Mikroökonomik

Komparative Statik

Harald Wiese

Universität Leipzig

Gliederung

Einleitung

Komparative Statik, Parameter und Variablen

- Parameter:
  beschreiben die ökonomische Situation (Input ökonomischer Modelle), z.B. Präferenzen von Haushalten
- Variablen:
  sind das Ergebnis ökonomischer Modelle (nach Anwendung des Gleichgewichtskonzepts), z.B. gewinnmaximale Preise

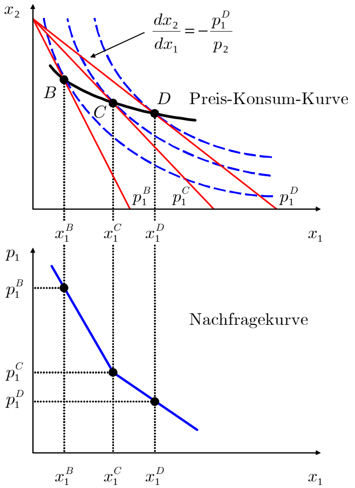
- komparativ:
  Vergleich von Gleichgewichten bei alternativen Parametern
- Statik:
  Anpassungsprozesse werden nicht analysiert.

- Die Nachfrage nach Gut 1 lautet
  - bei Geldeinkommen
$$x_1^G = x_1^G(p_1, p_2, m),$$
  - bei Anfangsausstattung
$$x_1^A = x_1^A(p_1, p_2, \omega_1, \omega_2).$$
- Wie ändert sich die Nachfrage nach Gut 1 bei Änderung
  - der Preise p_1 und p_2,
  - des Einkommens m,
  - der Anfangsausstattungen ω_1, ω_2.

Komparative Statik

- Einleitung
- Der Einfluss des eigenen Preises
    - Preis-Konsum-Kurve und Nachfragekurve bei Geldeinkommen
    - Preis-Konsum-Kurve und Nachfragekurve bei Anfangsausstattung
    - Die Preiselastizität der Nachfrage
- Der Einfluss des Preises des anderen Gutes
- Der Einfluss des Einkommens
- Slutsky-Gleichungen

Der Einfluss des eigenen Preises



Jedem p_1 ein Optimum $\left(x_1^*\left(p_1\right), x_2^*\left(p_1\right)\right)$ zuordnen!

- Preis-Konsum-Kurve: Geometrischen Ort dieser Haushaltsoptima in einer Funktion $x_2 = h\left(x_1\right)$ ausdrücken!
- Nachfragekurve: Geometrischen Ort von $\left(x_1^*\left(p_1\right), p_1\right)$ in einer Funktion $x_1^* = f\left(p_1\right)$ ausdrücken!

Der Einfluss des eigenen Preises

Cobb-Douglas-Nutzenfunktion

$U(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{3}} x_2^{\frac{2}{3}}$ mit HH-Optimum

$$x_1^* = \frac{1}{3}\frac{m}{p_1}, \; x_2^* = \frac{2}{3}\frac{m}{p_2}$$

Nachfragefunktion für Gut 1:

$$x_1^* = f(p_1) = \frac{1}{3}\frac{m}{p_1}$$

Preis-Konsum-Kurve:

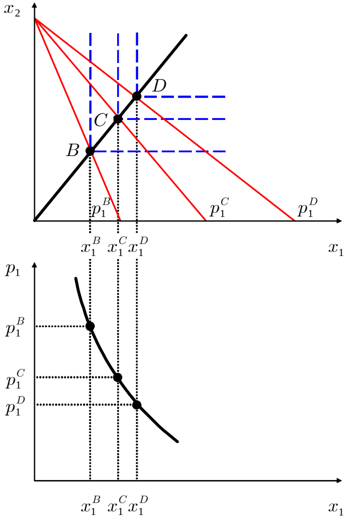
$$x_2 = h(x_1) = \frac{2}{3}\frac{m}{p_2}$$

Problem

Und wie bei perfekten Komplementen?

Der Einfluss des eigenen Preises

perfekte Komplemente



Der Einfluss des eigenen Preises

Nachfragekurven bei Geldeinkommen

Definition (Gewöhnliche Güter)

$$\frac{\partial x_1^G}{\partial p_1} < 0 \text{ oder } \frac{\partial x_1^A}{\partial p_1} < 0$$

Definition (Nicht-gewöhnliche Güter)

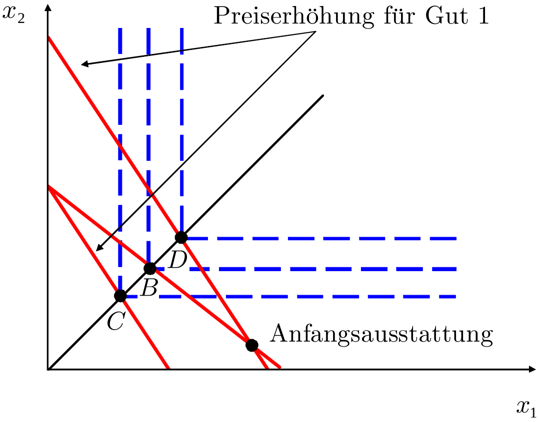
$$\frac{\partial x_1^G}{\partial p_1} > 0 \text{ oder } \frac{\partial x_1^A}{\partial p_1} > 0$$

Giffen-Güter, wenn Budget als Geldeinkommen gegeben ist

Problem

Deuten Sie eine Preis-Konsum-Kurve für den Giffen-Fall an!

Der Einfluss des eigenen Preises



Ausgangssituation:
Budgetgerade mit Punkt B.
Ist Gut 1 gewöhnlich

- bei Geldeinkommen?
- bei Anfangsausstattung?

Im Fall einer Cobb-Douglas-Nutzenfunktion mit Parameter a ergibt sich die Nachfrage nach Gut 1 durch

$$\begin{aligned} x_1^* &= a\frac{m}{p_1} \\ &= a\frac{p_1\omega_1 + p_2\omega_2}{p_1} \\ &= a\omega_1 + a\frac{p_2}{p_1}\omega_2 \end{aligned}$$

Gut 1 ist gewöhnlich

- bei Geldeinkommen und auch
- bei Anfangsausstattung.

Der Einfluss des eigenen Preises

Preis-Konsum-Kurve und Nachfragekurve bei Anfangsausstattung

$$\frac{\partial x_1^G}{\partial p_1} \neq \frac{\partial x_1^A}{\partial p_1}?$$

Differenziere

$$x_1^A(p_1, p_2, \omega_1, \omega_2) = x_1^G(p_1, p_2, p_1\omega_1 + p_2\omega_2).$$

nach p_1:

$$\frac{\partial x_1^A}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^G}{\partial p_1} + \frac{\partial x_1^G}{\partial m} \underbrace{\frac{\partial (p_1\omega_1 + p_2\omega_2)}{\partial p_1}}_{\substack{p_1 \uparrow \text{ um eine Einheit} \\ \text{erhöht Wert der Ausstattung}}} = \frac{\partial x_1^G}{\partial p_1} + \frac{\partial x_1^G}{\partial m}\omega_1.$$

Ausstattungs-Einkommenseffekt: $\frac{\partial x_1^G}{\partial m}\omega_1$

Definition

$$\text{Elastizität} = \frac{\text{relative Änderung der Wirkung [\%]}}{\text{relative Änderung der Ursache [\%]}}.$$

Elastizitäten für die Nachfrage

- Ursachen: Preisänderung desselben Gutes, Preisänderung des anderen Gutes, Einkommensänderung
- Wirkung: Nachfrageänderung

Der Einfluss des eigenen Preises

Die Preiselastizität der Nachfrage

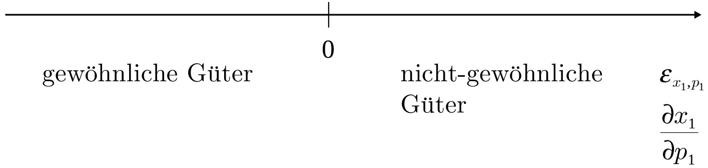
ist im allgemeinen Fall

$$\varepsilon_{x_1,p_1} = \frac{\frac{dx_1}{x_1}}{\frac{dp_1}{p_1}} = \frac{\partial x_1}{\partial p_1}\frac{p_1}{x_1},$$

- bei Cobb-Douglas-Nachfragefunktion $x_1^* = f(p_1) = \frac{1}{3}mp_1^{-1}$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{x_1,p_1} &= (-1)\frac{1}{3}mp_1^{-2}\frac{p_1}{x_1} \\
&= (-1)\frac{1}{3}mp_1^{-2}\frac{p_1}{\frac{1}{3}mp_1^{-1}} \\
&= -1.
\end{aligned}$$

- und bei $U(x_1, x_2) = \frac{1}{3}\ln x_1 + \frac{1}{2}\ln x_2$?



Bei gewöhnlichen Gütern:

$$\varepsilon_{x_1,p_1} > -1 \Leftrightarrow \left|\varepsilon_{x_1,p_1}\right| < 1$$

Definition

Nachfrage heißt unelastisch, falls $\left|\varepsilon_{x_1,p_1}\right| < 1$ gilt.

Beschaffungskriminalität

$\left|\varepsilon_{x,p}\right| < 1 \Rightarrow$ Ausgaben steigen mit dem Preis:

$$\begin{aligned}
\frac{d\left(px\left(p\right)\right)}{dp} &= x + p\frac{dx}{dp} \\
&= x\left(1 + \frac{p}{x}\frac{dx}{dp}\right) \\
&= x\left(1 + \varepsilon_{x,p}\right) \\
&= x\left(1 - \left|\varepsilon_{x,p}\right|\right) > 0.
\end{aligned}$$

- Süchtige haben unelastische Nachfrage.
- Höhere Steuern oder Kriminalisierung
  - lassen Preise steigen und damit auch
  - die Ausgaben für Drogen, was zu

einem Anstieg der Beschaffungskriminalität führen kann.

Der Einfluss des Preises des anderen Gutes

Wenn der Preis von Butter steigt, schwenken viele Käufer auf Margarine um, also

$$\frac{\partial x_{\text{Margarine}}}{\partial p_{\text{Butter}}} > 0$$

Beispiele

- Substitute:
  - Butter und Margarine
  - Automobil und Fahrrad
- Komplemente:
  - Kino und Popcorn
  - linker Schuh und rechter Schuh

Der Einfluss des Preises des anderen Gutes

Problem

Substitute graphisch andeuten im Haushaltsdiagramm mit

- *x-Achse: Heroin*
- *y-Achse: Methadon*

Heroin wird teurer und daher ... *(K 69)*

Problem

Komplemente graphisch andeuten bei Nachfragekurven mit

- *x-Achse: Anzahl Kinobesuche*
- *y-Achse: Preis Kinobesuche*

Popcorn wird teurer und daher ... *(K 70)*
Theater wird teurer und daher ... *(K 71)*

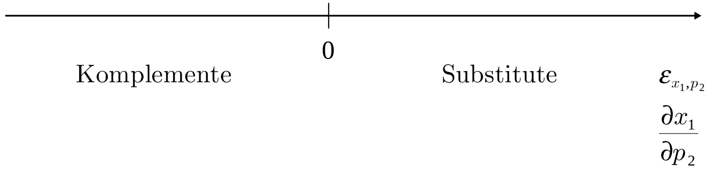
Der Einfluss des Preises des anderen Gutes

Die Kreuzpreiselastizität der Nachfrage ist im allgemeinen Fall

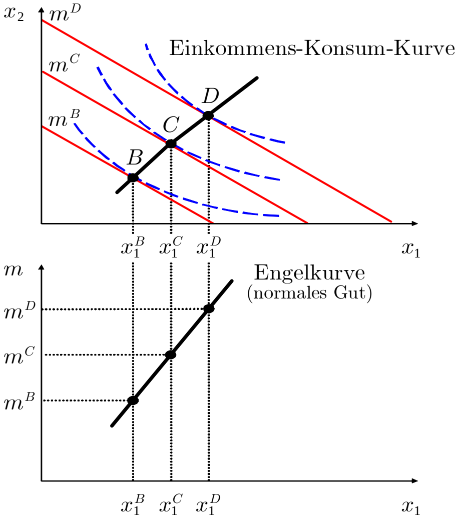
$$\varepsilon_{x_1,p_2} = \frac{\frac{dx_1}{x_1}}{\frac{dp_2}{p_2}} = \frac{\partial x_1}{\partial p_2}\frac{p_2}{x_1}$$

und bei Cobb-Douglas-Nachfragefunktion $x_1^* = \frac{1}{3}\frac{m}{p_1}p_2^0$ also

$$\varepsilon_{x_1,p_2} = \frac{\partial x_1}{\partial p_2}\frac{p_2}{x_1} = 0 \cdot \frac{p_2}{x_1} = 0$$



Der Einfluss des Einkommens



Der Einfluss des Einkommens

Cobb-Douglas-Nutzenfunktion

$U(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{3}} x_2^{\frac{2}{3}}$ mit HH-Optimum

$$x_1^* = \frac{1}{3}\frac{m}{p_1}, \; x_2^* = \frac{2}{3}\frac{m}{p_2}$$

Engelkurve für Gut 1:

$$x_1^* = q(m) = \frac{1}{3}\frac{m}{p_1}$$

Einkommens-Konsum-Kurve:

$$x_2^* = \frac{2}{3}\frac{m}{p_2} = \frac{2}{3}\frac{3p_1 x_1^*}{p_2} = 2\frac{p_1}{p_2}x_1^* = g(x_1^*)$$

Problem

Und wie bei $U(x_1, x_2) = \min(x_1, 2x_2)$*?*

Der Einfluss des Einkommens

Definition (Normale Güter)

$$\frac{\partial x_1}{\partial m} > 0$$

Definition (Inferiore Güter)

$$\frac{\partial x_1}{\partial m} < 0$$

Problem

Skizzieren Sie die Engelkurve für ein inferiores Gut!

Problem

(K 73)

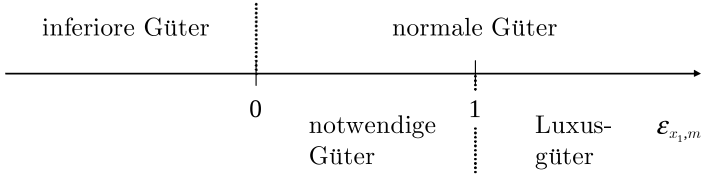
Der Einfluss des Einkommens

Die Einkommenselastizität ist im allgemeinen Fall

$$\varepsilon_{x_1,m} = \frac{\frac{dx_1}{x_1}}{\frac{dm}{m}} = \frac{\partial x_1}{\partial m}\frac{m}{x_1}$$

und bei Cobb-Douglas-Nachfragefunktion $x_1^* = \frac{1}{3p_1}m$ also

$$\varepsilon_{x_1,m} = \frac{\partial x_1}{\partial m}\frac{m}{x_1} = \frac{1}{3p_1}\frac{m}{\frac{1}{3p_1}m} = 1$$



Der Einfluss des Einkommens

- Monotone Präferenzen $\Rightarrow$ das gesamte Einkommen wird zum Kauf der Güter verwendet.
- Haushalt gibt sein gesamtes Einkommen für ein einziges Gut aus. $\Rightarrow x(p, m) = \frac{m}{p}$,

$$\varepsilon_{x,m} = \frac{\partial x}{\partial m}\frac{m}{x} = \frac{1}{p}\frac{m}{\frac{m}{p}} = 1$$

- Beim Konsum mehrerer Güter gilt $\left(s_1 := \frac{p_1 x_1}{m} \text{ und } s_2 := \frac{p_2 x_2}{m}\right)$:

$$s_1 \varepsilon_{x_1,m} + s_2 \varepsilon_{x_2,m} = 1.$$

(Beweis im Buch)

Der Einfluss des Einkommens

Gut 1 heißt **normal**, falls gilt:

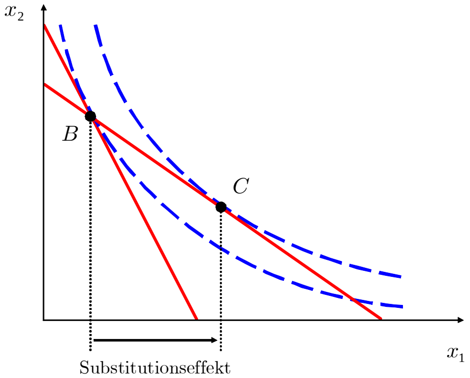
$$\frac{\partial x_1^A}{\partial \omega_1} > 0, \ \frac{\partial x_1^A}{\partial \omega_2} > 0 \text{ oder } \frac{\partial x_1^G}{\partial m} > 0.$$

Normalität bei Geldeinkommen und Anfangsausstattung sind äquivalent.

1. **Substitutionseffekt** oder Opportunitätskosteneffekt: $p_1 \uparrow$
   - $\Rightarrow p_1 / p_2 \uparrow$
   - $\Rightarrow x_1 \downarrow$ und $x_2 \uparrow$
2. **Konsum-Einkommenseffekt** (monetärer E.): $p_1 \uparrow$
   - $\Rightarrow$ Konsummöglichkeiten sinken insgesamt
   - $\Rightarrow x_1 \downarrow$ falls 1 ein normales Gut ist
3. **Ausstattungs-Einkommenseffekt**: $p_1 \uparrow$
   - $\Rightarrow$ Wert der Anfangsausstattung steigt
   - $\Rightarrow x_1 \uparrow$ falls 1 ein normales Gut ist

Slutsky-Gleichungen

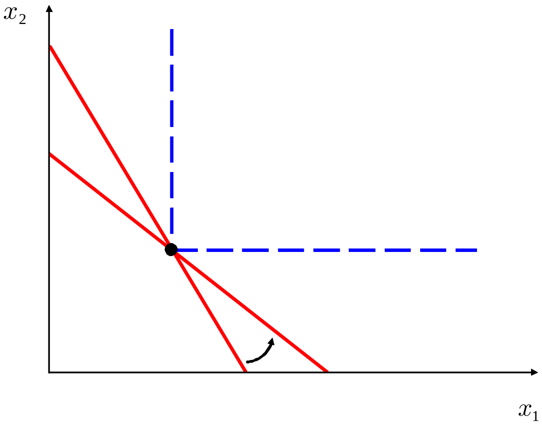
Der Substitutionseffekt



- absoluter Substitutionseffekt in der Abbildung
- relativer Substitutionseffekt $\frac{\Delta x_1^S}{\Delta p_1}$ oder $\frac{dx_1^S}{dp_1}$

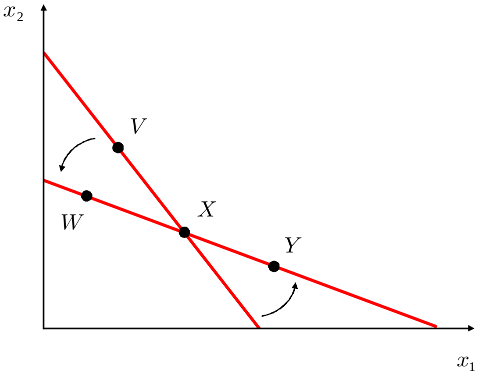
Slutsky-Gleichungen

Absoluter Substitutionseffekt für perfekte Komplemente



Slutsky-Gleichungen

Der relative Substitutionseffekt ist nie positiv



- Ausgangssituation
  Altes Haushaltsoptimum X
  und $p_1 \downarrow$
- Nicht möglich:
  - W optimal bzw.
  - $\frac{\Delta x_1^S}{\Delta p_1} > 0$
- wegen
  - W auch vorher leistbar
  - bei Monotonie sogar
    $X \succsim V \succ W$

Slutsky-Gleichungen

Einkommenseffekte

- Ausstattungs-Einkommenseffekt:

$$\frac{\partial x_1^G}{\partial m} \underbrace{\frac{\partial\left(p_1\omega_1 + p_2\omega_2\right)}{\partial p_1}}_{\substack{p_1\uparrow \text{ um eine Einheit} \\ \text{erhöht Wert der Ausstattung}}} = \frac{\partial x_1^G}{\partial m}\omega_1.$$

- Konsum-Einkommenseffekt:

$$\frac{\partial x_1^G}{\partial m} \underbrace{\left(-x_1\right)}_{\substack{p_1\uparrow \text{ um eine Einheit} \\ \text{erhöht Ausgaben und} \\ \text{verringert damit} \\ \text{das verfügbare Einkommen}}}$$

Slutsky-Gleichung bei Geldeinkommen

$$\underbrace{\frac{\partial x_1^G}{\partial p_1}}_{\text{Gesamteffekt}} = \underbrace{\frac{\partial x_1^S}{\partial p_1}}_{\text{Substitutionseffekt}} \underbrace{- \frac{\partial x_1^G}{\partial m} x_1^B}_{\substack{\text{Konsum-}\\\text{Einkommenseffekt}}}.$$

Problem

- *Wenn die Engelkurve eines Gutes steigt, muss die Nachfragekurve fallen.*
- *Ist beim Budget als Geldbetrag jedes gewöhnliche Gut normal?*

Slutsky-Gleichung bei Geldeinkommen

Cobb-Douglas-Nutzenfunktion I

$U(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{3}} x_2^{\frac{2}{3}}$ mit $x_1^G = \frac{1}{3}\frac{m}{p_1}$

- Gesamteffekt

$$\frac{\partial x_1^G}{\partial p_1} = -\frac{1}{3} m p_1^{-2},$$

- Substitutionseffekt

$$\begin{aligned}
\frac{\partial x_1^S}{\partial p_1} &= \frac{\partial x_1^G\left(p_1, p_1 x_1^B + p_2 x_2^B\right)}{\partial p_1} = \frac{\partial\left(\frac{1}{3}\frac{p_1 x_1^B + p_2 x_2^B}{p_1}\right)}{\partial p_1} \quad \text{(ersetze } m\text{)} \\
&= \frac{1}{3}\frac{x_1^B p_1 - 1 \cdot \left(p_1 x_1^B + p_2 x_2^B\right)}{p_1^2} \quad \text{(Quotientenregel)} \\
&= \frac{1}{3}\frac{x_1^B}{p_1} - \frac{1}{3}\frac{p_1 x_1^B + p_2 x_2^B}{p_1^2}
\end{aligned}$$

- Einkommenseffekt

$$\frac{\partial x_1^G}{\partial m} x_1^B = \frac{1}{3} \frac{1}{p_1} x_1^B .$$

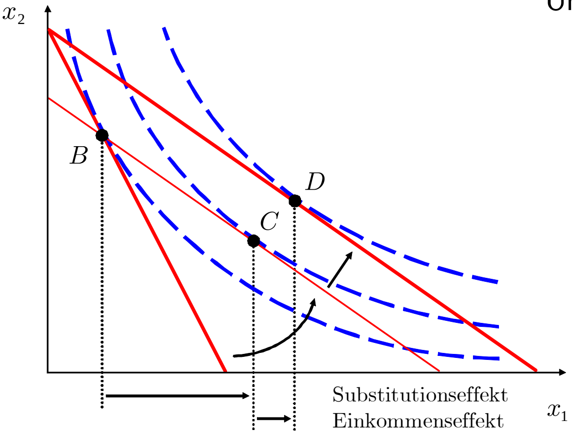
Glücklicherweise finden wir die Slutsky-Gleichung bestätigt:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial x_1^S}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1^G}{\partial m} x_1^B &= \left(\frac{1}{3} \frac{x_1^B}{p_1} - \frac{1}{3} \frac{p_1 x_1^B + p_2 x_2^B}{p_1^2} \right) - \frac{1}{3} \frac{1}{p_1} x_1^B \\
&= -\frac{1}{3} \frac{p_1 x_1^B + p_2 x_2^B}{p_1^2} \\
&= \frac{\partial x_1^G}{\partial p_1} \text{ (für } m = p_1 x_1^B + p_2 x_2^B \text{)}.
\end{aligned}$$

Slutsky-Gleichung bei Geldeinkommen

<table>
<tr><th colspan="3">Einkommensvariation</th></tr>
<tr><td colspan="2">inferiores Gut</td><td>normales Gut</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\frac{\partial x_1^G}{\partial m} < 0$</td><td>$\frac{\partial x_1^G}{\partial m} > 0$</td></tr>
<tr><td>$x_1 \left| \frac{\partial x_1^G}{\partial m} \right| > \left| \frac{\partial x_1^S}{\partial p_1} \right|$</td><td>$x_1 \left| \frac{\partial x_1^G}{\partial m} \right| < \left| \frac{\partial x_1^S}{\partial p_1} \right|$</td><td></td></tr>
<tr><td>$\frac{\partial x_1^G}{\partial p_1} > 0$</td><td colspan="2">$\frac{\partial x_1^G}{\partial p_1} < 0$</td></tr>
<tr><td>nicht-gewöhnliches Gut</td><td colspan="2">gewöhnliches Gut</td></tr>
<tr><th colspan="3">Preisvariation</th></tr>
</table>

Substitutions- und Einkommenseffekt für Preissenkung



Und für

- ein Giffen-Gut?
- perfekte Komplemente?
- perfekte Substitute?

Abzugsfähigkeit von Spenden

- x : wohltägige Spenden
- y : sonstige Ausgaben

- ohne Steuern: $x + y = m$
- mit Einkommensteuer: $x + y = m - tm = (1 - t)\, m$
- mit Einkommensteuer und Abzugsmöglichkeit:

$$\begin{aligned} x + y &= (1 - t)\, m + tx = m - t\,(m - x) \text{ oder} \\ (1 - t)\, x + y &= (1 - t)\, m \end{aligned}$$

- Betragsmäßige Steigung Budgetgerade:

$$1 = \frac{1}{1} \to \frac{1 - t}{1} = 1 - t < 1$$

Abzugsfähigkeit von Spenden

- Slutsky-Gleichung:

$$\underbrace{\frac{\partial x}{\partial p_x}}_{\text{Gesamteffekt}} = \underbrace{\frac{\partial x^S}{\partial p_x}}_{\text{Substitutionseffekt}} \underbrace{-\frac{\partial x}{\partial m}x}_{\substack{\text{Konsum-}\\ \text{Einkommenseffekt}}}$$

- Da
  - Lottogewinner mehr spenden (plausible Vermutung),
  - ist Spenden ein normales Gut und
  - die Abzugsmöglichkeit (Reduktion des Preises für x)
  - führt zu einem höheren Spendenaufkommen.
- Empirisch bestätigt (K 81)

(Problem K 132)

Slutsky-Gleichung bei Anfangsausstattung

$$\underbrace{\frac{\partial x_1^A}{\partial p_1}}_{\text{Gesamteffekt}} = \underbrace{\frac{\partial x_1^S}{\partial p_1}}_{\text{Substitutionseffekt}} \underbrace{-\frac{\partial x_1^G}{\partial m}x_1}_{\substack{\text{Konsum-}\\ \text{Einkommenseffekt}}} \underbrace{+\frac{\partial x_1^G}{\partial m}\omega_1}_{\substack{\text{Anfangsausstattungs-}\\ \text{Einkommenseffekt}}}$$

$$= \underbrace{\frac{\partial x_1^S}{\partial p_1}}_{\text{Substitutionseffekt}} + \underbrace{\frac{\partial x_1^G}{\partial m}(\omega_1 - x_1)}_{\substack{\text{gesamter}\\ \text{Einkommenseffekt}}}$$

Slutsky-Gleichung bei Anfangsausstattung

	Nettonachfrage $\omega_1 - x_1 < 0$	Nettoangebot $\omega_1 - x_1 > 0$
Gut 1 ist normal	$\frac{\partial x_1^G}{\partial m}(\omega_1 - x_1) < 0$ *eindeutiger Gesamteffekt*	$\frac{\partial x_1^G}{\partial m}(\omega_1 - x_1) > 0$ *uneindeutiger Gesamteffekt*
Gut 1 ist inferior	$\frac{\partial x_1^G}{\partial m}(\omega_1 - x_1) > 0$ *uneindeutiger Gesamteffekt*	$\frac{\partial x_1^G}{\partial m}(\omega_1 - x_1) < 0$ *eindeutiger Gesamteffekt*

Zentrale Hörsaalübungen I

Aufgabe E.7.1.
$U(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$
m, p_1 und p_2.
Engelkurve des ersten Gutes!
Hinweis: Fallunterscheidung an der Stelle $\frac{m}{p_2} = 1$*!*

Aufgabe E.7.2.
Ein Haushalt konsumiert zwei Güter.

a) Man nehme an, x_1 sei ein Luxusgut. Zeigen Sie, dass der Anteil des Einkommens, der für dieses Gut ausgegeben wird, mit steigendem Einkommen zunimmt!
b) Kann es sein, dass Gut 1 und Gut 2 Luxusgüter sind? *Hinweis: Verwenden Sie* $s_1\varepsilon_{x_1,m} + s_2\varepsilon_{x_2,m} = 1$, *wobei* s_1 *bzw.* s_2 *die Ausgabenanteile bezeichnen (es gilt demnach* $s_1 + s_2 = 1$*).*

Zentrale Hörsaalübungen II

Aufgabe E.7.3.
$U(x_1, x_2) = x_1$
m, p_1 und p_2.
Einkommens-Konsum-Kurve!

Aufgabe E.7.4.
Ein Konsument baut Tomaten an. Er erntet weniger Tomaten, als er selbst verbraucht. Untersuchen Sie, ob er nach einer Preiserhöhung für Tomaten mehr oder weniger Tomaten konsumiert! Verwenden Sie dazu die Slutsky-Gleichung bei Anfangsausstattung! Gehen Sie davon aus, dass Tomaten inferior sind.

Zentrale Hörsaalübungen III

Aufgabe E.7.5.
$U(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$
$m = 12$, $p_2 = 2$ und

a) $p_1 = 3$; $p_1 = 4$ und $p_1 = 5$
Haushaltsoptima
b) Haushaltsoptima in Abhängigkeit von p_1
c) Zeichnen Sie in ein $x_1 - x_2-$Koordinatensystem die Preis-Konsum-Kurve!