p_x}$$

erfüllen. Wir erhalten $g = 4$.

27. (4 Punkte) Die Gewinnfunktion von Unternehmen 1 sei durch $G_1(y_1, y_2) = 12y_1 - 2y_1^2$ gegeben, die Gewinnfunktion von Unternehmen 2 sei durch $G_2(y_1, y_2) = -2y_2^2 + 2y_1y_2$ gegeben, wobei y_1 die Ausbringungsmenge von Unternehmen 1 und y_2 die Ausbringungsmenge von Unternehmen 2 bezeichne. Im Sozialen Optimum beträgt die Ausbringungsmenge von Unternehmen 2

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5 g) 6 h) 7
richtige Lösung: c)

Im sozialen Optimum beträgt die Gewinnfunktion $\Pi(y_1, y_2) = 12y_1 - 2y_1^2 - 2y_2^2 + 2y_1y_2$. Die Maximierungsbedingungen lauten

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Pi}{\partial y_1} &= 12 - 4y_1 + 2y_2 \stackrel{!}{=} 0, \\ \frac{\partial \Pi}{\partial y_2} &= -4y_2 + 2y_1 \stackrel{!}{=} 0.\end{aligned}$$

Auflösen der 2. Gleichung liefert $y_1 = 2y_2$. Einsetzen in die 1. Gleichung liefert

$$\begin{aligned}12 - 8y_2 + 2y_2 &= 0 \\ 12 - 6y_2 &= 0 \\ \Rightarrow y_2 &= 2.\end{aligned}$$

Somit ist **c)** richtig.