

Mikroökonomik

Marktnachfrage und Erlöse

Harald Wiese

Universität Leipzig

Einführung

- Haushaltstheorie
 - Das Budget
 - Präferenzen, Indifferenzkurven und Nutzenfunktionen
 - Das Haushaltsoptimum
 - Komparative Statik
 - Entscheidungen über Arbeitsangebot und Sparen
 - Unsicherheit
 - **Marktnachfrage und Erlöse**
- Unternehmenstheorie
- Vollkommene Konkurrenz und Wohlfahrtstheorie
- Marktformenlehre
- Externe Effekte und öffentliche Güter

Pareto-optimaler Rückblick

- Aggregation individueller Nachfragekurven zur Marktnachfragekurve
- Nachfragefunktion
 - Lineare Nachfragefunktion
 - Preiselastizität der Nachfrage
 - Erlös und Grenzerlös bezüglich des Preises
- Die inverse Nachfragefunktion
 - Von der Nachfragefunktion zur inversen Nachfragefunktion
 - Lineare inverse Nachfragefunktion
 - Nochmals: Preiselastizität der Nachfrage
 - Der Grenzerlös
- Durchschnittswerte und Grenzwerte (Exkurs)
- Nachfrage nach Mord, Schnellfahren, Diebstahl (Exkurs)

Prohibitivpreis und Sättigungsmenge

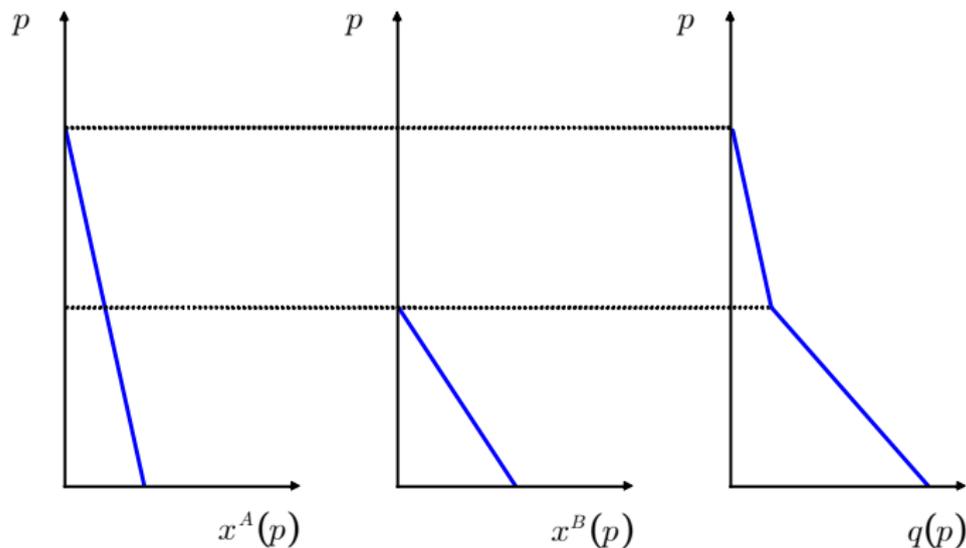
Definition (Prohibitivpreis)

Preis, der die Nachfrage gerade auf Null bringt

Definition (Sättigungsmenge)

Die beim Preis null nachgefragte Menge

Aggregation individueller Nachfragekurven zur Marktnachfragekurve



- Prohibitivpreise beachten!
- Horizontale Aggregation!

Nachfragefunktion

$$X(p) = d - ep$$

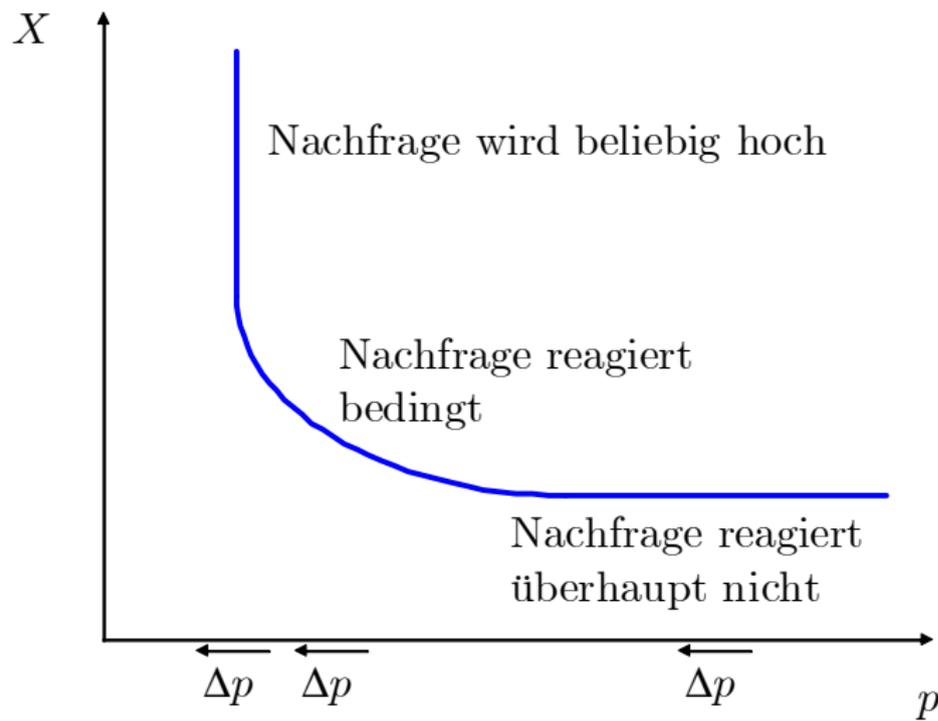
$$d, e \geq 0, p \leq \frac{d}{e}$$

Problem

Bestimmen Sie

- *die Sättigungsmenge (nachgefragte Menge beim Preis 0) und*
- *den Prohibitivpreis (Preis, der die nachgefragte Menge auf 0 zurückgehen lässt)!*

Nachfragefunktion und Preiselastizität I



Definition (Preiselastizität)

$$\varepsilon_{X,p} = \frac{\frac{dX}{X}}{\frac{dp}{p}} = \frac{dX}{dp} \frac{p}{X}$$

Um wie viel Prozent ändert sich die nachgefragte Menge, falls der Preis um 1 Prozent angehoben wird?

- Unelastische Nachfrage

$$|\varepsilon_{X,p}| < 1$$

- Elastische Nachfrage

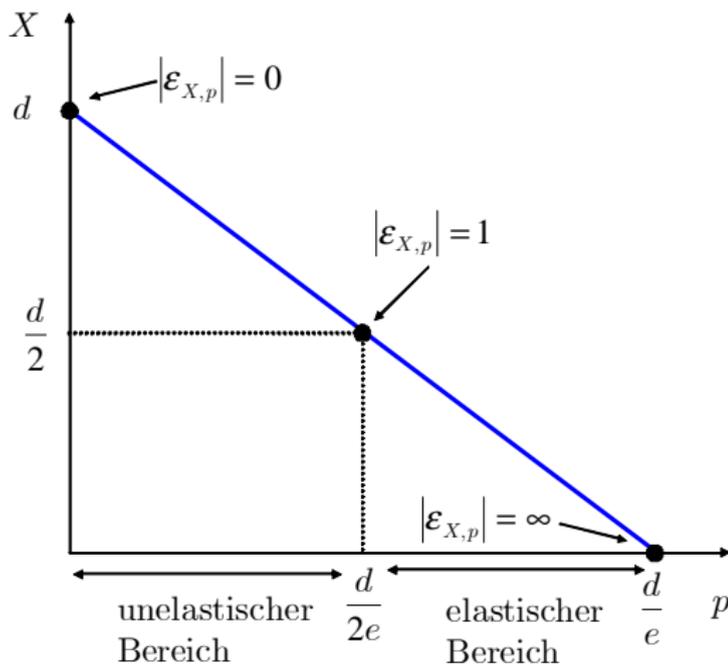
$$|\varepsilon_{X,p}| > 1$$

Nachfragefunktion und Preiselastizität III

$$X(p) = d - ep$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{X,p} &= \frac{dX}{dp} \frac{p}{X} \\ &= (-e) \frac{p}{d - ep}\end{aligned}$$

- $|\varepsilon_{X,p}| = 0$ bei $p = 0$
- $|\varepsilon_{X,p}| = \infty$ bei $d - ep = 0$, also bei $p = \frac{d}{e}$ (naja)
- $|\varepsilon_{X,p}| = 1$ heißt $e \frac{p}{d - ep} = 1$,
 $ep = d - ep$ und schließlich $p = \frac{d}{2e}$



Ausgaben und Erlös

Preis mal Menge

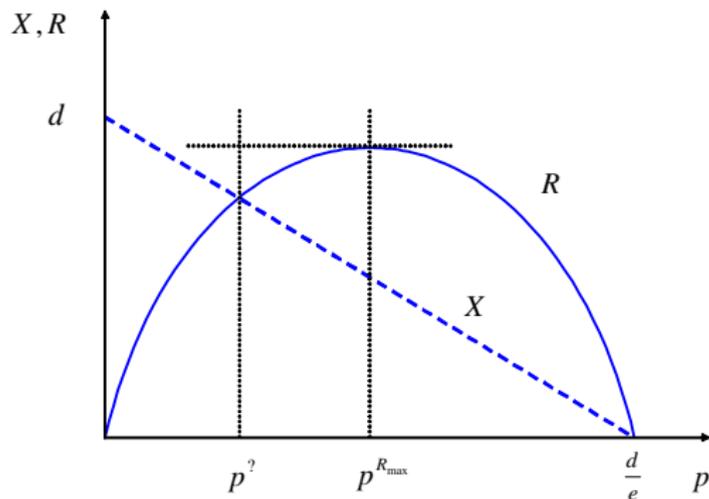
- aus Sicht der Haushalte: Ausgaben
- aus Sicht der Unternehmen: Erlös

- Erlös für die Nachfragefunktion $X(p)$:

$$R(p) = pX(p)$$

- Der Erlös ist gleich 0
 - beim Prohibitivpreis (warum?) und
 - bei der Sättigungsmenge (warum?).

Die Erlösglocke und eine Frage I

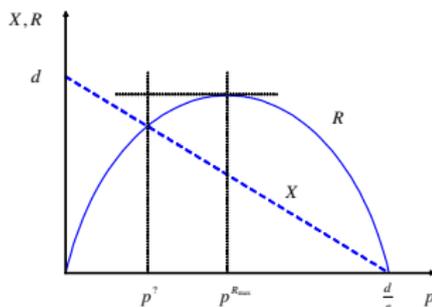


Problem

Welche ökonomische Bedeutung hat der Preis $p^?$?

Die Erlösglocke und eine Frage II

K.....!



Einheiten:

- Preise:

$$\frac{\text{Geldeinheiten}}{\text{Mengeinheiten}}$$

- Erlös = Preis \times Menge:

$$\begin{aligned} & \frac{\text{Geldeinheiten}}{\text{Mengeinheiten}} \cdot \text{Mengeinheiten} \\ &= \text{Geldeinheiten} \end{aligned}$$

Grenzerlös bezüglich des Preises

- Erlös für die Nachfragefunktion $X(p)$:

$$R(p) = pX(p)$$

- Grenzerlös (marginal revenue = MR , hier MR_p):

$$MR_p = \frac{dR}{dp} = X + p \frac{dX}{dp} \text{ (Produktregel)}$$

- Wird der Preis um eine Einheit erhöht,
 - steigt der Erlös einerseits um X (für jede verkaufte Einheit erhalten die Unternehmen einen Euro)
 - sinkt der Erlös aber andererseits um $p \frac{dX}{dp}$ (die Preiserhöhung senkt die Nachfrage, die mit dem Preis bewertet wird)

Problem

Bestätigen Sie die Amoroso-Robinson-Relation

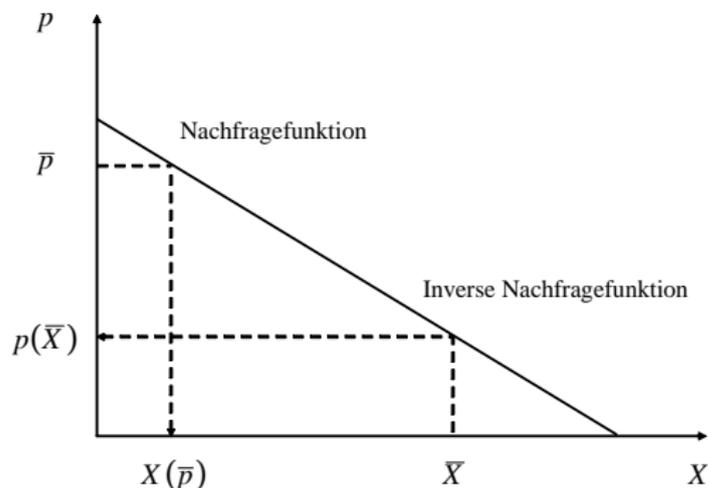
$$\frac{dR}{dp} = X (1 + \varepsilon_{X,p}) = -X (|\varepsilon_{X,p}| - 1)!$$

Problem

Bei welcher Preiselastizität der Nachfrage ist der Erlös maximal?

Die inverse Nachfragefunktion

Von der Nachfragefunktion zur inversen Nachfragefunktion



- Nachfragefunktion $X(p)$:
Die abgesetzte Menge hängt vom Preis ab.
- Inverse Nachfragefunktion $p(X)$:
 $p(X)$ ist der Preis, bei dem die Menge X abgesetzt werden

Die inverse Nachfragefunktion

Problem

Bestimmen Sie die inverse Nachfragefunktion für $X(p) = 100 - 2p$.

Problem

Bestätigen Sie, dass der Durchschnittserlös gleich dem Preis ist (der Erlös ist $R(X) = p(X) X$).

Problem

Wie nennt man $p(0)$, wie $X(0)$?

Lineare inverse Nachfragefunktion

eine Aufgabe

Problem

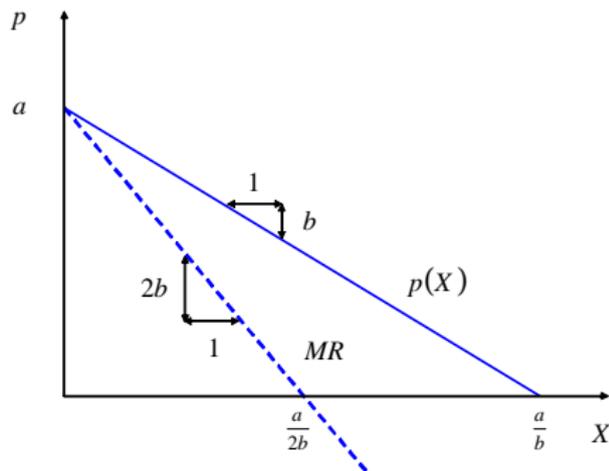
Nehmen Sie die lineare inverse Nachfragefunktion $p(X) = a - bX$, $a, b > 0$, an und bestimmen Sie

- 1 die Steigung der inversen Nachfragekurve
- 2 die Steigung des Grenzerlöses $dR(X) / dX$
- 3 die Sättigungsmenge und
- 4 den Prohibitivpreis

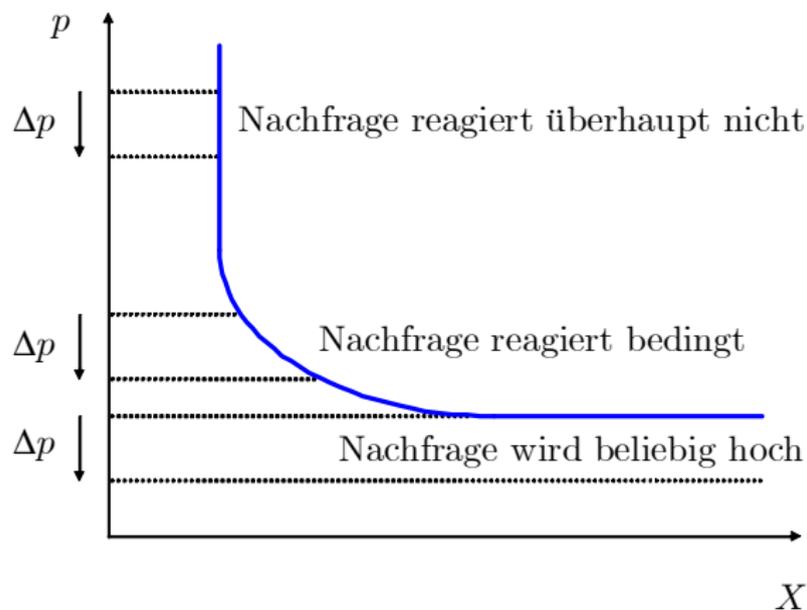
Das lineare Modell

die Lösung

- 1 $dp/dX = -b$
- 2 Erlös: $R(X)$
 $= p(X) X = aX - bX^2$
Grenzerlös: $dR(X) / dX$
 $= a - 2bX$
Steigung: $-2b$
- 3 Sättigungsmenge: a/b
- 4 a ist der Prohibitivpreis



Nochmals: Preiselastizität der Nachfrage



$$\varepsilon_{X,p} = \frac{\frac{dX}{X}}{\frac{dp}{p}} = \frac{dX}{dp} \frac{p}{X}$$

Problem

Berechnen Sie die Preiselastizität der Nachfrage für die lineare Nachfragefunktion $p(X) = a - bX$! Bei welchem Preis und bei welcher Menge ist die Elastizität gleich -1 ? Bei welchem Preis beträgt sie null?

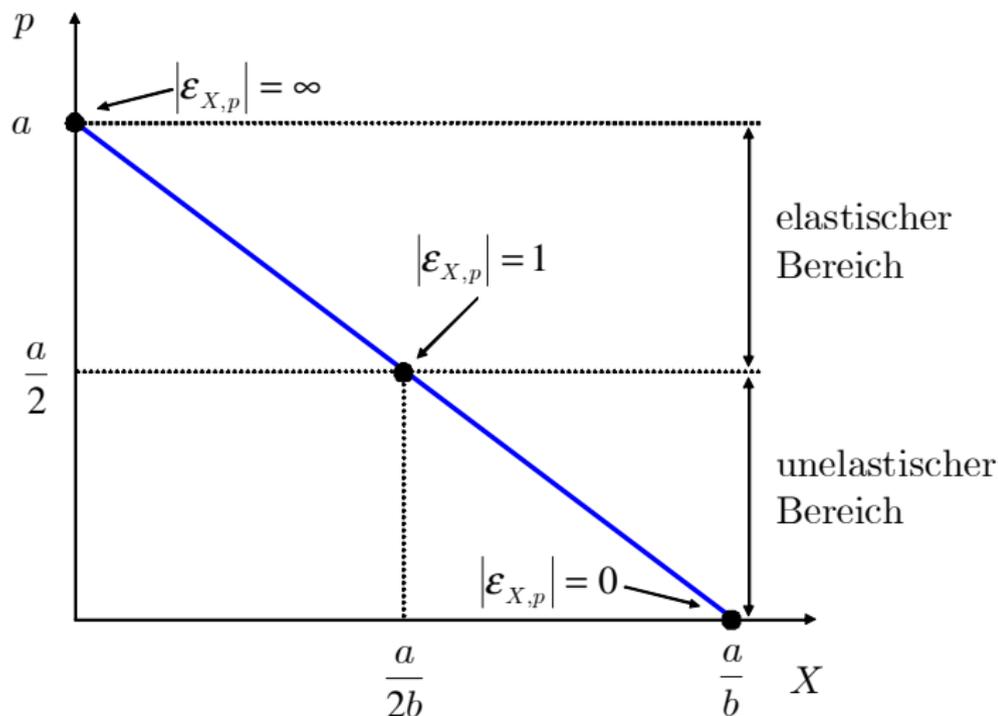
- Unelastische Nachfrage

$$|\varepsilon_{X,p}| < 1$$

- Elastische Nachfrage

$$|\varepsilon_{X,p}| > 1$$

Nochmals: Preiselastizität der Nachfrage



Nachfragefunktion und Erlös

Die Amoroso-Robinson-Relation

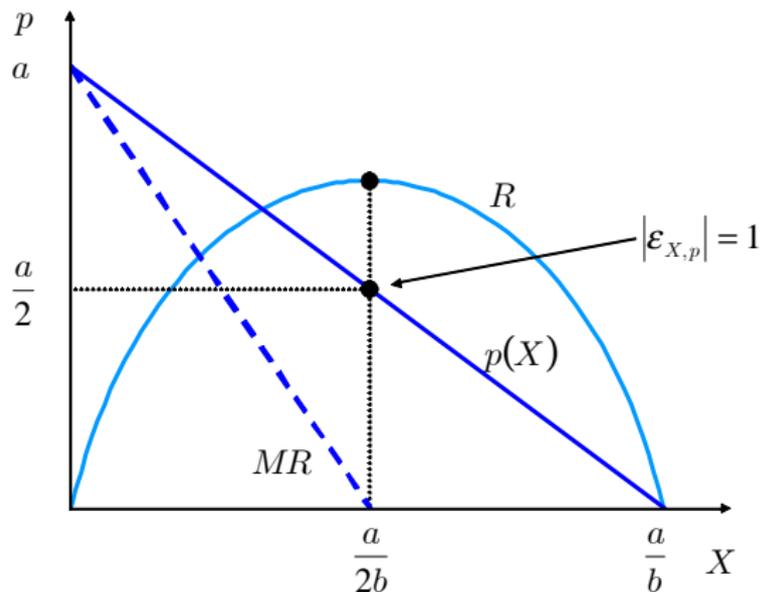
lautet bei inverser Nachfragefunktion

$$MR = p \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_{X,p}} \right) = p \left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_{X,p}|} \right).$$

Problem

Leiten Sie die obige Amoroso-Robinson-Relation, dieses Mal durch Ausklammern von p , her!

Nachfragefunktion und Erlös



Wenn die Elastizität betragsmäßig 1 ist, folgt auf eine einprozentige Erhöhung der Ausbringungsmenge eine einprozentige Reduzierung des erzielbaren Preises. Der Erlös ändert sich dann nicht.

Der Grenzerlös I

$MR := \frac{dR}{dX}$ ist aus zwei Teilen zusammengesetzt:

- Zum einen steigt der Erlös bei einer zusätzlichen Absatzeinheit um den Preis dieser Einheit ($p > 0$).
- Zum anderen sinkt der Erlös, weil die Abnehmer – bei negativ geneigter Marktnachfrage – nicht bereit sind, das erhöhte Angebot zum alten Preis abzunehmen.

Erlöseinbuße = Produkt von

- Preisabschlag für die Absatzerhöhung $\frac{dp}{dX}$ und
- Zahl der bisher verkauften Einheiten X

Also: Grenzerlös ist

$$MR = p + X \frac{dp}{dX}.$$

Der Grenzerlös II

- Grenzerlös und Elastizität (Amoroso-Robinson-Relation)

$$\begin{aligned}MR &= \frac{dR}{dX} = p + X \frac{dp}{dX} \quad (\text{Produktregel}) \\ &= p \left[1 + \frac{1}{\varepsilon_{X,p}} \right] = p \left[1 - \frac{1}{|\varepsilon_{X,p}|} \right] > 0 \quad \text{für} \quad |\varepsilon_{X,p}| > 1.\end{aligned}$$

- Grenzerlös gleich Preis $MR = p + X \cdot \frac{dp}{dX} = p$ bei

- $\frac{dp}{dX} = 0$ horizontale (inverse) Nachfrage: $MR = p + X \cdot \frac{dp}{dX} = p$

- erste „kleine“ Einheit, $X = 0$: $MR = p + \underset{=0}{X} \cdot \frac{dp}{dX} = p = \frac{R(X)}{X}$

- Preisdiskriminierung ersten Grades: $MR = p + \underset{=0}{X} \cdot \frac{dp}{dX}$

—> siehe Kapitel „Monopol und Monopson“

Durchschnittswerte und Grenzwerte (Exkurs)

Erinnerung: Für erste „kleine“ Einheit,

$$X = 0 : MR = p + X \cdot \frac{dp}{dX} = p = \frac{R(X)}{X} = AR$$

- Gesucht wird die Bedingung für die gilt:

$$\frac{df}{dx} = \frac{f(x)}{x}.$$

- Die Bedingungen hierfür lauten:

1. Bedingung: $x > 0$ und $\frac{d \frac{f(x)}{x}}{dx} = 0$,
2. Bedingung: $x = 0$ und $f(0) = 0$.

Durchschnittswerte und Grenzwerte (Exkurs)

Beweis für die erste Bedingung folgt aus

$$\begin{aligned}\frac{d\frac{f(x)}{x}}{dx} &= \frac{\frac{df}{dx}x - 1 \cdot f(x)}{x^2} \\ &= \frac{1}{x} \left(\frac{df}{dx}x - \frac{f(x)}{x} \right) \\ &= \frac{1}{x} \left(\frac{df}{dx} - \frac{f(x)}{x} \right).\end{aligned}$$

Aus $\frac{d\frac{f(x)}{x}}{dx} = 0$ und $x \neq 0$ folgt die Gleichheit der ersten Ableitung (z. B. Grenzerlös) und des Durchschnitts (z. B. Durchschnittserlös).

Durchschnittswerte und Grenzwerte (Exkurs)

Beweis für die zweite Bedingung führt über (de l'Hospitals Regel)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{df}{dx}}{\frac{dg}{dx}}.$$

Problem

Berechnen Sie $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$ für die durch $f(x) = e^x - 1$ und $g(x) = \sqrt{x}$ gegebenen Funktionen!

In unserem Fall haben wir $g(x) = x$ und bekommen daher

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{df}{dx}}{1} = \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=0}.$$

⇒ Der Durchschnitt an der Stelle Null ist gleich der Ableitung an der Stelle Null.

Geldstrafen als Preis für

- Parken im Halteverbot
- Überschreiten von Geschwindigkeiten

Gefängnis (in Jahren) und Todesstrafe (Wahrscheinlichkeit der Verurteilung) für Mord

Empirie: Nachfrage nach Mord nach Isaac Ehrlich negativ geneigt:

- USA 1935-1969: eine zusätzliche Exekution hätte 8 Morde verhindert

Wahrscheinlichkeit für schwere Verletzung bei schnellem Fahren wird durch Airbag reduziert; Erhöhung der Nachfrage für schnelles Fahren

Empirie: Gesamteffekt (Anzahl der Verkehrstoten) ungefähr null.

Aufgabe H.7.1.

Nachfragefunktion $q(p) = a - bp$

Zeigen Sie

$$\varepsilon_{q,p} = -\frac{p}{\text{Prohibitivpreis} - p}.$$

Aufgabe H.7.2.

Inverse Marktnachfragefunktion $p(q) = 30 - 3q$

- Grenzerlös?
- Nachfragekurve und Grenzerlöskurve zeichnen!

Aufgabe H.7.3.

Inverse Nachfragekurve $p(q) = 200 - 8q$

Anzahl der Konsumenten verdoppelt sich;

Für jeden Konsumenten erscheint ein „Zwilling“

- neue Nachfragefunktion?
- Preiselastizität bei $p = 3$?
- Grenzerlös aufgrund der Amoroso-Robinson-Relation?

Aufgabe H.7.4.

Inverse Nachfragefunktionen

$$p(x^A) = 5 - \frac{1}{2}x^A \text{ und } p(x^B) = 3 - \frac{1}{3}x^B$$

zeichnen und aggregieren (graphisch)

Dann analytisch aggregierte Nachfragefunktion (nicht die inverse Nachfragefunktion)!

Aufgabe H.7.5.

Preiselastizität der Nachfrage für

a) $q(p) = 40p^{-2}$

b) $q(p) = (p + 3)^{-2}$