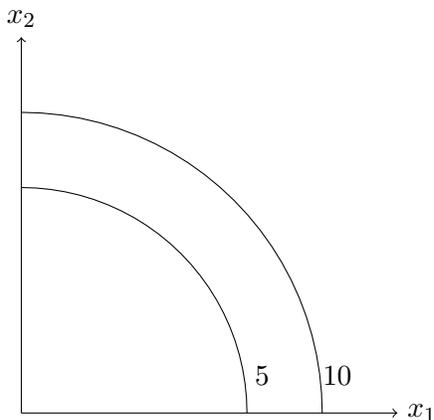


1. (3 Punkte) Betrachten Sie die Nutzenfunktionen $U_1(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ und $U_2(x_1, x_2) = x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2$.
- a) Die dargestellten Präferenzen sind äquivalent, weil die streng monotone Transformation $\tau(U_1) = U_1^2$ existiert, die U_1 in U_2 überführt.
 - b) Die dargestellten Präferenzen sind äquivalent, weil die Indifferenzkurven identisch aussehen.
 - c) Die dargestellten Präferenzen sind äquivalent, weil $U_1(1, 0) = U_2(1, 0)$.
 - d) Die dargestellten Präferenzen sind nicht äquivalent, weil $U_1(1, 1) \neq U_2(1, 1)$.
 - e) Die dargestellten Präferenzen sind nicht äquivalent. Dies lässt sich anhand der Güterbündel $(2, 0)$ und $(1, 1)$ begründen.
 - f) Die dargestellten Präferenzen sind nicht äquivalent. Dies lässt sich anhand der Güterbündel $(2, 0)$ und $(0, 1)$ begründen.

richtige Lösung: e)

Aufgrund von $U_1(2, 0) = 2 = 2 = U_1(1, 1)$ und $U_2(2, 0) = 4 < 6 = U_2(1, 1)$ sind die durch U_1 und U_2 dargestellten Präferenzen nicht äquivalent. Daher sind **a)-c)** falsch und **e)** ist richtig. Anhand der Güterbündel $(2, 0)$ und $(0, 1)$ lässt sich nicht begründen, dass die durch U_1 und U_2 dargestellten Präferenzen nicht äquivalent sind, weil $U_1(2, 0) = 2 > 1 = U_1(0, 1)$ und $U_2(2, 0) = 4 > 1 = U_2(0, 1)$ gilt und somit Güterbündel $(2, 0)$ dem Güterbündel $(0, 1)$ sowohl unter U_1 als auch unter U_2 vorgezogen wird. Daher ist **f)** falsch. Anhand von $U_1(1, 1) \neq U_2(1, 1)$ lässt sich nicht begründen, dass die durch U_1 und U_2 dargestellten Präferenzen nicht äquivalent sind. Daher ist **d)** falsch.

2. (3 Punkte) Betrachten Sie die in der Grafik veranschaulichten Indifferenzkurven.



Die dadurch angedeuteten Präferenzen sind

- a) nicht monoton, weil der Nutzen mit zunehmenden Gütermengen steigt.
- b) streng konkav, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B besser ist als A und B .
- c) streng konkav, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B schlechter ist als A und B .
- d) streng konvex, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B besser ist als A und B .
- e) streng konvex, weil jedes Güterbündel auf der Strecke zwischen zwei beliebigen indifferenten Güterbündeln A und B schlechter ist als A und B .

richtige Antwort: c)

Daher ist **g**) richtig.

6. (3 Punkte) Michael stehen insgesamt 16 Stunden am Tag für Freizeit F und Arbeit A zur Verfügung. Sein (Brutto-) Stundenlohn beträgt 10. Michael erhält zusätzlich Kindergeld in Höhe von 10 pro Tag. Auf sein Erwerbseinkommen fallen 25% Steuern an. Das Preisniveau laute p . Sein täglicher Konsum werde mit C bezeichnet. Die Budgetgerade lautet

- a) $pC = 130 - 7.5F$ c) $pC = 130 - 12.5F$ e) $pC = 160 - 10F$
 b) $pC = 130 - 10F$ d) $pC = 160 - 7.5F$ f) $pC = 160 - 12.5F$

richtige Lösung: a)

Falls Michael 16 Stunden arbeitet, erhält dieser einen Nettolohn in Höhe von $16 \cdot 10 \cdot (1 - 0.25) = 120$. Da er zusätzlich Kindergeld in Höhe von 10 erhält, lautet seine Budgetgerade

$$130 = pC + 10 \cdot (1 - 0.25)F \\ \Rightarrow pC = 130 - 7.5F.$$

Also ist **a)** richtig.

7. (2 Punkte) Emil präferiert $L_1 = [10; 1]$ gegenüber $L_2 = [30, 0; \frac{2}{5}, \frac{3}{5}]$. Emil ist

- a) risikoavers b) risikofreudig c) risikoneutral

richtige Lösung: a)

Wir wissen, dass $E_u(L_1) \geq E_u(L_2)$ gilt. Die Erwartungswerte sind

$$E(L_1) = 10, \\ E(L_2) = \frac{2}{5} \cdot 30 + \frac{3}{5} \cdot 0 = 12$$

und erfüllen damit $E(L_1) < E(L_2)$. Da L_1 eine Lotterie ohne Risiko ist, gilt $E_u(L_1) = u(E(L_1))$. Aus $E_u(L_2) \leq E_u(L_1) = u(E(L_1)) < u(E(L_2))$ erhalten wir $E_u(L_2) < u(E(L_2))$, wodurch wir ausschließen können, dass Emil risikofreudig oder risikoneutral ist. Emil ist risikoavers.

8. (4 Punkte) Betrachten Sie die vNM-Nutzenfunktion $u(x) = 2\sqrt{x}$ und die Lotterie $L = [4, 9; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$. Die Risikoprämie beträgt

- a) -1 b) $-\frac{2}{3}$ c) $-\frac{1}{3}$ d) $-\frac{1}{4}$ e) 0 f) $\frac{1}{4}$ g) $\frac{1}{3}$ h) $\frac{2}{3}$ i) 1

richtige Lösung: f)

Der Erwartungswert der Lotterie ist $E(L) = \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 9 = \frac{13}{2}$. Das Sicherheitsäquivalent CE erfüllt

$$u(CE) = E_u(L) \\ 2\sqrt{CE} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{4} + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{9} \\ 2\sqrt{CE} = 2 + 3 = 5 \\ \Rightarrow CE = \frac{25}{4}.$$

Die Risikoprämie beträgt damit $RP = E(L) - CE = \frac{26}{4} - \frac{25}{4} = \frac{1}{4}$. Daher ist **f)** richtig.

9. (2 Punkte) In einer Volkswirtschaft gibt es insgesamt 2 Konsumenten, A und B , deren Nachfragefunktionen durch $x^A(p) = 60 - 3p$ bzw. $x^B(p) = 30 - 6p$ gegeben sind.

- a) Die Sättigungsmenge der aggregierten Nachfragefunktion beträgt 60.
- b) Der Prohibitivpreis der aggregierten Nachfragefunktion lautet 5.
- c) Bei einem Preis in Höhe von 6 konsumiert nur Konsument A.
- d) Bei Preisen unterhalb von 8 konsumieren sowohl Konsument A als auch Konsument B eine positive Menge.

richtige Lösung: c)

Bei $p = 0$ beträgt die Nachfrage $x^A(0) + x^B(0) = 60 + 30 = 90 \neq 60$. Daher ist **a)** falsch. Der Prohibitivpreis von A ist $60/3 = 20$, der von B ist $30/6 = 5$. Der Prohibitivpreis der aggregierten Nachfragefunktion lautet also $20 \neq 5$. Daher ist **b)** falsch. Bei $p = 6$ konsumiert nur Konsument A, weil $6 < 20$ und $6 > 5$. Daher ist **c)** richtig und **d)** falsch.

10. (4 Punkte) Die Kostenfunktion eines Unternehmens sei durch

$$C(y) = \begin{cases} y^2 + 9, & y > 0 \\ 0, & y = 0 \end{cases}$$

gegeben. Wie hoch muss der Marktpreis mindestens sein, damit das Unternehmen eine positive Menge anbietet?

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4
- f) 5
- g) 6

richtige Lösung: g)

Falls das Unternehmen eine positive Menge $y > 0$ anbietet, muss im Gewinnmaximum

$$\begin{aligned} p &\stackrel{!}{=} 2y = MC(y) \\ \Rightarrow y &= \frac{p}{2} \end{aligned}$$

gelten. Das Unternehmen bietet eine positive Menge an, falls $AC(y) \leq p \stackrel{!}{=} 2y = MC(y)$ gilt. Umformen und Einsetzen ergibt

$$\begin{aligned} AC(y) = y + \frac{9}{y} &\leq 2y = MC(y) \\ 9 &\leq y^2 \\ 3 &\leq y \\ \Rightarrow 6 &\leq p. \end{aligned}$$

Daher muss der Marktpreis mindestens 6 sein. Somit ist **g)** korrekt.

11. (3 Punkte) Ein Unternehmen produziert die Ausbringungsmenge y zu Kosten von $C(y) = 20 + 10y^2$. Wie hoch ist der Gewinn des preisnehmenden Unternehmens bei einem Preis von 40?

- a) 0
- b) 10
- c) 20
- d) 30
- e) 40
- f) 60
- g) 80
- h) 100

richtige Lösung: c)

Die Gewinnfunktion lautet $\Pi(y) = 40y - 20 - 10y^2$. Die Bedingung erster Ordnung lautet $40 - 20y \stackrel{!}{=} 0$. Diese liefert $y^* = 2$. Der Gewinn beträgt $\Pi(2) = 80 - 20 - 40 = 20$. Daher ist **c)** korrekt.

12. (4 Punkte) Eine Produktionsfunktion sei durch $y = f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$ gegeben. Die Faktorpreise betragen $w_1 = 4$ und $w_2 = 1$. Die Kosten bei $y = 12$ Einheiten betragen

a) 4 b) 12 c) 20 d) 24 e) 32 f) 36 g) 40 h) 48

richtige Lösung: h)

Die marginale Rate der technischen Substitution lautet $MRTS = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{x_2}{x_1}$. Wenn x_1 steigt, muss x_2 bei konstantem Produktionsniveau fallen. Die marginale Rate der technischen Substitution nimmt mit steigendem x_1 also ab. Falls $MRTS > \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je mehr von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Bei $MRTS < \frac{w_1}{w_2} = MOC$, sinken die Ausgaben bei konstantem Produktionsniveau, je weniger von Faktor 1 (anstatt von Faktor 2) eingesetzt wird. Der optimale Einsatz der Produktionsfaktoren erfüllt

$$\begin{aligned}MRTS &= \frac{x_2}{x_1} \stackrel{!}{=} \frac{w_1}{w_2} = MOC \\x_2 &= 4x_1.\end{aligned}$$

Um $y = 12$ Einheiten zu produzieren, werden also

$$\begin{aligned}12 &= \sqrt{4x_1 \cdot x_1} \\12 &= 2x_1 \\ \Rightarrow x_1 &= 6\end{aligned}$$

Einheiten von Faktor 1 und $x_2 = 4 \cdot 6 = 24$ Einheiten von Faktor 2 eingesetzt. Die Kosten bei $y = 12$ betragen $C(12) = 4 \cdot 6 + 1 \cdot 24 = 48$. Daher ist **h)** richtig.

13. (1 Punkt) Eine Produktionsfunktion sei durch $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^3$ gegeben.

- a) Fallende Skalenerträge liegen vor.
 b) Konstante Skalenerträge liegen vor.
 c) Steigende Skalenerträge liegen vor.
 d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: c)

Es gilt

$$f(tx_1, tx_2) = (tx_1)^2 + (tx_2)^3 = t(tx_1^2 + t^2x_2^3) > t(x_1^2 + x_2^3) = tf(x_1, x_2)$$

für alle $t > 1$. Daher liegen steigende Skalenerträge vor. Somit ist **c)** korrekt.

14. (2 Punkte) Auf einem Markt gelte die Marktnachfragefunktion $D(p) = 14 - 2p$ und die Marktangebotsfunktion $S(p) = 2 + p$. Der gleichgewichtige Marktpreis beträgt

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5 f) 6 g) 7

richtige Lösung: d)

Im Gleichgewicht gilt

$$\begin{aligned}D(p) &= 14 - 2p \stackrel{!}{=} 2 + p = S(p) \\12 &= 3p \\ \Rightarrow p &= 4.\end{aligned}$$

15. (2 Punkte) Auf einem Markt gelte die Marktnachfragefunktion $D(p) = 13 - 2p$ und die Marktangebotsfunktion $S(p) = 2 + p$. Der Preis wird staatlich vorgegeben und beträgt 6. Das Überangebot beträgt
- a) 0 b) 2 c) 4 d) 5 e) 7 f) 9 g) 12

richtige Lösung: e)

Die Nachfrage beträgt $D(6) = 13 - 2 \cdot 6 = 1$. Das Angebot beträgt $S(6) = 2 + 6 = 8$. Das Überangebot beträgt also $S(6) - D(6) = 8 - 1 = 7$.

16. (4 Punkte) Die Nutzenfunktion von Agent A sei durch $U^A(x_1^A, x_2^A) = \min(x_1^A, 2x_2^A)$ gegeben. Die Nutzenfunktion von Agent B sei durch $U^B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B + x_2^B$ gegeben. Die Anfangsausstattung sei durch $\omega^A = (4, 8)$ bzw. $\omega^B = (8, 4)$ gegeben. Das höchste Nutzenniveau, das Agent B durch freiwilligen Tausch erreichen kann, beträgt
- a) 12 b) 13 c) 14 d) 15 e) 16 f) 17 g) 18

richtige Lösung: g)

Das Nutzenniveau von Agent A bei Konsum der Anfangsausstattung beträgt $U^A(4, 8) = \min(4, 16) = 4$. Agent A erreicht das gleiche Nutzenniveau bei Konsum von $x_1^A = 4$ und $x_2^A = 2$, weil $U^A(4, 2) = \min(4, 4) = 4$. Die Abgabe weiterer Einheiten von Gut 2 oder die Abgabe von Einheiten von Gut 1 stellt Agent A schlechter. Daher kann Agent B maximal $x_1^B = 8$ und $x_2^B = 4 + 6 = 10$ konsumieren, ohne Agent A schlechter zu stellen. Aufgrund von Agent B's monotonen Präferenzen beträgt das höchste Nutzenniveau, das Agent B durch freiwilligen Tausch erreichen kann, $U^B(8, 10) = 18$. Daher ist **g)** korrekt.

17. (3 Punkte) Die Nutzenfunktion von Agent A sei durch $U^A(x_1^A, x_2^A) = \min(x_1^A, 2x_2^A)$ gegeben. Die Nutzenfunktion von Agent B sei durch $U^B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B + x_2^B$ gegeben. Die Anfangsausstattung sei durch $\omega^A = (4, 8)$ bzw. $\omega^B = (8, 4)$ gegeben. Eine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung ist die Allokation $((x_1^A, x_2^A), (x_1^B, x_2^B)) =$
- a) $((6, 7), (6, 5))$ b) $((8, 5), (4, 7))$ c) $((2, 9), (10, 3))$ d) $((6, 5), (6, 7))$

richtige Lösung: d)

Die Nutzen bei Konsum der Anfangsausstattung betragen $U_A(4, 8) = 4$ bzw. $U_B(8, 4) = 12$. Bei Konsum von $x^B = (6, 5)$ beträgt B's Nutzen $U_B(6, 5) = 11 < 12 = U_B(8, 4)$. Die Allokation $((6, 7), (6, 5))$ ist also keine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung. Demnach ist **a)** falsch. Bei Konsum von $x^B = (4, 7)$ beträgt B's Nutzen $U_B(4, 7) = 11 < 12 = U_B(8, 4)$. Also ist **b)** falsch. Bei Konsum von $x^A = (2, 9)$ beträgt A's Nutzen $U_A(2, 9) = 2 < 4 = U_A(4, 8)$. Also ist **c)** falsch. Bei Konsum von $x^A = (6, 5), x^B = (6, 7)$ betragen die Nutzen $U_A(6, 5) = 6 > 4 = U_A(4, 8)$ und $U_B(6, 7) = 13 > 12 = U_B(8, 4)$. Da sich sowohl A als auch B verbessern, ist die Allokation $((6, 5), (6, 7))$ eine Pareto-Verbesserung gegenüber der Anfangsausstattung. Demnach ist **d)** korrekt.

18. (4 Punkte) Das Haushaltsoptimum eines Haushaltes sei durch

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1}, \quad x_2(p_1, p_2, m) = 0$$

gegeben. Die Preise betragen zunächst $p_1 = 3, p_2 = 9$. Das Einkommen beträgt $m = 30$. Es droht eine Preiserhöhung bei Gut 1 auf $p_1 = 6$.

- a) Die kompensatorische Variation beträgt 0. e) Die äquivalente Variation beträgt 0.
 b) Die kompensatorische Variation beträgt 12. f) Die äquivalente Variation beträgt 12.
 c) Die kompensatorische Variation beträgt 18. g) Die äquivalente Variation beträgt 18.
 d) Die kompensatorische Variation beträgt 30. h) Die äquivalente Variation beträgt 30.

richtige Lösung: d)

Der Haushalt konsumiert nur Gut 1 im Haushaltsoptimum. Vor der Preiserhöhung beträgt der Konsum von Gut 1 $x_1(3, 9, 30) = 10$, nach der Preiserhöhung $x_1(6, 9, 30) = 5$. Die kompensatorische Variation CV erfüllt

$$\begin{aligned}
 x_1(6, 9, 30 + CV) &= 10 = x_1(3, 9, 30) \\
 \frac{30 + CV}{6} &= 10 \\
 30 + CV &= 60 \\
 \Rightarrow CV &= 30.
 \end{aligned}$$

Daher ist **d)** korrekt. Die äquivalente Variation EV erfüllt

$$\begin{aligned}
 x_1(3, 9, 30 - EV) &= 5 = x_1(6, 9, 30) \\
 \frac{30 - EV}{3} &= 5 \\
 30 - EV &= 15 \\
 \Rightarrow EV &= 15.
 \end{aligned}$$

Daher sind **e)-h)** falsch.

19. (4 Punkte) Die Kostenfunktion eines Monopolisten lautet $C(y) = 2y + 2$. Die inverse Nachfragefunktion lautet $p(y) = 8 - \frac{y}{2}$. Der Staat erhebt eine Mengensteuer in Höhe von 2. Die Steuereinnahmen betragen

- a) 0 b) 2 c) 4 d) 6 e) 8 f) 10 g) 12

richtige Lösung: e)

Der Monopolist maximiert die Gewinnfunktion

$$\begin{aligned}
 \Pi(y) &= (p(y) - 2)y - C(y) \\
 &= \left(6 - \frac{y}{2}\right)y - 2y - 2 \\
 &= \left(4 - \frac{y}{2}\right)y - 2.
 \end{aligned}$$

Die Bedingung erster Ordnung liefert

$$\begin{aligned}
 \Pi'(y) &= 4 - y \stackrel{!}{=} 0 \\
 \Rightarrow y &= 4.
 \end{aligned}$$

Der Monopolist bietet also die Menge $y = 4$ an. Die Steuereinnahmen betragen $4 \cdot 2 = 8$. Daher ist **e)** richtig.

20. (3 Punkte) Ein Monopolist agiere auf einem Markt mit der inversen Nachfragefunktion $p(q) = -3q + 40$. Die Kostenfunktion des Monopolisten sei durch $C(q) = 10q$ gegeben. Die Konsumentenrente bei der Cournot-Menge $q^M = 5$ beträgt

- a) 0 b) 8 c) 16 d) 25 e) 50 f) 75
 g) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: g)

Der Preis bei $q^M = 5$ ist $p(5) = 25$. Die Konsumentenrente beträgt

$$\begin{aligned}
 KR &= \int_0^5 (p(q) - p(5))dq \\
 &= \int_0^5 (15 - 3q) dq \\
 &= (15q - \frac{3}{2}q^2)_0^5 \\
 &= 75 - \frac{75}{2} = \frac{75}{2} = 37.5.
 \end{aligned}$$

Daher ist **g)** richtig. Alternativer Rechenweg auf Basis einer Skizze: Weil die Nachfragekurve linear ist, beträgt die Konsumentenrente $KR = (40 - 25) \cdot (5 - 0)/2 = \frac{75}{2} = 37.5$.

21. **(4 Punkte)** Zwei Agenten bieten in einer Zweitpreisauktion für ein Auto. Agent 1 hat einen Reservationspreis von $r_1 = 15$, Agent 2 einen von $r_2 = 20$. Die Auszahlungsfunktion von Agent $i \in \{1, 2\}$ ist

$$u_i(s_i, s_{-i}) = \begin{cases} 0, & s_i < s_{-i} \\ \frac{r_i - s_{-i}}{2}, & s_i = s_{-i} \\ r_i - s_{-i}, & s_i > s_{-i}, \end{cases}$$

wobei s_i das Gebot von Agent i bezeichne und s_{-i} das Gebot des anderen Agenten bezeichne. Ein Nash-Gleichgewicht ist die Strategiekombination $(s_1, s_2) =$

- a) (12, 12) b) (15, 12) c) (15, 15) d) (16, 17) e) (19, 16) f) (21, 22)

richtige Lösung: d)

Bei $(s_1, s_2) = (12, 12)$ beträgt der Nutzen von Agent 2 $u_2(12, 12) = 4$. Abweichen auf $s_2 = 13$ steigert Agent 2's Nutzen auf $u_2(13, 12) = 8 > 4$. Daher ist **a)** falsch. Bei $(s_1, s_2) = (15, 12)$ beträgt der Nutzen von Agent 2 $u_2(12, 15) = 0$, bei $(s_1, s_2) = (15, 15)$ beträgt dieser $u_2(15, 15) = \frac{5}{2}$. Abweichen auf $s_2 = 16$ steigert Agent 2's Nutzen auf $u_2(16, 15) = 5 > \frac{5}{2} > 0$. Daher sind **b)-c)** falsch. Bei $(s_1, s_2) = (19, 16)$ beträgt der Nutzen von Agent 1 $u_1(19, 16) = -1$. Abweichen auf $s_1 = 10$ steigert Agent 1's Nutzen auf $u_1(10, 16) = 0 > -1$. Daher ist **e)** falsch. Bei $(s_1, s_2) = (21, 22)$ beträgt der Nutzen von Agent 2 $u_2(22, 21) = -1$. Abweichen auf $s_2 = 20$ steigert Agent 2's Nutzen auf $u_2(20, 21) = 0 > -1$. Daher ist **f)** falsch. Bei $(s_1, s_2) = (16, 17)$ beträgt der Nutzen von Agent 1 $u_1(16, 17) = 0$. Abweichen auf $s_1 < 17$ führt zu keiner Nutzenänderung. Abweichen auf $s_1 \geq 17$ reduziert Agent 1's Nutzen auf $u_1(s_1, 17) \leq -1$. Daher kann sich Agent 1 durch einseitiges Abweichen nicht besser stellen. Der Nutzen von Agent 2 bei $(s_1, s_2) = (16, 17)$ beträgt $u_2(17, 16) = 4$. Abweichen auf $s_2 > 16$ führt zu keiner Nutzenänderung. Abweichen auf $s_2 \leq 16$ reduziert Agent 2's Nutzen auf $u_2(s_2, 16) \leq 2$. Daher kann sich Agent 2 durch einseitiges Abweichen nicht besser stellen. Daher ist **d)** richtig.

22. **(4 Punkte)** Auf einem Markt agieren zwei Unternehmen, 1 und 2, im sequentiellen Mengenwettbewerb. Unternehmen 1 ist Stackelberg-Führer. Die Gewinnfunktion von Unternehmen 1 lautet $\Pi_1(x_1, x_2) = (12 - x_1 - x_2)x_1$. Die Reaktionsfunktion von Unternehmen 2 ist durch $x_2^R(x_1) = 6 - \frac{1}{2}x_1$ gegeben. Im Stackelberg-Gleichgewicht beträgt die insgesamt angebotene Menge $x_1^S + x_2^S =$

25. (4 Punkte) Eine Diskothek D und ein Wellnesshotel H befinden sich in unmittelbarer Nachbarschaft. Der Gewinn der Diskothek lautet $\Pi_D(x) = 20x - x^2$ und der Gewinn des Hotels $\Pi_H(x, y) = 25y - y^2 - xy$, wobei x die Anzahl an Diskobesuchern bezeichne und y die Anzahl an Hotelgästen bezeichne. Die Pigou-Steuer beträgt

- a) 1 b) 2 c) 5 d) 8 e) 10 f) 15 g) 20 h) 25
richtige Lösung: e)

Die gesamte Gewinnfunktion lautet $\Pi(x, y) = \Pi_D(x) + \Pi_H(x, y)$. Die Bedingungen erster Ordnung lauten

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Pi(x, y)}{\partial x} &= 20 - 2x - y \stackrel{!}{=} 0, \\ \frac{\partial \Pi(x, y)}{\partial y} &= 25 - 2y - x \stackrel{!}{=} 0.\end{aligned}$$

Wir multiplizieren die erste Gleichung mit 2 und subtrahieren dann die zweite Gleichung. Dies liefert

$$\begin{aligned}15 - 3x &= 0 \\ \Rightarrow x^* &= 5.\end{aligned}$$

Einsetzen in die erste Gleichung liefert

$$\begin{aligned}20 - 2 \cdot 5 - y &= 0 \\ \Rightarrow y^* &= 10.\end{aligned}$$

Das soziale Optimum lautet also $(x^*, y^*) = (5, 10)$.

Weg 1: Falls die Diskothek für jeden Diskobesucher die Steuer $t \geq 0$ zu entrichten hat, lautet die Gewinnfunktion der Diskothek

$$\Pi_D(x) = 20x - x^2 - tx.$$

Die Bedingung erster Ordnung liefert

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Pi_D}{\partial x} &= 20 - 2x - t \stackrel{!}{=} 0 \\ \Rightarrow x(t) &= 10 - t/2.\end{aligned}$$

Die Anzahl $x(t)$ an Diskobesuchern stimmt mit der sozialoptimalen Anzahl $x^* = 5$ überein, falls

$$\begin{aligned}x(t) &= 10 - t/2 \stackrel{!}{=} 5 \\ \Rightarrow t &= 10.\end{aligned}$$

Also beträgt die Pigou-Steuer 10. Daher ist **e)** richtig.

Weg 2: Der Grenzscha-den der Externalität ist $S(y) = -\frac{\partial \Pi_H(x, y)}{\partial x} = y$. Im sozialen Optimum beträgt dieser $S(10) = 10$. Da die Pigou-Steuer dem Grenzscha-den der Externalität im sozialen Optimum gleicht, lautet die Pigou-Steuer $t \stackrel{!}{=} 10 = S(10)$.

26. (3 Punkte) Auf einer Insel leben 8 Menschen. Es gibt dort nur ein privates und ein öffentliches Gut. Die Präferenzen der Inselbewohner sind identisch. Die Nutzenfunktion von Inselbewohner $i \in \{1, \dots, 8\}$ lautet $U_i(g, x_i) = 2\sqrt{g} + 4 \cdot x_i$, wobei x_i die von i konsumierte Menge des privaten Gutes und g die Menge des öffentlichen Gutes bezeichnet. Der Preis des privaten Gutes beträgt $p_x = 4$ und der Preis des öffentlichen Gutes $p_g = 2$. Die Pareto-optimale Menge des öffentlichen Gutes beträgt

- a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e) 12 f) 16 g) 24
richtige Lösung: f)

Die marginale Zahlungsbereitschaft eines Einwohners i für eine weitere Einheit des öffentlichen Gutes ist

$$MRS_i = \frac{MU_g}{MU_{x_i}} = \frac{1}{4\sqrt{g}}.$$

Da auf der Insel 8 Personen leben, muss für die aggregierte Zahlungsbereitschaft folgendes gelten:

$$MRS = \frac{8}{4\sqrt{g}} \stackrel{!}{=} \frac{2}{4} = \frac{p_g}{p_x} = MOC$$

$$\frac{1}{\sqrt{g}} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow g = 16.$$

Somit ist f) richtig.