

Mikroökonomik

Produktionstheorie

Harald Wiese

Universität Leipzig

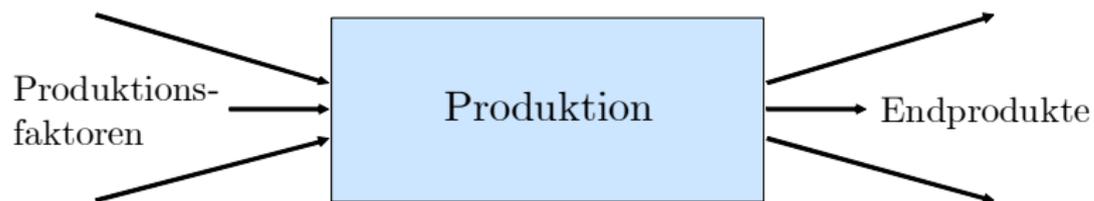
Einführung

- Haushaltstheorie
- Unternehmenstheorie (SH 43)
 - **Produktionstheorie**
 - Kosten
 - Gewinnmaximierung
- Vollkommene Konkurrenz und Wohlfahrtstheorie
- Marktformenlehre
- Externe Effekte und öffentliche Güter

Pareto-optimaler Rückblick

Einführung

Der Produktionsprozess



(SH 29)

- Einführung
- Produktionsfunktionen
- Partielle Faktorvariation
- Proportionale Faktorvariation
- Isoquanten und Grenzrate der technischen Substitution
- Überblick: Faktorvariationen

Produktionsfunktionen

- geben an, wie viel von einem Gut durch den Einsatz von Produktionsfaktoren maximal hergestellt werden kann:

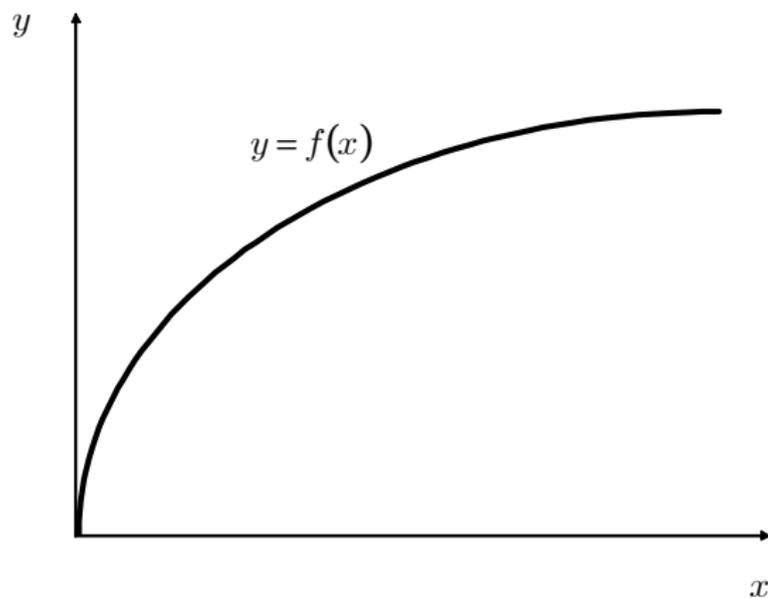
$$y = f(x_1, x_2).$$

- y : herzustellende Menge
- x_1, x_2 : Einsatzmengen der (zwei) Produktionsfaktoren

Problem

Was ist der Unterschied zwischen der ordinalen und der kardinalen Nutzentheorie? Ist die Produktionstheorie ordinal oder kardinal?

Produktionsfunktionen



Problem

Wie lässt sich das Vollständigkeitsaxiom auf die Produktionstheorie übertragen?

Problem

Ist Transitivität in der Produktionstheorie erfüllt?

- Monotonie ist erfüllt, wenn das Wegwerfen von Produktionsfaktoren umsonst ist.
- Konvexität lässt sich auch auf die Produktionstheorie übertragen.

Partielle Faktorvariation

Begriffe

- Totale Faktorvariation: Alle Faktoren werden variiert.
- Partielle Faktorvariation: Nur ein Faktor wird variiert.
- Grenzproduktivität (marginal productivity MP):

$$MP_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1}$$

Analogie in der Nutzentheorie?

- Durchschnittsproduktivität (average productivity AP):

$$AP_1 = \frac{y}{x_1}$$

Problem

1.000 *Automobilarbeiter fertigen 5.000 Autos in einem Monat.*
Durchschnittsproduktivität? Welche Einheit?

Partielle Faktorvariation

Problem

Wie sollte man die Produktionselastizität eines Faktors definieren?

Problem

Produktionselastizität als Funktion von Durchschnittsproduktivität und Grenzproduktivität?

Problem

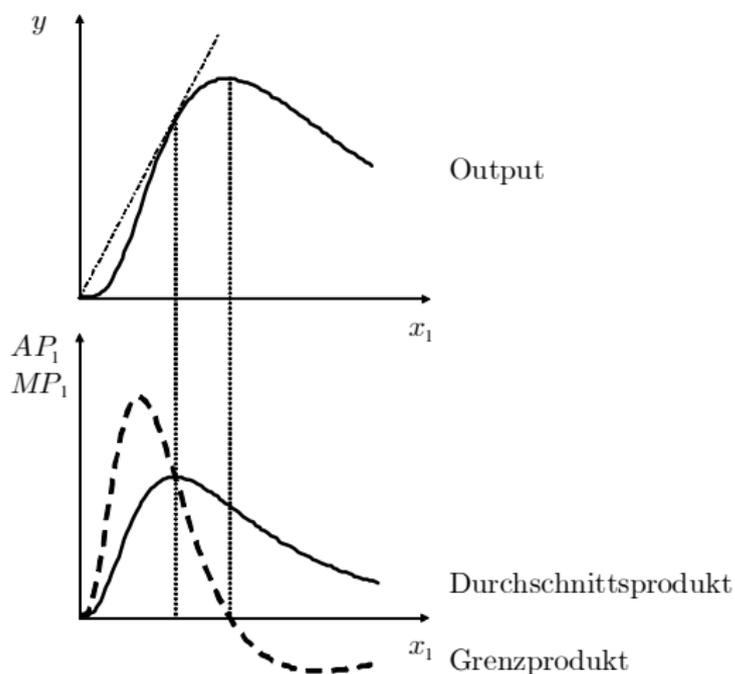
Produktionselastizität des ersten Faktors bei $y = cx_1^a x_2^b$, mit $a, b, c > 0$?

Problem

Wann steigt die Durchschnittsproduktivität?

Partielle Faktorvariation

Sato-Produktionsfunktion



Problem

Wie sieht man,
oben und unten:

- Grenzprodukt max.
- Durchschnittsprod. max.
- Grenzprod. $>$ Durchschnittsprod.
- Grenzprod. $=$ Durchschnittsprod.
- Grenzprodukt 0 (SH 45f)

Partielle Faktorvariation

Ertragsgesetz

Grenzprodukt irgendeines Produktionsfaktors steigt, bleibt anschließend konstant und sinkt dann (kann negativ werden).

Example

Sato-Produktionsfunktion

$$y = f(x_1, x_2) = \frac{x_1^a x_2^b}{(x_1 + x_2)^{a+b-1}},$$

wobei $a, b > 1$

Proportionale Faktorvariation

Skalenerträge

Definition (Konstante Skalenerträge)

$$f(tx_1, tx_2) = tf(x_1, x_2) \quad (t > 1)$$

Definition (Steigende Skalenerträge)

$$f(tx_1, tx_2) > tf(x_1, x_2) \quad (t > 1)$$

Definition (Sinkende Skalenerträge)

$$f(tx_1, tx_2) < tf(x_1, x_2) \quad (t > 1)$$

Problem

Skalenerträge bei $f(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$ oder $f(x_1, x_2) = x_1x_2$?

Proportionale Faktorvariation

Skalenelastizität

Definition (Skalenelastizität)

$$\varepsilon_{y,t} = \left. \frac{\frac{df(tx_1, tx_2)}{f(tx_1, tx_2)}}{\frac{dt}{t}} \right|_{t=1} = \left. \frac{df(tx_1, tx_2)}{dt} \frac{t}{f(tx_1, tx_2)} \right|_{t=1}$$

Problem

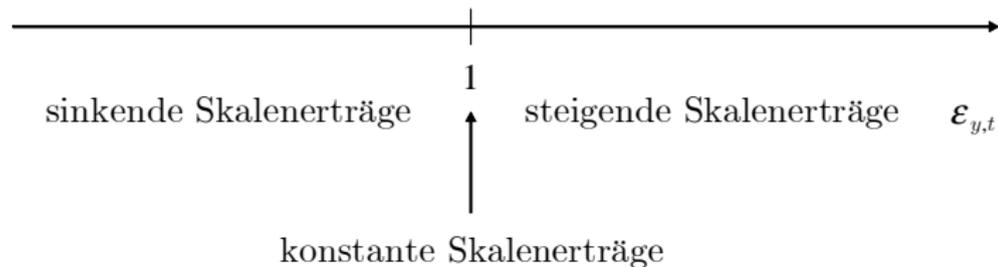
Skalenelastizität für Cobb-Douglas-Produktionsfunktion $y = x_1^a x_2^b$?

Problem

Bei der Cobb-Douglas-Produktionsfunktion ist die Skalenelastizität also gleich der Summe der ... ?

Proportionale Faktorvariation

Skalenerträge und Skalenelelastizität



Proportionale Faktorvariation

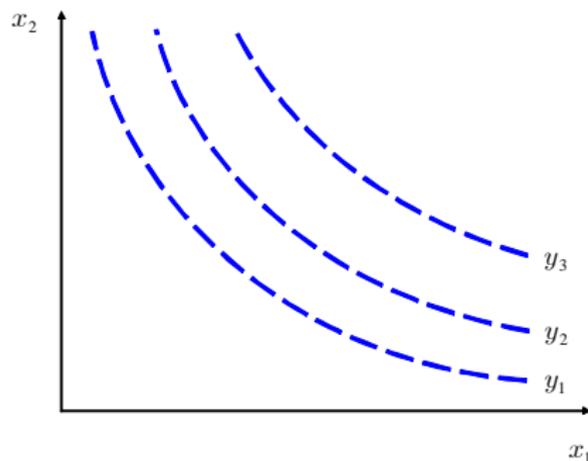
Homogenität

- Eine Produktionsfunktion wird als homogen vom Grade ν bezeichnet, wenn gilt:

$$f(tx_1, tx_2) = t^\nu f(x_1, x_2).$$

- Homogene Produktionsfunktionen mit $\nu = 1$ nennt man linear homogen.
(= konstante Skalenerträge)
- Die Skalanelastizität homogener Produktionsfunktionen beträgt ν .

Isoquanten



Problem

*Wie kann man steigende Skalenerträge graphisch verdeutlichen?
Wie technischen Fortschritt? (K 295)*

Grenzrate der technischen Substitution (MRTS)

- ist der Betrag der Steigung einer Isoquante.
- gibt an, auf wie viele Einheiten von Faktor 2 man bei einer zusätzlichen Einheit von Faktor 1 verzichten kann, um die gleiche Ausbringungsmenge zu erhalten.

Problem

Haushaltstheorie:

$$MRS = \frac{MU_1}{MU_2}$$

also Produktionstheorie:

$$MRTS = \text{---}$$

entsprechen den perfekten Komplementen in der Haushaltstheorie

Problem

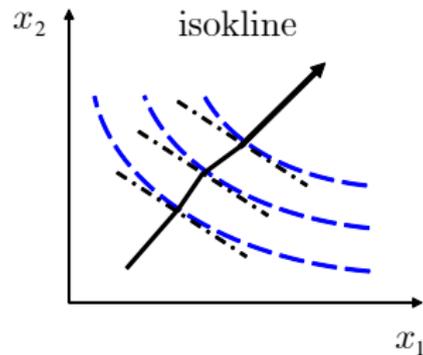
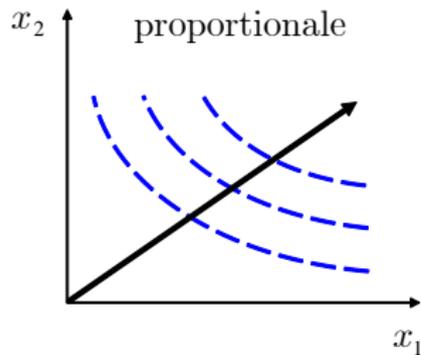
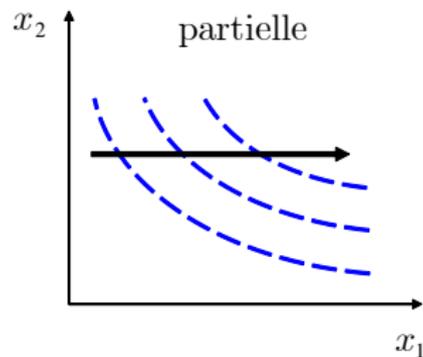
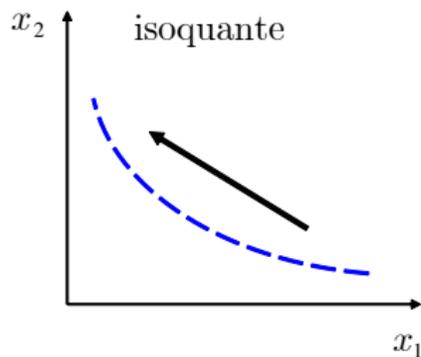
Barmixer Harley benötigt

- 2 Deziliter Rum (x_1) und
- 6 Deziliter Cola (x_2)

für eine Riesencola mit Rum (y).

- a) Isoquante für 2 Riesencola mit Rum?*
- b) Produktionsfunktion?*

Überblick Faktorvariationen



Aufgabe I.7.1.

Konstante Skalenerträge?

- a) $y = f(K, L) = K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{2}{3}}$
- b) $y = f(K, L) = 3K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}$
- c) $y = f(K, L) = K^{\frac{1}{2}} + L^{\frac{1}{4}}$
- d) $y = f(K, L) = 2K + 3L$

Aufgabe I.7.2.

Produktionsfunktion $f(x_1, x_2) = (2x_1 + 4x_2)^{\frac{1}{2}}$

Grenzrate der technischen Substitution?

Aufgabe I.7.3.

Cobb-Douglas-Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2) = Ax_1^a x_2^b$ mit $A, a, b > 0$

- das Grenzprodukt für Faktor 1?
- die Produktionselastizität für Faktor 1?
- die Skalanelastizität?
- die MRTS?
- Parameterwerte für
 - konstante,
 - sinkende bzw.
 - steigende Skalenerträge?