

Vorkurs Mikroökonomik

Produktionstheorie

Harald Wiese

Universität Leipzig

Einführung

- Haushaltstheorie
- Unternehmenstheorie
 - **Produktionstheorie**
 - Kosten
 - Gewinnmaximierung
- Haushaltstheorie 2
- Vollkommene Konkurrenz und Wohlfahrtstheorie
- Marktformenlehre

- Produktionsfunktionen
- Partielle Faktorvariation
- Proportionale Faktorvariation
- Isoquanten und Grenzrate der technischen Substitution
- Überblick: Faktorvariationen

Produktionsfunktionen

- geben an, wie viel von einem Gut durch den Einsatz von Produktionsfaktoren maximal hergestellt werden kann:

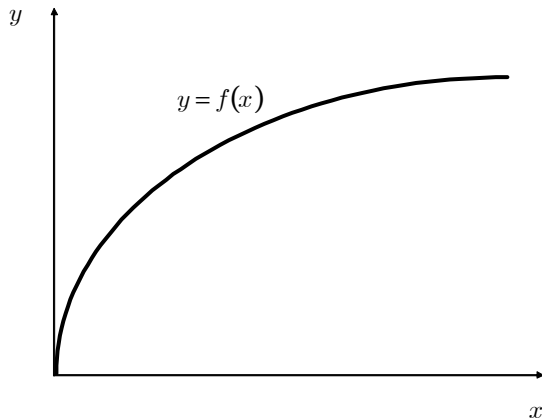
$$y = f(x_1, x_2).$$

- y : herzustellende Menge
- x_1, x_2 : Einsatzmengen der (zwei) Produktionsfaktoren

Problem

Was ist der Unterschied zwischen der ordinalen und der kardinalen Nutzentheorie? Ist die Produktionstheorie ordinal oder kardinal?

Produktionsfunktionen



Produktionsfunktionen

Axiome

- Monotonie ist erfüllt, wenn das Wegwerfen von Produktionsfaktoren umsonst ist.
- Konvexität lässt sich aus der Nutzentheorie auf die Produktionstheorie übertragen.

Partielle Faktorvariation

Begriffe

- Totale Faktorvariation: Alle Faktoren werden variiert.
- Partielle Faktorvariation: Nur ein Faktor wird variiert.
- Grenzproduktivität (marginal productivity MP):

$$MP_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1}$$

Analogie in der Nutzentheorie?

- Durchschnittsproduktivität (average productivity AP):

$$AP_1 = \frac{y}{x_1}$$

Problem

1.000 *Automobilarbeiter* fertigen 5.000 *Autos* in einem Monat.
Durchschnittsproduktivität? Welche Einheit?

Partielle Faktorvariation

Problem

Wie sollte man die Produktionselastizität eines Faktors definieren?

Problem

Produktionselastizität als Funktion von Durchschnittsproduktivität und Grenzproduktivität?

Problem

Produktionselastizität des ersten Faktors bei $y = cx_1^a x_2^b$, mit $a, b, c > 0$?

Problem

Wann steigt die Durchschnittsproduktivität?

Partielle Faktorvariation

Ertragsgesetz

Grenzproduktivität jedes Produktionsfaktors steigt, bleibt anschließend konstant und sinkt dann (kann negativ werden).

Example

Sato-Produktionsfunktion

$$y = f(x_1, x_2) = \frac{x_1^a x_2^b}{(x_1 + x_2)^{a+b-1}},$$

wobei $a, b > 1$

Proportionale Faktorvariation

Skalenerträge

Definition (Konstante Skalenerträge)

$$f(tx_1, tx_2) = tf(x_1, x_2) \quad (t > 1)$$

Definition (Steigende Skalenerträge)

$$f(tx_1, tx_2) > tf(x_1, x_2) \quad (t > 1)$$

Definition (Sinkende Skalenerträge)

$$f(tx_1, tx_2) < tf(x_1, x_2) \quad (t > 1)$$

Problem

Skalenerträge bei $f(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$ oder $f(x_1, x_2) = x_1x_2$?

Proportionale Faktorvariation

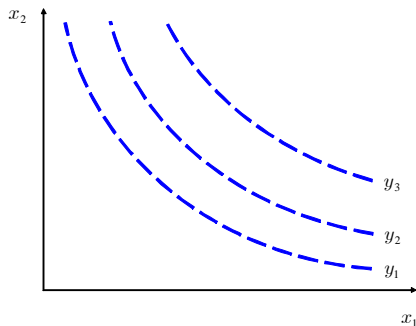
Homogenität

- Eine Produktionsfunktion wird als homogen vom Grade ν bezeichnet, wenn gilt:

$$f(tx_1, tx_2) = t^\nu f(x_1, x_2).$$

- Homogene Produktionsfunktionen mit $\nu = 1$ nennt man linear homogen.
(= konstante Skalenerträge)
- Die Skalanelastizität homogener Produktionsfunktionen beträgt ν .

Isoquanten



Problem

*Wie kann man steigende Skalenerträge graphisch verdeutlichen?
Wie technischen Fortschritt?*

Grenzrate der technischen Substitution (MRTS)

- ist der Betrag der Steigung einer Isoquante.
- gibt an, auf wie viele Einheiten von Faktor 2 man bei einer zusätzlichen Einheit von Faktor 1 verzichten kann, um die gleiche Ausbringungsmenge zu erhalten.

Problem

Haushaltstheorie:

$$MRS = \frac{MU_1}{MU_2}$$

also Produktionstheorie:

$$MRTS = \text{---}$$

entsprechen den perfekten Komplementen in der Haushaltstheorie

Problem

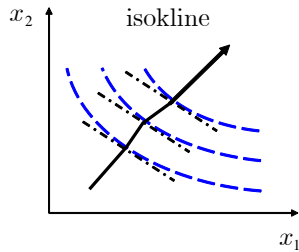
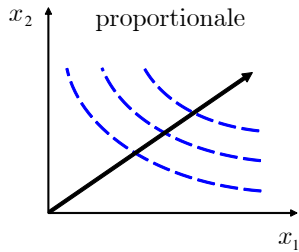
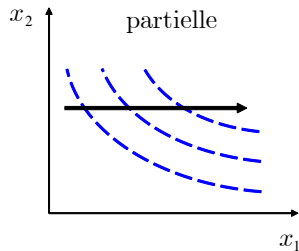
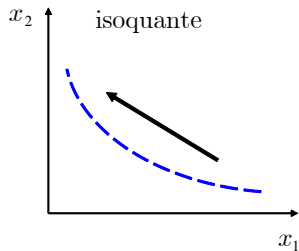
Barmixer Harley benötigt

- 2 Deziliter Rum (x_1) und
- 6 Deziliter Cola (x_2)

für eine Riesencola mit Rum (y).

- a) Isoquante für 2 Riesencola mit Rum?*
- b) Produktionsfunktion?*

Überblick Faktorvariationen



Aufgabe I.7.1.

Konstante Skalenerträge?

- a) $y = f(K, L) = K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{2}{3}}$
- b) $y = f(K, L) = 3K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}$
- c) $y = f(K, L) = K^{\frac{1}{2}} + L^{\frac{1}{4}}$
- d) $y = f(K, L) = 2K + 3L$

Aufgabe I.7.2.

Produktionsfunktion $f(x_1, x_2) = (2x_1 + 4x_2)^{\frac{1}{2}}$

Grenzrate der technischen Substitution?

Aufgabe I.7.3.

Cobb-Douglas-Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2) = Ax_1^a x_2^b$ mit $A, a, b > 0$

- das Grenzprodukt für Faktor 1?
- die Produktionselastizität für Faktor 1?
- die Skalanelastizität?
- die MRTS?
- Parameterwerte für
 - konstante,
 - sinkende bzw.
 - steigende Skalenerträge?