Vorkurs Mikroökonomik

Spieltheorie

Harald Wiese

Universität Leipzig

Gliederung

Einführung

- Haushaltstheorie
- Unternehmenstheorie
- Haushaltstheorie 2
- Vollkommene Konkurrenz und Wohlfahrtstheorie
- Marktformenlehre
  - Monopol und Monopson
  - **Spieltheorie**
  - Oligopoltheorie

Überblick „Spieltheorie"

- Entscheidungstheorie und Spieltheorie/Nobelpreise
- Spiele in strategischer Form
  - Beispiele
  - Lösungskonzepte
- Zwei weitere Spiele
  - Auktionstheorie
  - Das Versicherungsspiel
- Darstellungen
- Spiele in extensiver Form:
  Spielbaum und Rückwärtsinduktion

Entscheidungstheorie und Spieltheorie

- Beide Theorien haben es mit Entscheidungen zu tun.
- Entscheidungstheorie: Entscheidungen einzelner Agenten, die sich einer eventuell unsicheren Umwelt gegenübersehen.
- Spieltheorie befasst sich mit einem Geflecht von Entscheidungen mehrerer Agenten:
  - Spieler
  - Strategien
  - Auszahlungen

Nobelpreise für Spieltheorie

1994 und 2005

In 1994

- 1/3 John C. Harsanyi,
- 1/3 John F. Nash, und
- 1/3 Reinhard Selten.

In 2005

- 1/2 Robert J. Aumann, und
- 1/2 Thomas C. Schelling.

In 2012

- 1/2 Lloyd S. Shapley, und
- 1/2 Alvin E. Roth

Beispiele

Gefangenendilemma

		Täter 2: leugnen	Täter 2: gestehen
Täter 1	leugnen	3, 3	1, 4
	gestehen	4, 1	2, 2

- beide leugnen: relativ geringe Strafe (relativ hohe Auszahlung)
- beide gestehen: relativ hohe Strafe 2
- einer gesteht, der andere leugnet: Kronzeugenregelung

Strategien, Strategiekombinationen

- Leugnen oder Gestehen sind Strategien
- (Leugnen, Leugnen) oder (Gestehen, Leugnen) sind Strategiekombinationen

Beispiel Gefangenendilemma:
Strategiekombination (x_1 = leugnen, x_2 = gestehen) ergibt Nutzen von 1 für Spieler 1.

Lösungskonzepte

Welche Strategien werden die Spieler wählen?

- Dominante Strategie
  Egal, was der andere tut, habe ich eine beste Strategie
- Nash-Gleichgewicht
  Strategien für beide, sodass sich einseitiges Abweichen nicht lohnt

Beispiele
Gefangenendilemma

- Widerspruch zwischen
  - individueller Rationalität —> Wähle die dominante Strategie!
    und
  - kollektiver Rationalität —> Realisiere Pareto-Verbesserungen!
- Bei einmaligem Spiel ist dieses Dilemma nicht lösbar.
- Dilemma im Superspiel (unendlich oft dasselbe Spiel spielen) auflösbar.

Übungen

Produktionsspiel mit Investition oder Subvention

Unternehmen 2 investiert in eine Maschine und kann nun billiger als vorher „viel produzieren"

		Unternehmen 2	
		wenig produzieren	viel produzieren
Unternehmen 1	wenig produzieren	$(100, 100)$	$(25, 200)$
	viel produzieren	$(150, 25)$	$(-10, 40)$

Dominante Strategien?
Nash-Gleichgewichte?

Beispiel
Hasenfußspiel

		Fahrer 2: geradeaus fahren	Fahrer 2: aus-weichen
Fahrer 1	geradeaus fahren	0, 0	4, 2
	aus-weichen	2, 4	3, 3

- A und B nähern sich einer Kreuzung/Parklücke. Einer gibt Gas und „gewinnt“.
- A und B überlegen, eine Apotheke in einer Kleinstadt zu eröffnen. Für beide ist der Markt zu klein.

Beste Antworten

Markierungstechnik I

Jäger 2

Jäger 1		Hirsch	Hase
	Hirsch	5, 5	0, 4
	Hase	4, 0	4, 4

	Hirsch	Hase
Hirsch	5, 5 $\boxed{1}$	0, 4
Hase	4, 0	4, 4 $\boxed{1}$

	Hirsch	Hase
Hirsch	5, 5 $\boxed{1}\boxed{2}$	0, 4
Hase	4, 0	4, 4 $\boxed{1}\boxed{2}$

Beste Antworten

Markierungstechnik II

Problem

		Spieler 2	
		s_2^1	s_2^2
Spieler 1	s_1^1	$1, -1$	$-1, 1$
	s_1^2	$-1, 1$	$1, -1$

	Spieler 2	
	s_2^1	s_2^2
s_1^1	$4, 4$	$0, 5$
s_1^2	$5, 0$	$1, 1$

Beste Antworten
Markierungstechnik III

Solution

	s_2^1	s_2^2
s_1^1	$1, -1$ $\boxed{1}$	$-1, 1$ $\boxed{2}$
s_1^2	$-1, 1$ $\boxed{2}$	$1, -1$ $\boxed{1}$

	s_2^1	s_2^2
s_1^1	$4, 4$	$0, 5$ $\boxed{2}$
s_1^2	$5, 0$ $\boxed{1}$	$1, 1$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$

- links: keine dominante Strategie und kein Nash-Gleichgewicht
- rechts: zweite Strategie von Spieler 2 dominant und $\left(s_1^2, s_2^2\right)$ Nash-Gleichgewicht

Beste Antworten = Reaktionsfunktionen

- Reaktionsfunktion für Fahrer 1 beim Hasenfußspiel

  „Fahre geradeaus, wenn Fahrer 2 ausweicht;
  weiche aus, wenn Fahrer 2 geradeaus fährt"

- Reaktionsfunktion für Fahrer 2

  „Fahre geradeaus, wenn Fahrer 1 ausweicht;
  weiche aus, wenn Fahrer 1 geradeaus fährt"

Nash-Gleichgewicht:
Schnittpunkt der Reaktionsfunktionen, also
Strategiekombinationen

- (geradeaus fahren, ausweichen) und
- (ausweichen, geradeaus fahren)

Die Zweitpreisauktion I

- Bieter $i = 1, 2$
- r_i – is Reservationspreis ($=$ Zahlungsbereitschaft)
- $S_i = [0, +\infty)$ – i macht ein verdecktes Gebot
- Bei $s_2 < s_1$ erhält 1 das Objekt zum Preis s_2 :

$$u_1(s_1, s_2) = \begin{cases} 0, & s_1 < s_2, \\ \frac{1}{2}(r_1 - s_2), & s_1 = s_2, \\ r_1 - s_2, & s_1 > s_2 \end{cases}$$

Behauptung: $s_1 := r_1$ ist eine dominante Strategie.

Die Zweitpreisauktion II

1. $r_1 < s_2$
   $s_1 = r_1$ —> Auszahlung 0
   $s_1 > r_1$ und $s_1 < s_2$ —> Auszahlung 0
   $s_1 > r_1$ und $s_1 \geq s_2$ —> Auszahlung < 0
   $s_1 < r_1$ —> Auszahlung 0

2. $r_1 = s_2$
   Die Auszahlung ist 0, unabhängig davon wie s_1 gewählt wird. Warum?

Problem

Zeigen Sie, dass $s_1 = r_1$ dominant ist für $r_1 > s_2$.

$\Rightarrow$ Die Zweitpreisauktion ist durch Dominanz lösbar.

Das Versicherungsspiel

- Zwei Reisende $i = 1, 2$, deren identische „antike" Vase von Fluggesellschaft zerstört wurde. Wert unklar
- $S_i = \{2, 3, ..., 100\}$
- Beide erhalten die geringste Zahl, die jedoch durch eine Ehrlichkeitsprämie bzw. eine Unehrlichkeitsstrafe korrigiert wird:

$$u_1(s_1, s_2) = \begin{cases} s_1 + 2, & s_1 < s_2, \\ s_1, & s_1 = s_2, \\ s_2 - 2, & s_1 > s_2; \end{cases}$$

Das Versicherungsspiel

die Matrix

R. 1 verl.	Reisender 2 verlangt 2	3	4	⋯	48	49	50
2	$(2,2)$	$(4,0)$	$(4,0)$		$(4,0)$	$(4,0)$	$(4,0)$
3	$(0,4)$	$(3,3)$	$(5,1)$		$(5,1)$	$(5,1)$	$(5,1)$
4	$(0,4)$	$(1,5)$	$(4,4)$		$(6,2)$	$(6,2)$	$(6,2)$
⋮	$(0,4)$	$(1,5)$	$(2,6)$				
48	$(0,4)$	$(1,5)$	$(2,6)$		$(48,48)$	$(50,46)$	$(50,46)$
49	$(0,4)$	$(1,5)$	$(2,6)$		$(46,50)$	$(49,49)$	$(51,47)$
50	$(0,4)$	$(1,5)$	$(2,6)$		$(96,100)$	$(47,51)$	$(50,50)$

Problem

Gibt es dominante oder dominierte Strategien?

Das Versicherungsspiel

die reduzierte Matrix

R. 1	Reisender 2 verlangt					
verl.	2	3	4	$\cdots$	48	49
2	$(2,2)$	$(4,0)$	$(4,0)$		$(4,0)$	$(4,0)$
3	$(0,4)$	$(3,3)$	$(5,1)$		$(5,1)$	$(5,1)$
4	$(0,4)$	$(1,5)$	$(4,4)$		$(6,2)$	$(6,2)$
$\vdots$	$(0,4)$	$(1,5)$	$(2,6)$			
48	$(0,4)$	$(1,5)$	$(2,6)$		$(48,48)$	$(50,46)$
49	$(0,4)$	$(1,5)$	$(2,6)$		$(46,50)$	$(49,49)$

Das Versicherungsspiel

die noch weiter reduzierte Matrix

Reisender 2

		2	3
Reisender 1	2	$(2, 2)$	$(4, 0)$
	3	$(0, 4)$	$(3, 3)$

Problem

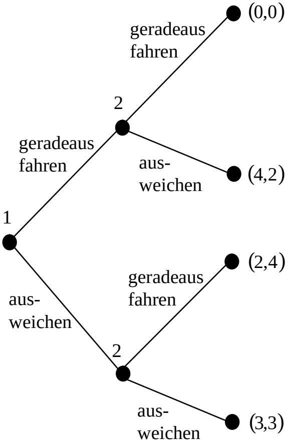
Kennen Sie dieses Spiel?

- bisher: Strategische Spiele (simultane Handlungen)
- nun: Spielbaum:
    - zunächst zieht Spieler 1
    - dann zieht Spieler 2 in Kenntnis der Handlung von Spieler 1

Hasenfußspiel:
Ist es von Vorteil oder von Nachteil, wenn man zuerst zieht?

Spielbaum und Rückwärtsinduktion

Hasenfußspiel I



Spieler 2 weiß, was Spieler 1 gezogen hat.
Spieler 1 kann die Reaktion von Spieler 2 vorhersagen.

Problem

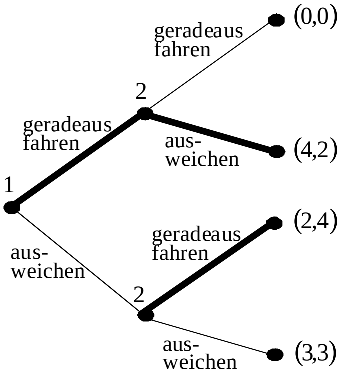
Ganz einfache Darstellung?

Problem

Was wird passieren?

Spielbaum und Rückwärtsinduktion

Hasenfußspiel II



Wenn Spieler 1 geradeaus fährt, hat Spieler 2 keine Wahl: er muss ausweichen.
Damit erhält Spieler 1 die Auszahlung 4, sein bestes Ergebnis.

Problem

Ist es vorteilhaft, bei „Kopf oder Zahl“ als Erster ziehen zu können?

Übungen I

Problem 1
Ist es beim Kampf der Geschlechter vorteilhaft oder nachteilig, als Erste zu ziehen? Erstellen Sie den Spielbaum und wenden Sie Rückwärtsinduktion an.

Problem 2
Wenden Sie die Markierungstechnik auf dieses Spiel an:

		Spieler 2	
		s_2^1	s_2^2
Spieler 1	s_1^1	$1, 1$	$1, 1$
	s_1^2	$1, 1$	$0, 0$

Übungen II

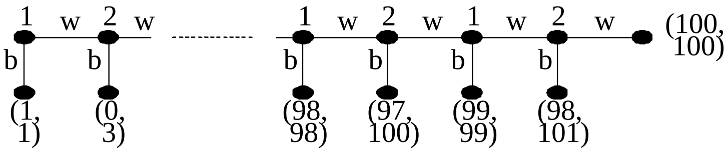
Problem 3
Finden Sie alle Gleichgewichte des folgenden Spiels:

		Spieler 2		
		l	c	r
	o	$(4,5)$	$(2,1)$	$(4,4)$
Spieler 1	m	$(0,1)$	$(1,5)$	$(3,2)$
	u	$(1,1)$	$(0,0)$	$(6,0)$

Übungen III

Problem 4
Beim Hundertfüßler-Spiel wählen die Spieler abwechselnd b („beenden“) oder w („weiter“).

- Was würden Sie als Spieler 1 unternehmen?
- Lösen Sie dieses Spiel durch Rückwärtsinduktion.
- Möchten Sie Ihre Antwort zur ersten Frage überdenken?



Übungen IV

Problem 5
Zwei Spieler 1 und 2
Zwei Strategien: „Kooperation“ oder „Konfrontation“

Beide beide „Kooperation“ —> Auszahlung € 100
Beide wählen „Konfrontation“ —> Auszahlung € 0
Einer wählt „Kooperation“, der andere „Konfrontation“ —> erster erhält P Euro, zweiter F Euro

Bei welchen Auszahlungen P und F ist „Konfrontation“ für beide Spieler eine dominante Strategie?

Übungen V

Problem 6
Strategiekombination (unten, rechts) ist ein Nash-Gleichgewicht.
Was wissen wir damit über die Konstanten a, b, c und d?

Spieler B

Spieler A		links	rechts
	oben	$1, a$	$c, 1$
	unten	$1, b$	$d, 1$

Übungen VI

Problem 7.
Adam und Eva begegnen sich zum allerersten Mal unter einem Apfelbaum. Nachdem sich beide u. a. über ihre Vorlieben für Obst ausgetauscht haben, verabreden sie ein weiteres Treffen unter einem der anderen Obstbäume in der Gegend und nehmen Abschied voneinander. Sie sind innerlich so aufgewühlt, dass sie vergessen, die Obstsorte festzulegen. Glücklicherweise gibt es in der Nähe nur noch einen sehr alten Pflaumen- und einen weniger alten Kirschbaum, und beide wissen, dass Adam Pflaumen, Eva aber Kirschen den Vorzug gibt. Ihre Auszahlungen verhalten sich schließlich derart: Treffen sich beide am Pflaumenbaum, hat Adam einen Nutzen in Höhe von 3 und Eva von 2, treffen sie sich am Kirschbaum, kehren sich die Auszahlungen um. Eilen beide zu verschiedenen Bäumen, ist der Nutzen für beide gleich 0. Bestimmen Sie alle Nash-Gleichgewichte!