V3

1. **(4 Punkte)** Das Haushaltsoptimum eines Haushaltes sei durch

$$x_1\left(p_1, p_2, m\right) = \frac{m}{p_1},\ x_2\left(p_1, p_2, m\right) = 0$$

gegeben. Die Preise betragen zunächst $p_1 = 3$, $p_2 = 9$. Das Einkommen beträgt $m = 30$. Es droht eine Preiserhöhung bei Gut 1 auf $p_1 = 6$.

❍ a) Die kompensatorische Variation beträgt 0.

❍ b) Die kompensatorische Variation beträgt 12.

❍ c) Die kompensatorische Variation beträgt 18.

❍ d) Die kompensatorische Variation beträgt 30.

❍ e) Die äquivalente Variation beträgt 0.

❍ f) Die äquivalente Variation beträgt 12.

❍ g) Die äquivalente Variation beträgt 18.

❍ h) Die äquivalente Variation beträgt 30.

richtige Lösung: d)
Der Haushalt konsumiert nur Gut 1 im Haushaltsoptimum. Vor der Preiserhöhung beträgt der Konsum von Gut 1 $x_1(3, 9, 30) = 10$, nach der Preiserhöhung $x_1(6, 9, 30) = 5$. Die kompensatorische Variation CV erfüllt

$$\begin{aligned} x_1(6, 9, 30 + CV) &= 10 = x_1(3, 9, 30) \\ \frac{30 + CV}{6} &= 10 \\ 30 + CV &= 60 \\ \Rightarrow CV &= 30. \end{aligned}$$

Daher ist **d)** korrekt. Die äquivalente Variation EV erfüllt

$$\begin{aligned} x_1(3, 9, 30 - EV) &= 5 = x_1(6, 9, 30) \\ \frac{30 - EV}{3} &= 5 \\ 30 - EV &= 15 \\ \Rightarrow EV &= 15. \end{aligned}$$

Daher sind **e)-h)** falsch.

2. **(4 Punkte)** Die Kostenfunktion eines Monopolisten lautet $C(y) = 2y + 2$. Die inverse Nachfragefunktion lautet $p(y) = 8 - \frac{y}{2}$. Der Staat erhebt eine Mengensteuer in Höhe von 2. Die Steuereinnahmen betragen

❍ a) 0 ❍ b) 2 ❍ c) 4 ❍ d) 6 ❍ e) 8 ❍ f) 10 ❍ g) 12

richtige Lösung: e)
Der Monopolist maximiert die Gewinnfunktion

$$\begin{aligned} \Pi(y) &= (p(y) - 2)y - C(y) \\ &= \left(6 - \frac{y}{2}\right) y - 2y - 2 \\ &= \left(4 - \frac{y}{2}\right) y - 2. \end{aligned}$$

Die Bedingung erster Ordnung liefert

$$\Pi'(y) = 4 - y \stackrel{!}{=} 0$$
$$\Rightarrow y = 4.$$

Der Monopolist bietet also die Menge $y = 4$ an. Die Steuereinnahmen betragen $4 \cdot 2 = 8$. Daher ist **e)** richtig.

3. **(3 Punkte)** Ein Monopolist agiere auf einem Markt mit der inversen Nachfragefunktion $p(q) = -3q + 40$. Die Kostenfunktion des Monopolisten sei durch $C(q) = 10q$ gegeben. Die Konsumentenrente bei der Cournot-Menge $q^M = 5$ beträgt

❍ a) 0 ❍ b) 8 ❍ c) 16 ❍ d) 25 ❍ e) 50 ❍ f) 75

❍ g) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: g)
Der Preis bei $q^M = 5$ ist $p(5) = 25$. Die Konsumentenrente beträgt

$$\begin{aligned} KR &= \int_0^5 (p(q) - p(5))dq \\ &= \int_0^5 (15 - 3q)dq \\ &= (15q - \frac{3}{2}q^2)_0^5 \\ &= 75 - \frac{75}{2} = \frac{75}{2} = 37.5. \end{aligned}$$

Daher ist **g)** richtig. Alternativer Rechenweg auf Basis einer Skizze: Weil die Nachfragekurve linear ist, beträgt die Konsumentenrente $KR = (40 - 25) \cdot (5 - 0)/2 = \frac{75}{2} = 37.5$.

4. **(4 Punkte)** Zwei Agenten bieten in einer Zweitpreisauktion für ein Auto. Agent 1 hat einen Reservationspreis von $r_1 = 15$, Agent 2 einen von $r_2 = 20$. Die Auszahlungsfunktion von Agent $i \in \{1, 2\}$ ist

$$u_i(s_i, s_{-i}) = \begin{cases} 0, & s_i < s_{-i} \\ \frac{r_i - s_{-i}}{2}, & s_i = s_{-i} \\ r_i - s_{-i}, & s_i > s_{-i}, \end{cases}$$

wobei s_i das Gebot von Agent i bezeichne und s_{-i} das Gebot des anderen Agenten bezeichne. Ein Nash-Gleichgewicht ist die Strategiekombination $(s_1, s_2) =$

❍ a) $(12, 12)$ ❍ b) $(15, 12)$ ❍ c) $(15, 15)$ ❍ d) $(16, 17)$ ❍ e) $(19, 16)$ ❍ f) $(21, 22)$

richtige Lösung: d)
Bei $(s_1, s_2) = (12, 12)$ beträgt der Nutzen von Agent 2 $u_2(12, 12) = 4$. Abweichen auf $s_2 = 13$ steigert Agent 2's Nutzen auf $u_2(13, 12) = 8 > 4$. Daher ist **a)** falsch. Bei $(s_1, s_2) = (15, 12)$ beträgt der Nutzen von Agent 2 $u_2(12, 15) = 0$, bei $(s_1, s_2) = (15, 15)$ beträgt dieser $u_2(15, 15) = \frac{5}{2}$. Abweichen auf $s_2 = 16$ steigert Agent 2's Nutzen auf $u_2(16, 15) = 5 > \frac{5}{2} > 0$. Daher sind **b)-c)** falsch. Bei $(s_1, s_2) = (19, 16)$ beträgt der Nutzen von Agent 1 $u_1(19, 16) = -1$. Abweichen auf $s_1 = 10$ steigert Agent 1's Nutzen auf $u_1(10, 16) = 0 > -1$. Daher ist **e)** falsch. Bei $(s_1, s_2) = (21, 22)$ beträgt der Nutzen von Agent 2 $u_2(22, 21) = -1$. Abweichen auf $s_2 = 20$ steigert Agent 2's Nutzen auf $u_2(20, 21) = 0 > -1$. Daher ist **f)** falsch. Bei $(s_1, s_2) = (16, 17)$ beträgt der Nutzen von Agent 1 $u_1(16, 17) = 0$. Abweichen auf $s_1 < 17$ führt zu keiner Nutzenänderung. Abweichen auf $s_1 \geq 17$ reduziert Agent 1's Nutzen auf $u_1(s_1, 17) \leq -1$. Daher kann sich Agent 1 durch einseitigs Abweichen nicht besser stellen. Der Nutzen

von Agent 2 bei $(s_1, s_2) = (16, 17)$ beträgt $u_2(17, 16) = 4$. Abweichen auf $s_2 > 16$ führt zu keiner Nutzenänderung. Abweichen auf $s_2 \leq 16$ reduziert Agent 2's Nutzen auf $u_2(s_2, 16) \leq 2$. Daher kann sich Agent 2 durch einseitigs Abweichen nicht besser stellen. Daher ist **d)** richtig.

5. **(4 Punkte)** Auf einem Markt agieren zwei Unternehmen, 1 und 2, im sequentiellen Mengenwettbewerb. Unternehmen 1 ist Stackelberg-Führer. Die Gewinnfunktion von Unternehmen 1 lautet $\Pi_1(x_1, x_2) = (12 - x_1 - x_2)\, x_1$. Die Reaktionsfunktion von Unternehmen 2 ist durch $x_2^R(x_1) = 6 - \frac{1}{2}x_1$ gegeben. Im Stackelberg-Gleichgewicht beträgt die insgesamt angebotene Menge $x_1^S + x_2^S =$

   ❍ a) 1 ❍ b) 2 ❍ c) 3 ❍ d) 4 ❍ e) 5 ❍ f) 6 ❍ g) 7 ❍ h) 8

   ❍ i) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.
   richtige Lösung: i)

Da Unternehmen 1 die Reaktion von Unternehmen 2 antizipiert, maxmiert Unternehmen 1 die reduzierte Gewinnfunktion

$$\begin{aligned}\Pi_1^r(x_1) = \Pi_1\left(x_1, x_2^R(x_1)\right) &= \left(12 - x_1 - x_2^R(x_1)\right) x_1 \\ &= \left(12 - x_1 - 6 + \frac{1}{2}x_1\right) x_1 \\ &= \left(6 - \frac{1}{2}x_1\right) x_1.\end{aligned}$$

Die Bedingung erster Ordnung $\frac{\partial \Pi_1^r}{\partial x_1} = 6 - x_1 \overset{!}{=} 0$ liefert $x_1^S = 6$. Unternehmen 2 bietet also $x_2^S = x_2^R(x_1^S) = 3$ an. Wir erhalten $x_1^S + x_2^S = 9$. Somit ist **i)** richtig.

6. **(4 Punkte)** Auf einem Markt agieren zwei Unternehmen, 1 und 2, im simultanen Mengenwettbewerb. Die Gewinnfunktion von Unternehmen 1 lautet $\Pi_1(x_1, x_2) = (12 - x_1 - x_2)\, x_1$. Die Reaktionsfunktion von Unternehmen 2 ist durch $x_2^R(x_1) = 6 - \frac{1}{2}x_1$ gegeben. Im Cournot-Gleichgewicht beträgt die insgesamt angebotene Menge $x_1^C + x_2^C =$

   ❍ a) 1 ❍ b) 2 ❍ c) 3 ❍ d) 4 ❍ e) 5 ❍ f) 6 ❍ g) 7 ❍ h) 8

   ❍ i) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.
   richtige Lösung: h)

Unternehmen 1 maximiert die Gewinnfunktion

$$\Pi_1(x_1, x_2) = (12 - x_1 - x_2)\, x_1.$$

Die Bedingung erster Ordnung $\frac{\partial \Pi_1}{\partial x_1} = 12 - 2x_1 - x_2 \overset{!}{=} 0$ führt zu $x_2 = 12 - 2x_1$. Gleichsetzen mit $x_2^R(x_1)$ liefert

$$\begin{aligned}12 - 2x_1 &= 6 - \frac{1}{2}x_1 \\ 6 &= \frac{3}{2}x_1 \\ \Rightarrow x_1^C &= 4.\end{aligned}$$

Wir erhalten $x_2^C = x_2^R(x_1^C) = 4$ und somit $x_1^C + x_2^C = 8$. Somit ist **h)** richtig.

7. **(2 Punkte)** Eine Diskothek D und ein Wellnesshotel H befinden sich in unmittelbarer Nachbarschaft. Der Gewinn der Diskothek lautet $\Pi_D(x) = 20x - x^2$ und der Gewinn des Hotels $\Pi_H(x, y) = 25y - y^2 - xy$, wobei x die Anzahl an Diskobesuchern bezeichne und y die Anzahl an Hotelgästen

bezeichne. Die externen Effekte sind

❍ a) einseitig und positiv.

❍ b) wechselseitig und positiv.

❍ c) einseitig und negativ.

❍ d) wechselseitig und negativ.

richtige Lösung: c)

Wir haben $\frac{\partial \Pi_D}{\partial y} = 0$ und $\frac{\partial \Pi_H}{\partial x} = -y < 0$. Die externen Effekte sind also einseitig und negativ. Daher is **c)** richtig.

8. **(4 Punkte)** Eine Diskothek D und ein Wellnesshotel H befinden sich in unmittelbarer Nachbarschaft. Der Gewinn der Diskothek lautet $\Pi_D(x) = 20x - x^2$ und der Gewinn des Hotels $\Pi_H(x, y) = 25y - y^2 - xy$, wobei x die Anzahl an Diskobesuchern bezeichne und y die Anzahl an Hotelgästen bezeichne. Die Pigou-Steuer beträgt

❍ a) 1 ❍ b) 2 ❍ c) 5 ❍ d) 8 ❍ e) 10 ❍ f) 15 ❍ g) 20 ❍ h) 25

richtige Lösung: e)

Die gesamte Gewinnfunktion lautet $\Pi(x, y) = \Pi_D(x) + \Pi_H(x, y)$. Die Bedingungen erster Ordnung lauten

$$\frac{\partial \Pi(x, y)}{\partial x} = 20 - 2x - y \stackrel{!}{=} 0,$$
$$\frac{\partial \Pi(x, y)}{\partial y} = 25 - 2y - x \stackrel{!}{=} 0.$$

Wir multiplizieren die erste Gleichung mit 2 und subtrahieren dann die zweite Gleichung. Dies liefert

$$15 - 3x = 0$$
$$\Rightarrow x^* = 5.$$

Einsetzen in die erste Gleichung liefert

$$20 - 2 \cdot 5 - y = 0$$
$$\Rightarrow y^* = 10.$$

Das soziale Optimum lautet also $(x^*, y^*) = (5, 10)$.
Weg 1: Falls die Diskothek für jeden Diskobesucher die Steuer $t \geq 0$ zu entrichten hat, lautet die Gewinnfunktion der Diskothek

$$\Pi_D(x) = 20x - x^2 - tx.$$

Die Bedingung erster Ordnung liefert

$$\frac{\partial \Pi_D}{\partial x} = 20 - 2x - t \stackrel{!}{=} 0$$
$$\Rightarrow x(t) = 10 - t/2.$$

Die Anzahl $x(t)$ an Diskobesuchern stimmt mit der sozialoptimalen Anzahl $x^* = 5$ überein, falls

$$x(t) = 10 - t/2 \stackrel{!}{=} 5$$
$$\Rightarrow t = 10.$$

Also beträgt die Pigou-Steuer 10. Daher ist **e)** richtig.
Weg 2: Der Grenzschaden der Externalität ist $S(y) = -\frac{\partial \Pi_H(x,y)}{\partial x} = y$. Im sozialen Optimum beträgt dieser $S(10) = 10$. Da die Pigou-Steuer dem Grenzschaden der Externalität im sozialen Optimum gleicht, lautet die Pigou-Steuer $t \stackrel{!}{=} 10 = S(10)$.

9. **(3 Punkte)** Auf einer Insel leben 8 Menschen. Es gibt dort nur ein privates und ein öffentliches Gut. Die Präferenzen der Inselbewohner sind identisch. Die Nutzenfunktion von Inselbewohner $i \in \{1, \ldots, 8\}$ lautet $U_i(g, x_i) = 2\sqrt{g} + 4 \cdot x_i$, wobei x_i die von i konsumierte Menge des privaten Gutes und g die Menge des öffentlichen Gutes bezeichnet. Der Preis des privaten Gutes beträgt $p_x = 4$ und der Preis des öffentlichen Gutes $p_g = 2$. Die Pareto-optimale Menge des öffentlichen Gutes beträgt

❍ a) 2 ❍ b) 4 ❍ c) 6 ❍ d) 8 ❍ e) 12 ❍ f) 16 ❍ g) 24

richtige Lösung: f)

Die marginale Zahlungsbereitschaft eines Einwohners i für eine weitere Einheit des öffentlichen Gutes ist

$$MRS_i = \frac{MU_g}{MU_{x_i}} = \frac{1}{4\sqrt{g}}.$$

Da auf der Insel 8 Personen leben, muss für die aggregierte Zahlungsbereitschaft folgendes gelten:

$$\begin{aligned} MRS = \frac{8}{4\sqrt{g}} &\overset{!}{=} \frac{2}{4} = \frac{p_g}{p_x} = MOC \\ \frac{1}{\sqrt{g}} &= \frac{1}{4} \\ \Rightarrow g &= 16. \end{aligned}$$

Somit ist f) richtig.

10. **(3 Punkte)** Betrachten Sie die Nutzenfunktionen $U_1(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ und $U_2(x_1, x_2) = x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2$.

❍ a) Die dargestellten Präferenzen sind äquivalent, weil die streng monotone Transformation $\tau(U_1) = U_1^2$ exisitiert, die U_1 in U_2 überführt.

❍ b) Die dargestellten Präferenzen sind äquivalent, weil die Indifferenzkurven identisch aussehen.

❍ c) Die dargestellten Präferenzen sind äquivalent, weil $U_1(1, 0) = U_2(1, 0)$.

❍ d) Die dargestellten Präferenzen sind nicht äquivalent, weil $U_1(1, 1) \neq U_2(1, 1)$.

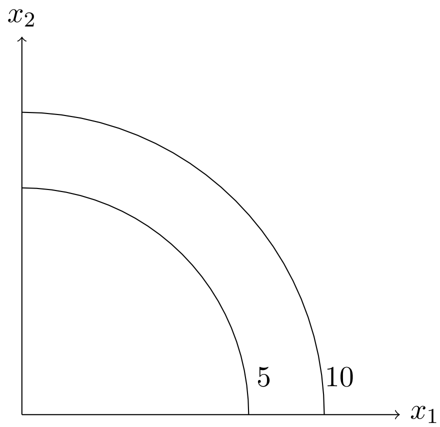
❍ e) Die dargestellten Präferenzen sind nicht äquivalent. Dies lässt sich anhand der Güterbündel $(2, 0)$ und $(1, 1)$ begründen.

❍ f) Die dargestellten Präferenzen sind nicht äquivalent. Dies lässt sich anhand der Güterbündel $(2, 0)$ und $(0, 1)$ begründen.

richtige Lösung: e)

Aufgrund von $U_1(2, 0) = 2 = 2 = U_1(1, 1)$ und $U_2(2, 0) = 4 < 6 = U_2(1, 1)$ sind die durch U_1 und U_2 dargestellten Präferenzen nicht äquivalent. Daher sind **a)-c)** falsch und **e)** ist richtig. Anhand der Güterbündel $(2, 0)$ und $(0, 1)$ lässt sich nicht begründen, dass die durch U_1 und U_2 dargestellen Präferenzen nicht äquivalent sind, weil $U_1(2, 0) = 2 > 1 = U_1(0, 1)$ und $U_2(2, 0) = 4 > 1 = U_2(0, 1)$ gilt und somit Güterbündel $(2, 0)$ dem Güterbündel $(0, 1)$ sowohl unter U_1 als auch unter U_2 vorgezogen wird. Daher ist **f)** falsch. Anhand von $U_1(1, 1) \neq U_2(1, 1)$ lässt sich nicht begründen, dass die durch U_1 und U_2 dargestellen Präferenzen nicht äquivalent sind. Daher ist **d)** falsch.

11. **(3 Punkte)** Betrachten Sie die in der Grafik veranschaulichten Indifferenzkurven.



Die dadurch angedeuteten Präferenzen sind

❍ a) nicht monoton, weil der Nutzen mit zunehmenden Gütermengen steigt.

❍ b) streng konkav, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B besser ist als A und B.

❍ c) streng konkav, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B schlechter ist als A und B.

❍ d) streng konvex, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B besser ist als A und B.

❍ e) streng konvex, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B schlechter ist als A und B.

richtige Antwort: c)

Die Präferenzen sind monoton, weil der Nutzen mit zunehmenden Gütermengen steigt. Daher ist **a)** falsch. Die Präferenzen sind streng konkav, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei indifferenten Güterbündeln A und B schlechter ist als A und B.

12. **(3 Punkte)** Holgers Nutzenfunktion ist gegeben durch

$$U(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2^2.$$

Sein Einkommen beträgt $m = 12$. Die Preise betragen $p_1 = 1$, $p_2 = 2$. Das Haushaltsoptimum (x_1^*, x_2^*) lautet

❍ a) $(0, 6)$ ❍ b) $(2, 5)$ ❍ c) $(4, 4)$ ❍ d) $(6, 3)$ ❍ e) $(8, 2)$ ❍ f) $(10, 1)$ ❍ g) $(12, 0)$

richtige Lösung: g)

Die Präferenzen sind monoton, weil $MU_1 = 2x_1 > 0$ und $MU_2 = 4x_2 > 0$ gilt. Die Grenzrate der Substitution lautet $MRS = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{x_1}{2x_2}$. Wenn x_1 steigt, muss x_2 bei konstantem Nutzenniveau fallen. Die Grenzrate der Substitution nimmt mit steigendem x_1 zu. Die Präferenzen sind also konkav. Daher konsumiert der Haushald nur ein Gut. Falls er nur Gut 1 konsumiert, konsumiert er $x_1 = 12$ und sein Nutzen beträgt $U(12, 0) = 12^2$. Falls es nur Gut 2 konsumiert, konsumiert er $x_2 = 12/2 = 6$ und sein Nutzen beträgt $U(0, 6) = 2 \cdot 6^2 < 12^2 = U(12, 0)$. Das Haushaltsoptimum ist also $(x_1^*, x_2^*) = (12, 0)$. Daher ist **g)** korrekt.

13. **(2 Punkte)** Ein Gut ist bei Geldeinkommen in **keinem** Fall

❍ a) inferior und gewöhnlich.

❍ b) inferior und nicht-gewöhnlich.

❍ c) normal und gewöhnlich.

❍ d) normal und nicht-gewöhnlich.

richtige Lösung: d)

Die Slutsky-Gleichung bei Geldeinkommen lautet

$$\frac{\partial x^G}{\partial p} = \frac{\partial x^S}{\partial p} - \frac{\partial x^G}{\partial m} x^B.$$

Der Substitutionseffekt erfüllt stets $\frac{\partial x^S}{\partial p} \leq 0$. Falls das Gut normal ist, wenn also $\frac{\partial x^G}{\partial m} > 0$ gilt, muss $\frac{\partial x^G}{\partial p} < 0$ gelten. Demanch kann ein Gut bei Geldeinkommen in keinem Fall normal und nicht-gewöhnlich sein. Falls ein Gut bei Geldeinkommen normal ist, muss es auch gewöhnlich sein. Falls das Gut inferior ist, wenn also $\frac{\partial x^G}{\partial m} < 0$ gilt, kann sowohl $\frac{\partial x^G}{\partial p} < 0$ als auch $\frac{\partial x^G}{\partial p} > 0$ gelten. Demanch sind die Auswahlmöglichkeiten **a)-c)** falsch und **d)** ist richtig.

14. **(3 Punkte)** Leas Nutzenfunktion ist gegeben durch

$$U(x_1, x_2) = \min(x_1, 2x_2).$$

Ihr Einkommen sei m, die Preise von Gut 1 bzw. Gut 2 seien p_1 und p_2. Die Engelkurve für Gut 2 lautet

❍ a) $x_2(p_2) = 2x_1$ ❍ c) $x_2(p_2) = \frac{m}{2p_1+p_2}$ ❍ e) $x_2(m) = 2x_1$ ❍ g) $x_2(m) = \frac{m}{2p_1+p_2}$

❍ b) $x_2(p_2) = \frac{m-p_1x_1}{p_2}$ ❍ d) $x_2(p_2) = \frac{2m}{2p_1+p_2}$ ❍ f) $x_2(m) = \frac{m-p_1x_1}{p_2}$ ❍ h) $x_2(m) = \frac{2m}{2p_1+p_2}$

richtige Lösung: g)

Im Haushaltsoptimum gilt $x_1 = 2x_2$. Einsetzen in $m = p_1x_1 + p_2x_2$ liefert

$$m = 2p_1x_2 + p_2x_2 = (2p_1 + p_2)x_2$$
$$\Rightarrow x_2(m) = \frac{m}{2p_1 + p_2}.$$

Daher ist **g)** richtig.

15. **(3 Punkte)** Michael stehen insgesamt 16 Stunden am Tag für Freizeit F und Arbeit A zur Verfügung. Sein (Brutto-) Stundenlohn beträgt 10. Michael erhält zusätzlich Kindergeld in Höhe von 10 pro Tag. Auf sein Erwerbseinkommen fallen 25% Steuern an. Das Preisniveau laute p. Sein täglicher Konsum werde mit C bezeichnet. Die Budgetgerade lautet

❍ a) $pC = 130 - 7.5F$ ❍ c) $pC = 130 - 12.5F$ ❍ e) $pC = 160 - 10F$

❍ b) $pC = 130 - 10F$ ❍ d) $pC = 160 - 7.5F$ ❍ f) $pC = 160 - 12.5F$

richtige Lösung: a)

Falls Michael 16 Stunden arbeitet, erhält dieser einen Nettolohn in Höhe von $16 \cdot 10 \cdot (1 - 0.25) = 120$. Da er zusätzlich Kindergeld in Höhe von 10 erhält, lautet seine Budgetgerade

$$130 = pC + 10 \cdot (1 - 0.25)F$$
$$\Rightarrow pC = 130 - 7.5F.$$

Also ist **a)** richtig.

16. **(2 Punkte)** Emil präferiert $L_1 = [10; 1]$ gegenüber $L_2 = \left[30, 0; \frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right]$. Emil ist

❍ a) risikoavers ❍ b) risikofreudig ❍ c) risikoneutral

richtige Lösung: a)

Wir wissen, dass $E_u(L_1) \geq E_u(L_2)$ gilt. Die Erwartungswerte sind

$$E(L_1) = 10,$$
$$E(L_2) = \frac{2}{5} \cdot 30 + \frac{3}{5} \cdot 0 = 12$$

und erfüllen damit $E(L_1) < E(L_2)$. Da L_1 eine Lotterie ohne Risiko ist, gilt $E_u(L_1) = u(E(L_1))$. Aus $E_u(L_2) \leq E_u(L_1) = u(E(L_1)) < u(E(L_2))$ erhalten wir $E_u(L_2) < u(E(L_2))$, wodurch wir ausschließen können, dass Emil risikofreudig oder risikoneutral ist. Emil ist risikoavers.

17. **(4 Punkte)** Betrachten Sie die vNM-Nutzenfunktion $u(x) = 2\sqrt{x}$ und die Lotterie $L = \left[4, 9; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$. Die Risikoprämie beträgt

❍ a) -1 ❍ b) $-\frac{2}{3}$ ❍ c) $-\frac{1}{3}$ ❍ d) $-\frac{1}{4}$ ❍ e) 0 ❍ f) $\frac{1}{4}$ ❍ g) $\frac{1}{3}$ ❍ h) $\frac{2}{3}$ ❍ i) 1
richtige Lösung: f)

Der Erwartungswert der Lotterie ist $E(L) = \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 9 = \frac{13}{2}$. Das Sicherheitsäquivalent CE erfüllt

$$\begin{aligned}
u(CE) &= E_u(L) \\
2\sqrt{CE} &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{4} + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{9} \\
2\sqrt{CE} &= 2 + 3 = 5 \\
\Rightarrow CE &= \frac{25}{4}.
\end{aligned}$$

Die Risikoprämie beträgt damit $RP = E(L) - CE = \frac{26}{4} - \frac{25}{4} = \frac{1}{4}$. Daher ist **f)** richtig.

18. **(2 Punkte)** In einer Volkswirtschaft gibt es insgesamt 2 Konsumenten, A und B, deren Nachfragefunktionen durch $x^A(p) = 60 - 3p$ bzw. $x^B(p) = 30 - 6p$ gegeben sind.

❍ a) Die Sättigungsmenge der aggregierten Nachfragefunktion beträgt 60.

❍ b) Der Prohibitivpreis der aggregierten Nachfragefunktion lautet 5.

❍ c) Bei einem Preis in Höhe von 6 konsumiert nur Konsument A.

❍ d) Bei Preisen unterhalb von 8 konsumieren sowohl Konsument A als auch Konsument B eine positive Menge.
richtige Lösung: c)

Bei $p = 0$ beträgt die Nachfrage $x^A(0) + x^B(0) = 60 + 30 = 90 \neq 60$. Daher ist **a)** falsch. Der Prohibitivpreis von A ist $60/3 = 20$, der von B ist $30/6 = 5$. Der Prohibitivpreis der aggregierten Nachfragefunktion lautet also $20 \neq 5$. Daher ist **b)** falsch. Bei $p = 6$ konsumiert nur Konsument A, weil $6 < 20$ und $6 > 5$. Daher ist **c)** richtig und **d)** falsch.

19. **(4 Punkte)** Die Kostenfunktion eines Unternehmens sei durch

$$C(y) = \begin{cases} y^2 + 9, & y > 0 \\ 0, & y = 0 \end{cases}$$

gegeben. Wie hoch muss der Marktpreis mindestens sein, damit das Unternehmen eine positive Menge anbietet?

❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 5 ❍ g) 6

richtige Lösung: g)

Falls das Unternehmen eine positive Menge $y > 0$ anbietet, muss im Gewinnmaximum

$$\begin{aligned} p &\stackrel{!}{=} 2y = MC(y) \\ \Rightarrow y &= \frac{p}{2} \end{aligned}$$

gelten. Das Unternehmen bietet eine positive Menge an, falls $AC(y) \leq p \stackrel{!}{=} 2y = MC(y)$ gilt. Umformen und Einsetzen ergibt

$$\begin{aligned} AC(y) = y + \frac{9}{y} &\leq 2y = MC(y) \\ 9 &\leq y^2 \\ 3 &\leq y \\ \Rightarrow 6 &\leq p. \end{aligned}$$

Daher muss der Marktpreis mindestens 6 sein. Somit ist **g)** korrekt.

20. **(3 Punkte)** Ein Unternehmen produziert die Ausbringungsmenge y zu Kosten von $C(y) = 20 + 10y^2$. Wie hoch ist der Gewinn des preisnehmenden Unternehmens bei einem Preis von 40?

❍ a) 0 ❍ b) 10 ❍ c) 20 ❍ d) 30 ❍ e) 40 ❍ f) 60 ❍ g) 80 ❍ h) 100

richtige Lösung: c)

Die Gewinnfunktion lautet $\Pi(y) = 40y - 20 - 10y^2$. Die Bedingung erster Ordnung lautet $40 - 20y \stackrel{!}{=} 0$. Diese liefert $y^* = 2$. Der Gewinn beträgt $\Pi(2) = 80 - 20 - 40 = 20$. Daher ist **c)** korrekt.

21. **(4 Punkte)** Eine Produktionsfunktion sei durch $y = f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$ gegeben. Die Faktorpreise betragen $w_1 = 4$ und $w_2 = 1$. Die Kosten bei $y = 12$ Einheiten betragen

❍ a) 4 ❍ b) 12 ❍ c) 20 ❍ d) 24 ❍ e) 32 ❍ f) 36 ❍ g) 40 ❍ h) 48

richtige Lösung: h)

Die marginale Rate der technischen Substitution lautet $MRTS = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{x_2}{x_1}$. Wenn x_1 steigt, muss x_2 bei konstantem Produktionsniveau fallen. Die marginale Rate der technischen Substitution nimmt mit steigendem x_1 also ab. Falls $MRTS > \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je mehr von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Bei $MRTS < \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je weniger von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Der optimale Einsatz der Produktionsfaktoren erfüllt

$$\begin{aligned} MRTS = \frac{x_2}{x_1} &\stackrel{!}{=} \frac{w_1}{w_2} = MOC \\ x_2 &= 4x_1. \end{aligned}$$

Um $y = 12$ Einheiten zu produzieren, werden also

$$\begin{aligned} 12 &= \sqrt{4x_1 \cdot x_1} \\ 12 &= 2x_1 \\ \Rightarrow x_1 &= 6 \end{aligned}$$

Einheiten von Faktor 1 und $x_2 = 4 \cdot 6 = 24$ Einheiten von Faktor 2 eingesetzt. Die Kosten bei $y = 12$ betragen $C(12) = 4 \cdot 6 + 1 \cdot 24 = 48$. Daher ist **h)** richtig.

22. **(1 Punkt)** Eine Produktionsfunktion sei durch $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^3$ gegeben.

   ❍ a) Fallende Skalenerträge liegen vor.

   ❍ b) Konstante Skalenerträge liegen vor.

   ❍ c) Steigende Skalenerträge liegen vor.

   ❍ d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

   richtige Lösung: c)

   Es gilt
   $$f(tx_1, tx_2) = (tx_1)^2 + (tx_2)^3 = t\left(tx_1^2 + t^2x_2^3\right) > t\left(x_1^2 + x_2^3\right) = tf(x_1, x_2)$$
   für alle $t > 1$. Daher liegen steigende Skalenerträge vor. Somit ist **c)** korrekt.

23. **(2 Punkte)** Auf einem Markt gelte die Marktnachfragefunktion $D(p) = 14 - 2p$ und die Marktangebotsfunktion $S(p) = 2 + p$. Der gleichgewichtige Marktpreis beträgt

   ❍ a) 1 ❍ b) 2 ❍ c) 3 ❍ d) 4 ❍ e) 5 ❍ f) 6 ❍ g) 7

   richtige Lösung: d)

   Im Gleichgewicht gilt
   $$\begin{aligned} D(p) = 14 - 2p &\overset{!}{=} 2 + p = S(p) \\ 12 &= 3p \\ \Rightarrow p &= 4. \end{aligned}$$

24. **(2 Punkte)** Auf einem Markt gelte die Marktnachfragefunktion $D(p) = 13 - 2p$ und die Marktangebotsfunktion $S(p) = 2+p$. Der Preis wird staatlich vorgegeben und beträgt 6. Das Überangebot beträgt

   ❍ a) 0 ❍ b) 2 ❍ c) 4 ❍ d) 5 ❍ e) 7 ❍ f) 9 ❍ g) 12

   richtige Lösung: e)

   Die Nachfrage beträgt $D(6) = 13 - 2 \cdot 6 = 1$. Das Angebot beträgt $S(6) = 2 + 6 = 8$. Das Überangebot beträgt also $S(6) - D(6) = 8 - 1 = 7$.

25. **(4 Punkte)** Die Nutzenfunktion von Agent A sei durch $U^A(x_1^A, x_2^A) = \min\left(x_1^A, 2x_2^A\right)$ gegeben. Die Nutzenfunktion von Agent B sei durch $U^B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B + x_2^B$ gegeben. Die Anfangsausstattung sei durch $\omega^A = (4, 8)$ bzw. $\omega^B = (8, 4)$ gegeben. Das höchste Nutzenniveau, das Agent B durch freiwilligen Tausch erreichen kann, beträgt

   ❍ a) 12 ❍ b) 13 ❍ c) 14 ❍ d) 15 ❍ e) 16 ❍ f) 17 ❍ g) 18

   richtige Lösung: g)

   Das Nutzenniveau von Agent A bei Konsum der Anfangsausstattung beträgt $U^A(4, 8) = \min(4, 16) = 4$. Agent A erreicht das gleiche Nutzenniveau bei Konsum von $x_1^A = 4$ und $x_2^A = 2$, weil $U^A(4, 2) =$

$\min(4,4) = 4$. Die Abgabe weiterer Einheiten von Gut 2 oder die Abgabe von Einheiten von Gut 1 stellt Agent A schlechter. Daher kann Agent B maximal $x_1^B = 8$ und $x_2^B = 4 + 6 = 10$ konsumieren, ohne Agent A schlechter zu stellen. Aufgrund von Agent B's monotonen Präferenzen beträgt das höchste Nutzenniveau, das Agent B durch freiwilligen Tausch erreichen kann, $U^B(8,10) = 18$. Daher ist **g)** korrekt.

26. **(3 Punkte)** Die Nutzenfunktion von Agent A sei durch $U^A(x_1^A, x_2^A) = \min\left(x_1^A, 2x_2^A\right)$ gegeben. Die Nutzenfunktion von Agent B sei durch $U^B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B + x_2^B$ gegeben. Die Anfangsausstattung sei durch $\omega^A = (4,8)$ bzw. $\omega^B = (8,4)$ gegeben. Eine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung ist die Allokation $\left(\left(x_1^A, x_2^A\right), \left(x_1^B, x_2^B\right)\right) =$

❍ a) $((6,7),(6,5))$ ❍ b) $((8,5),(4,7))$ ❍ c) $((2,9),(10,3))$ ❍ d) $((6,5),(6,7))$

richtige Lösung: d)

Die Nutzen bei Konsum der Anfangsausstattung betragen $U_A(4,8) = 4$ bzw. $U_B(8,4) = 12$. Bei Konsum von $x^B = (6,5)$ beträgt B's Nutzen $U_B(6,5) = 11 < 12 = U_B(8,4)$. Die Allokation $((6,7),(6,5))$ ist also keine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung. Demnach ist **a)** falsch. Bei Konsum von $x^B = (4,7)$ beträgt B's Nutzen $U_B(4,7) = 11 < 12 = U_B(8,4)$. Also ist **b)** falsch. Bei Konsum von $x^A = (2,9)$ beträgt A's Nutzen $U_A(2,9) = 2 < 4 = U_A(4,8)$. Also ist **c)** falsch. Bei Konsum von $x^A = (6,5), x^B = (6,7)$ betragen die Nutzen $U_A(6,5) = 6 > 4 = U_A(4,8)$ und $U_B(6,7) = 13 > 12 = U_B(8,4)$. Da sich sowohl A als auch B verbessern, ist die Allokation $((6,5),(6,7))$ eine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung. Demnach ist **d)** korrekt.