

# Mikroökonomik

## Marktnachfrage und Erlöse

Harald Wiese

Universität Leipzig

## Einführung

- Haushaltstheorie
  - Das Budget
  - Präferenzen, Indifferenzkurven und Nutzenfunktionen
  - Das Haushaltsoptimum
  - Komparative Statik
  - Entscheidungen über Arbeitsangebot und Sparen
  - Unsicherheit
  - **Marktnachfrage und Erlöse**
- Unternehmenstheorie
- Vollkommene Konkurrenz und Wohlfahrtstheorie
- Marktformenlehre
- Externe Effekte und öffentliche Güter

## Pareto-optimaler Rückblick

- Aggregation individueller Nachfragekurven zur Marktnachfragekurve
- Nachfragefunktion
  - Lineare Nachfragefunktion
  - Preiselastizität der Nachfrage
  - Erlös und Grenzerlös bezüglich des Preises
- Die inverse Nachfragefunktion
  - Von der Nachfragefunktion zur inversen Nachfragefunktion
  - Lineare inverse Nachfragefunktion
  - Nochmals: Preiselastizität der Nachfrage
  - Der Grenzerlös
- Durchschnittswerte und Grenzwerte (Exkurs)
- Nachfrage nach Mord, Schnellfahren, Diebstahl (Exkurs)

# Prohibitivpreis und Sättigungsmenge

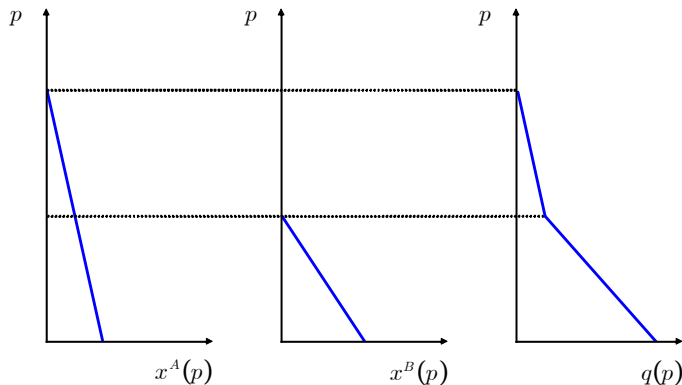
## Definition (Prohibitivpreis)

Preis, der die Nachfrage gerade auf Null bringt

## Definition (Sättigungsmenge)

Die beim Preis null nachgefragte Menge

# Aggregation individueller Nachfragekurven zur Marktnachfragekurve



- Prohibitivpreise beachten!
- Horizontale Aggregation!

# Das lineare Modell

## Nachfragekurve

Nachfragefunktion

$$X(p) = d - ep$$

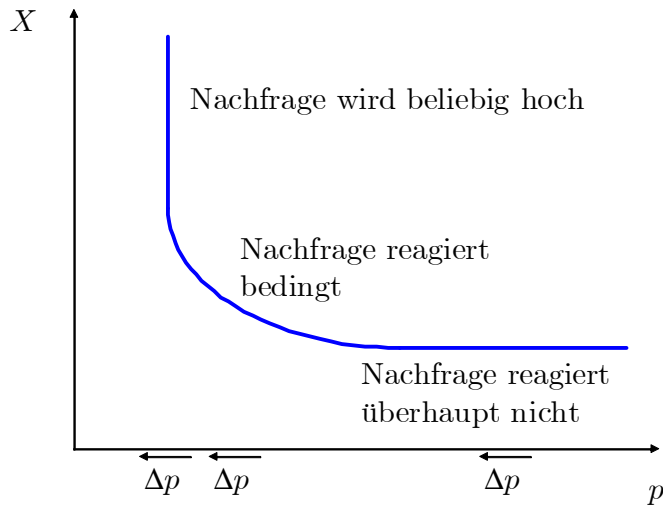
$$d, e \geq 0, p \leq \frac{d}{e}$$

## Problem

*Bestimmen Sie*

- *die Sättigungsmenge (nachgefragte Menge beim Preis 0) und*
- *den Prohibitivpreis (Preis, der die nachgefragte Menge auf 0 zurückgehen lässt)!*

# Nachfragefunktion und Preiselastizität I



## Definition (Preiselastizität)

$$\varepsilon_{X,p} = \frac{\frac{dX}{X}}{\frac{dp}{p}} = \frac{dX}{dp} \frac{p}{X}$$

Um wie viel Prozent ändert sich die nachgefragte Menge, falls der Preis um 1 Prozent angehoben wird?

- Unelastische Nachfrage

$$|\varepsilon_{X,p}| < 1$$

- Elastische Nachfrage

$$|\varepsilon_{X,p}| > 1$$

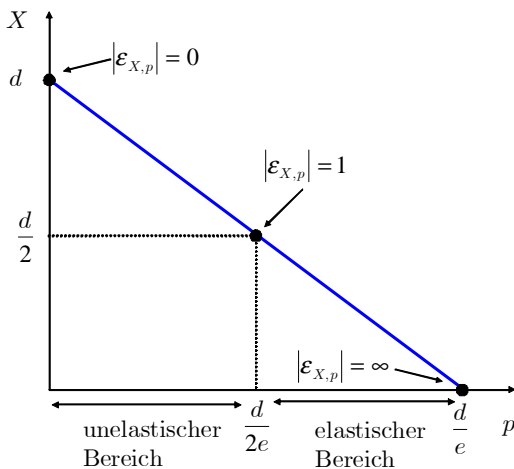


# Nachfragefunktion und Preiselastizität III

$$X(p) = d - ep$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{X,p} &= \frac{dX}{dp} \frac{p}{X} \\ &= (-e) \frac{p}{d - ep}\end{aligned}$$

- $|\varepsilon_{X,p}| = 0$  bei  $p = 0$
- $|\varepsilon_{X,p}| = \infty$  bei  $d - ep = 0$ , also bei  $p = \frac{d}{e}$  (naja)
- $|\varepsilon_{X,p}| = 1$  heißt  $e \frac{p}{d - ep} = 1$ ,  
 $ep = d - ep$  und schließlich  $p = \frac{d}{2e}$



# Ausgaben und Erlös

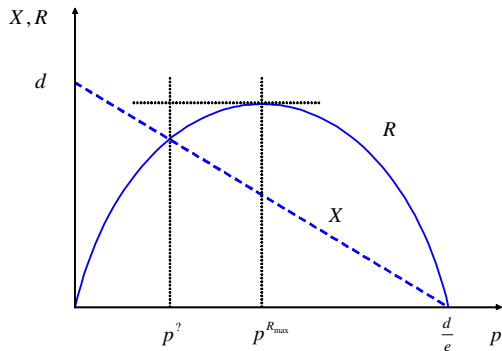
Preis mal Menge

- aus Sicht der Haushalte: Ausgaben
- aus Sicht der Unternehmen: Erlös
  
- Erlös für die Nachfragefunktion  $X(p)$ :

$$R(p) = pX(p)$$

- Der Erlös ist gleich 0
  - beim Prohibitivpreis (warum?) und
  - bei der Sättigungsmenge (warum?).

# Die Erlösglocke und eine Frage I

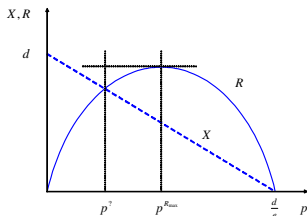


## Problem

*Welche ökonomische Bedeutung hat der Preis  $p^?$ ?*

# Die Erlösglocke und eine Frage II

K.....!



Einheiten:

- Preise:

$$\frac{\text{Geldeinheiten}}{\text{Mengeinheiten}}$$

- Erlös = Preis  $\times$  Menge:

$$\begin{aligned} & \frac{\text{Geldeinheiten}}{\text{Mengeinheiten}} \cdot \text{Mengeinheiten} \\ &= \text{Geldeinheiten} \end{aligned}$$

# Grenzerlös bezüglich des Preises

- Erlös für die Nachfragefunktion  $X(p)$ :

$$R(p) = pX(p)$$

- Grenzerlös (marginal revenue =  $MR$ , hier  $MR_p$ ):

$$MR_p = \frac{dR}{dp} = X + p \frac{dX}{dp} \text{ (Produktregel)}$$

- Wird der Preis um eine Einheit erhöht,
  - steigt der Erlös einerseits um  $X$  (für jede verkaufte Einheit erhalten die Unternehmen einen Euro)
  - sinkt der Erlös aber andererseits um  $p \frac{dX}{dp}$  (die Preiserhöhung senkt die Nachfrage, die mit dem Preis bewertet wird)

## Problem

*Bestätigen Sie die Amoroso-Robinson-Relation*

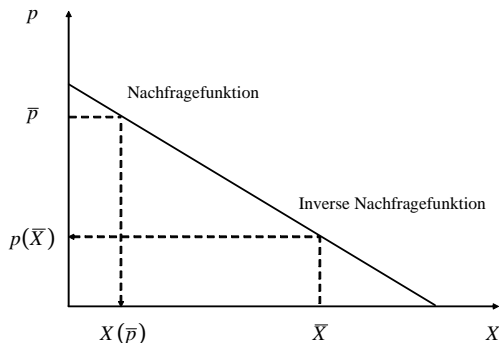
$$\frac{dR}{dp} = X (1 + \varepsilon_{X,p}) = -X (|\varepsilon_{X,p}| - 1)!$$

## Problem

*Bei welcher Preiselastizität der Nachfrage ist der Erlös maximal?*

# Die inverse Nachfragefunktion

Von der Nachfragefunktion zur inversen Nachfragefunktion



- Nachfragefunktion  $X(p)$  :  
Die abgesetzte Menge hängt vom Preis ab.
- Inverse Nachfragefunktion  $p(X)$  :  
 $p(X)$  ist der Preis, bei dem die Menge  $X$  abgesetzt werden

# Die inverse Nachfragefunktion

## Problem

Bestimmen Sie die inverse Nachfragefunktion für  $X(p) = 100 - 2p$ .

## Problem

Bestätigen Sie, dass der Durchschnittserlös gleich dem Preis ist (der Erlös ist  $R(X) = p(X) X$ ).

## Problem

Wie nennt man  $p(0)$ , wie  $X(0)$ ?



# Lineare inverse Nachfragefunktion

eine Aufgabe

## Problem

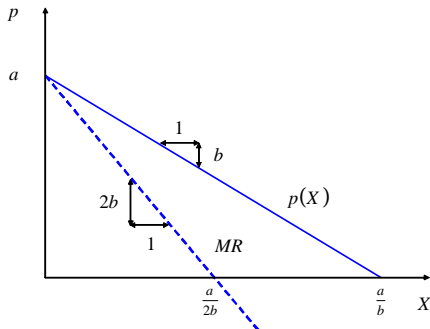
Nehmen Sie die lineare inverse Nachfragefunktion  $p(X) = a - bX$ ,  $a, b > 0$ , an und bestimmen Sie

- 1 die Steigung der inversen Nachfragekurve
- 2 die Steigung des Grenzerlöses  $dR(X) / dX$
- 3 die Sättigungsmenge und
- 4 den Prohibitivpreis

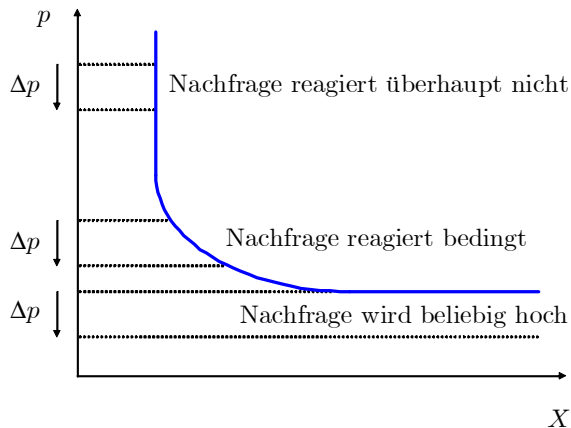
# Das lineare Modell

## die Lösung

- 1  $dp/dX = -b$
- 2 Erlös:  $R(X)$   
 $= p(X) X = aX - bX^2$   
Grenzerlös:  $dR(X) / dX$   
 $= a - 2bX$   
Steigung:  $-2b$
- 3 Sättigungsmenge:  $a/b$
- 4  $a$  ist der Prohibitivpreis



# Nochmals: Preiselastizität der Nachfrage



$$\varepsilon_{X,p} = \frac{\frac{dX}{X}}{\frac{dp}{p}} = \frac{dX}{dp} \frac{p}{X}$$

## Problem

*Berechnen Sie die Preiselastizität der Nachfrage für die lineare Nachfragefunktion  $p(X) = a - bX$ ! Bei welchem Preis und bei welcher Menge ist die Elastizität gleich  $-1$ ? Bei welchem Preis beträgt sie null?*

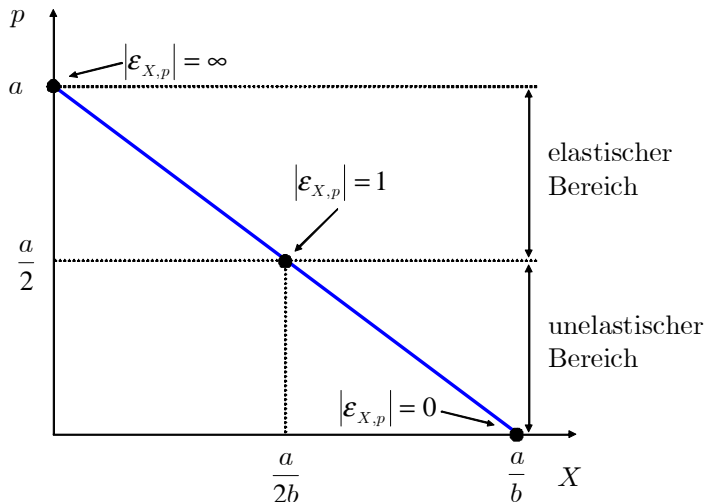
- Unelastische Nachfrage

$$|\varepsilon_{X,p}| < 1$$

- Elastische Nachfrage

$$|\varepsilon_{X,p}| > 1$$

# Nochmals: Preiselastizität der Nachfrage



# Nachfragefunktion und Erlös

## Die Amoroso-Robinson-Relation

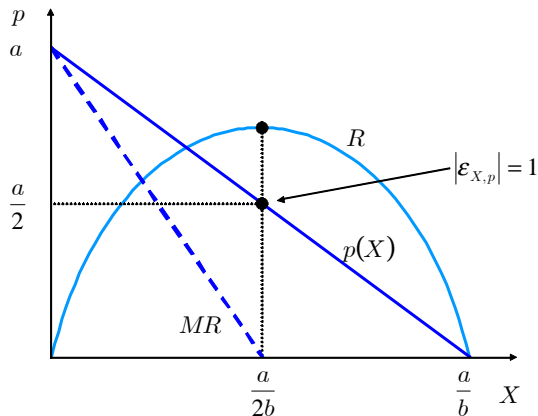
lautet bei inverser Nachfragefunktion

$$MR = p \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon_{X,p}} \right) = p \left( 1 - \frac{1}{|\varepsilon_{X,p}|} \right).$$

### Problem

*Leiten Sie die obige Amoroso-Robinson-Relation, dieses Mal durch Ausklammern von  $p$ , her!*

# Nachfragefunktion und Erlös



Wenn die Elastizität betragsmäßig 1 ist, folgt auf eine einprozentige Erhöhung der Ausbringungsmenge eine einprozentige Reduzierung des erzielbaren Preises. Der Erlös ändert sich dann nicht.

# Der Grenzerlös I

$MR := \frac{dR}{dX}$  ist aus zwei Teilen zusammengesetzt:

- Zum einen steigt der Erlös bei einer zusätzlichen Absatzeinheit um den Preis dieser Einheit ( $p > 0$ ).
- Zum anderen sinkt der Erlös, weil die Abnehmer – bei negativ geneigter Marktnachfrage – nicht bereit sind, das erhöhte Angebot zum alten Preis abzunehmen.

Erlöseinbuße = Produkt von

- Preisabschlag für die Absatzerhöhung  $\frac{dp}{dX}$  und
- Zahl der bisher verkauften Einheiten  $X$

Also: Grenzerlös ist

$$MR = p + X \frac{dp}{dX}.$$



- Grenzerlös und Elastizität (Amoroso-Robinson-Relation)

$$\begin{aligned}MR &= \frac{dR}{dX} = p + X \frac{dp}{dX} \quad (\text{Produktregel}) \\ &= p \left[ 1 + \frac{1}{\varepsilon_{X,p}} \right] = p \left[ 1 - \frac{1}{|\varepsilon_{X,p}|} \right] > 0 \quad \text{für} \quad |\varepsilon_{X,p}| > 1.\end{aligned}$$

- Grenzerlös gleich Preis  $MR = p + X \cdot \frac{dp}{dX} = p$  bei

- $\frac{dp}{dX} = 0$  horizontale (inverse) Nachfrage:  $MR = p + X \cdot \frac{dp}{dX} = p$

- erste „kleine“ Einheit,  $X = 0$ :  $MR = p + \underset{=0}{X} \cdot \frac{dp}{dX} = p = \frac{R(X)}{X}$

- Preisdiskriminierung ersten Grades:  $MR = p + \underset{=0}{X} \cdot \frac{dp}{dX}$

—> siehe Kapitel „Monopol und Monopson“

# Durchschnittswerte und Grenzwerte (Exkurs)

Erinnerung: Für erste „kleine“ Einheit,

$$X = 0 : MR = p + X \cdot \frac{dp}{dX} = p = \frac{R(X)}{X} = AR$$

- Gesucht wird die Bedingung für die gilt:

$$\frac{df}{dx} = \frac{f(x)}{x}.$$

- Die Bedingungen hierfür lauten:

1. Bedingung:  $x > 0$  und  $\frac{d \frac{f(x)}{x}}{dx} = 0$ ,
2. Bedingung:  $x = 0$  und  $f(0) = 0$ .

# Durchschnittswerte und Grenzwerte (Exkurs)

Beweis für die erste Bedingung folgt aus

$$\begin{aligned}\frac{d\frac{f(x)}{x}}{dx} &= \frac{\frac{df}{dx}x - 1 \cdot f(x)}{x^2} \\ &= \frac{1}{x} \left( \frac{df}{dx}x - \frac{f(x)}{x} \right) \\ &= \frac{1}{x} \left( \frac{df}{dx} - \frac{f(x)}{x} \right).\end{aligned}$$

Aus  $\frac{d\frac{f(x)}{x}}{dx} = 0$  und  $x \neq 0$  folgt die Gleichheit der ersten Ableitung (z. B. Grenzerlös) und des Durchschnitts (z. B. Durchschnittserlös).

# Durchschnittswerte und Grenzwerte (Exkurs)

Beweis für die zweite Bedingung führt über (de l'Hospitals Regel)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{df}{dx}}{\frac{dg}{dx}}.$$

## Problem

Berechnen Sie  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$  für die durch  $f(x) = e^x - 1$  und  $g(x) = \sqrt{x}$  gegebenen Funktionen!

In unserem Fall haben wir  $g(x) = x$  und bekommen daher

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{df}{dx}}{1} = \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=0}.$$

⇒ Der Durchschnitt an der Stelle Null ist gleich der Ableitung an der Stelle Null.

## **Geldstrafen als Preis für**

- Parken im Halteverbot
- Überschreiten von Geschwindigkeiten

## **Gefängnis (in Jahren) und Todesstrafe (Wahrscheinlichkeit der Verurteilung) für Mord**

Empirie: Nachfrage nach Mord nach Isaac Ehrlich negativ geneigt:

- USA 1935-1969: eine zusätzliche Exekution hätte 8 Morde verhindert

**Wahrscheinlichkeit für schwere Verletzung** bei schnellem Fahren wird durch Airbag reduziert; Erhöhung der Nachfrage für schnelles Fahren

Empirie: Gesamteffekt (Anzahl der Verkehrstoten) **ungefähr null.**

## Aufgabe H.7.1.

Nachfragefunktion  $q(p) = a - bp$

Zeigen Sie

$$\varepsilon_{q,p} = -\frac{p}{\text{Prohibitivpreis} - p}.$$

## Aufgabe H.7.2.

Inverse Marktnachfragefunktion  $p(q) = 30 - 3q$

- Grenzerlös?
- Nachfragekurve und Grenzerlöskurve zeichnen!

## Aufgabe H.7.3.

Inverse Nachfragekurve  $p(q) = 200 - 8q$

Anzahl der Konsumenten verdoppelt sich;

Für jeden Konsumenten erscheint ein „Zwilling“

- neue Nachfragefunktion?
- Preiselastizität bei  $p = 3$ ?
- Grenzerlös aufgrund der Amoroso-Robinson-Relation?

## Aufgabe H.7.4.

Inverse Nachfragefunktionen

$$p(x^A) = 5 - \frac{1}{2}x^A \text{ und } p(x^B) = 3 - \frac{1}{3}x^B$$

zeichnen und aggregieren (graphisch)

Dann analytisch aggregierte Nachfragefunktion (nicht die inverse Nachfragefunktion)!

## Aufgabe H.7.5.

Preiselastizität der Nachfrage für

a)  $q(p) = 40p^{-2}$

b)  $q(p) = (p + 3)^{-2}$